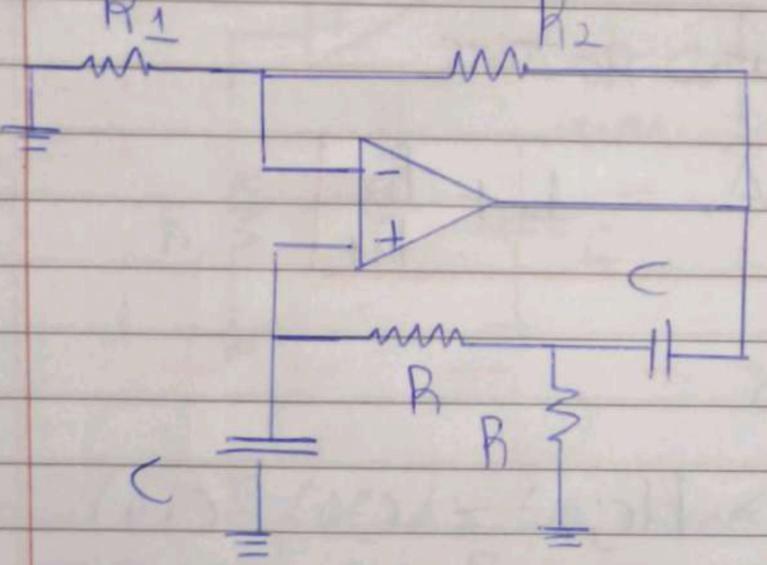
Ηλεκτρονική 3 (2022-2023)

4η Σειρά Θεωρητικών Ασκήσεων

Ιωάννου Κωνσταντίνος
AM: 03119840

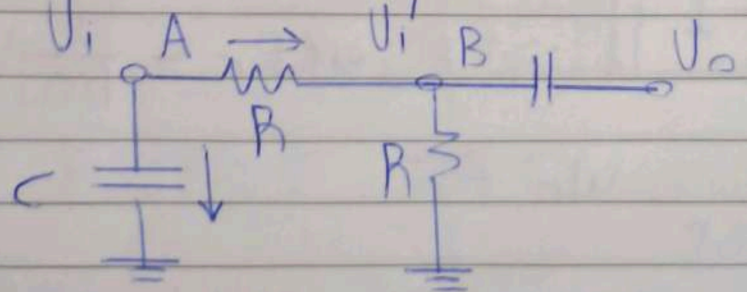
Άσκηση 1 (18.15)

Ζ1 $L(s)$, $L(j\omega)$, ω_0, f_0, Συνθήκη ταλάντωσης



Για να βρούμε $H(s)$ θα χρησιμοποιήσουμε την μέθοδο με Κανόνα Αλυσίδας

• Δικτύωμα Ανάδρασης



$B = \frac{U_i}{U_o}$

ΝΡΚ κόμβο Α: $U_i C \cdot s + \frac{U_i - U_i'}{R} = 0 \Rightarrow$

$U_i' = U_i(1 + sCR)$ (1)

ΝΡΚ στο κόμβο Β: $\frac{U_i'}{R} + (U_i' - U_o)sC + \frac{U_i' - U_i}{R} = 0$

$\xrightarrow{(1)}$ $B(s) = \dfrac{V_i}{V_o} = \dfrac{1}{3 + RCs + \dfrac{1}{RCs}}$

για $s = j\omega$

$$\boxed{B(j\omega) = \dfrac{1}{3 + j\left(RC\omega - \dfrac{1}{\omega RC}\right)}}$$

(Κέρδος Δικτύου Ανάδρασης)

- Κέρδος Ενισχυτή στο κύκλωμα $L(s)$

Μη-αναστρέφων ενισχυτής οπότε

$$\boxed{L(j\omega) = L(s) = A_v = 1 + \dfrac{R_2}{R_1}}$$

Από κανόνα Αλυσίδας

$$H(s) = L(s)\,B(s) \Rightarrow H(j\omega) = L(j\omega)\,B(j\omega)$$

$$H(j\omega) = \left(\dfrac{R_2}{R_1} + 1\right)\left(\dfrac{1}{3 + j(\omega RC - \dfrac{1}{RC\omega})}\right)$$

Συχνότητα ταλαντώσεων ω_0, f_0

$$\angle H(j\omega) = 180^\circ$$

οπότε θα μηδενίσουμε το φανταστικό μέρος

$$\omega_0 RC - \dfrac{1}{\omega_0 RC} = 0 \Rightarrow \omega_0 = \dfrac{1}{RC}$$

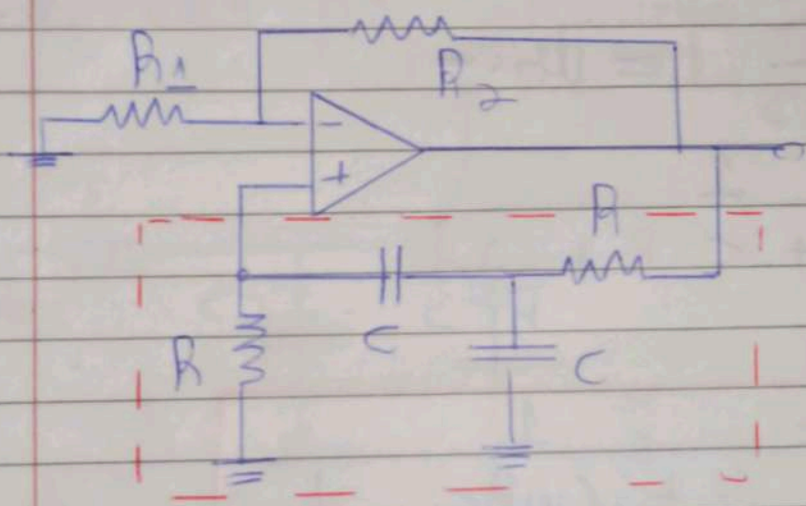
άρα $f_0 = \dfrac{\omega_0}{2\pi} \Rightarrow \boxed{f_0 = \dfrac{1}{2\pi RC}}$

Συνθήκη Ταλάντωσης (στην ω_0):

$$|H(j\omega_0)| > 1 \Leftrightarrow \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\left(\frac{1}{3}\right) > 1 \Leftrightarrow$$

$$\boxed{\frac{R_2}{R_1} \geq 2}$$

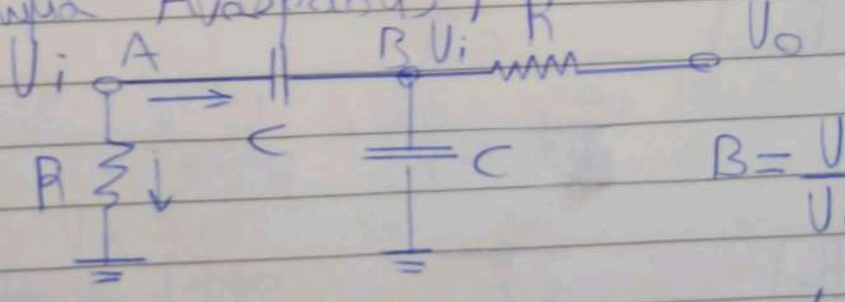
Άσκηση 2 (18.16)



Δίκτυο Ανάδρασης

Ομοίως με πριν έχουμε αναστρέφων ενισχυτή οπότε το κέρδος ενισχυτή $\boxed{A_v = 1 + \frac{R_2}{R_1}}$

• Δικτύωμα Ανάδρασης:



$$B = \frac{V_i}{V_o}$$

ΝΡΚ για τον κόμβο Α: $\frac{V_i}{R} + (V_i - V_i')Cs = 0$

$$\Leftrightarrow V_i' = \left(1 + \frac{1}{RCs}\right)V_i \quad (1)$$

ΝΡΚ στον κόμβο Β: $V_i' Cs + (V_i - V_o)\frac{1}{R} + (V_i' - V_i)Cs = 0$

Αντικαθιστώντας την (1)

$$V_i\left[cs+\frac{1}{R}+\frac{1}{R}+\frac{1}{R^2cs}+\frac{1}{Rcs}cs\right]=\frac{V_o}{R}$$

$$V_i\left[csR+3+\frac{1}{Rcs}\right]=V_o \Leftrightarrow$$

$$B(s)=\frac{V_i}{V_o}(s)=\frac{1}{3+csR+\frac{1}{Rcs}}$$

για $s=j\omega$

$$\boxed{B(j\omega)=\frac{1}{3+j\left(\omega RC-\frac{1}{\omega RC}\right)}}$$

Δηλαδή ίδιο με την άσκηση 1 οπότε έχουμε ακριβώς τα ίδια αποτελέσματα πριν

- $$H(s)=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{\frac{s}{CR}}{s^2+s\frac{3}{CR}+\frac{1}{R^2C^2}}$$

- $$H(j\omega)=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{\frac{j\omega}{CR}}{-\omega^2+j\frac{3\omega}{CR}+\frac{1}{R^2C^2}}$$

$$\boxed{\omega_0=\frac{1}{RC},\quad f_0=\frac{1}{2\pi RC},\quad \frac{R_2}{R_1}\geq 2}$$

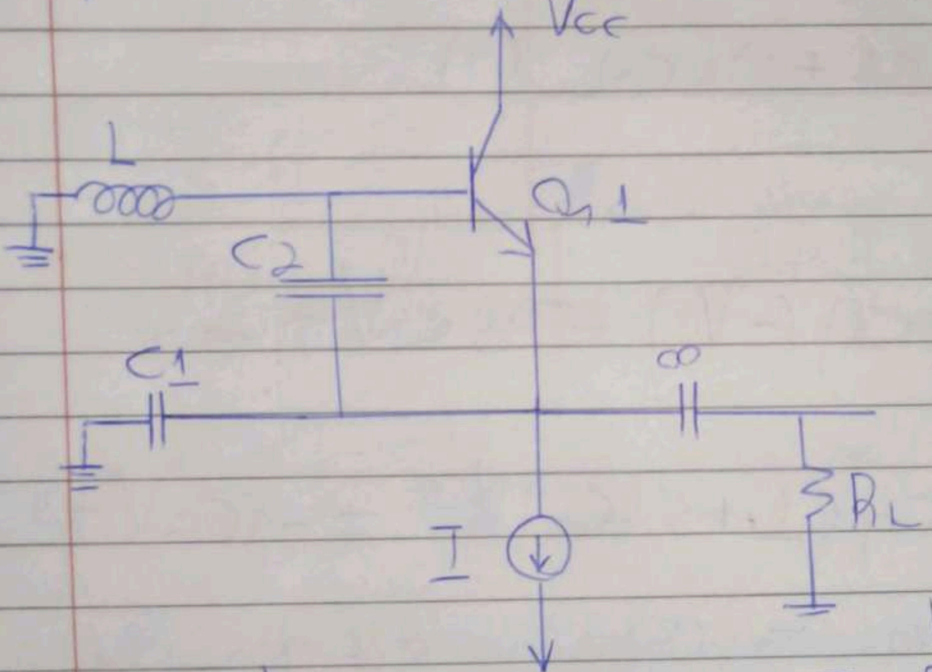
Άσκηση 3 (18.24)

Ζ| Συχνότητα Ταλάντωσης, Συνθήκη Ταλάντωσης
• Ταλαντωτής Colpitts

Δ| $r_\pi >>$, $R_L = (R_L', r_o)$

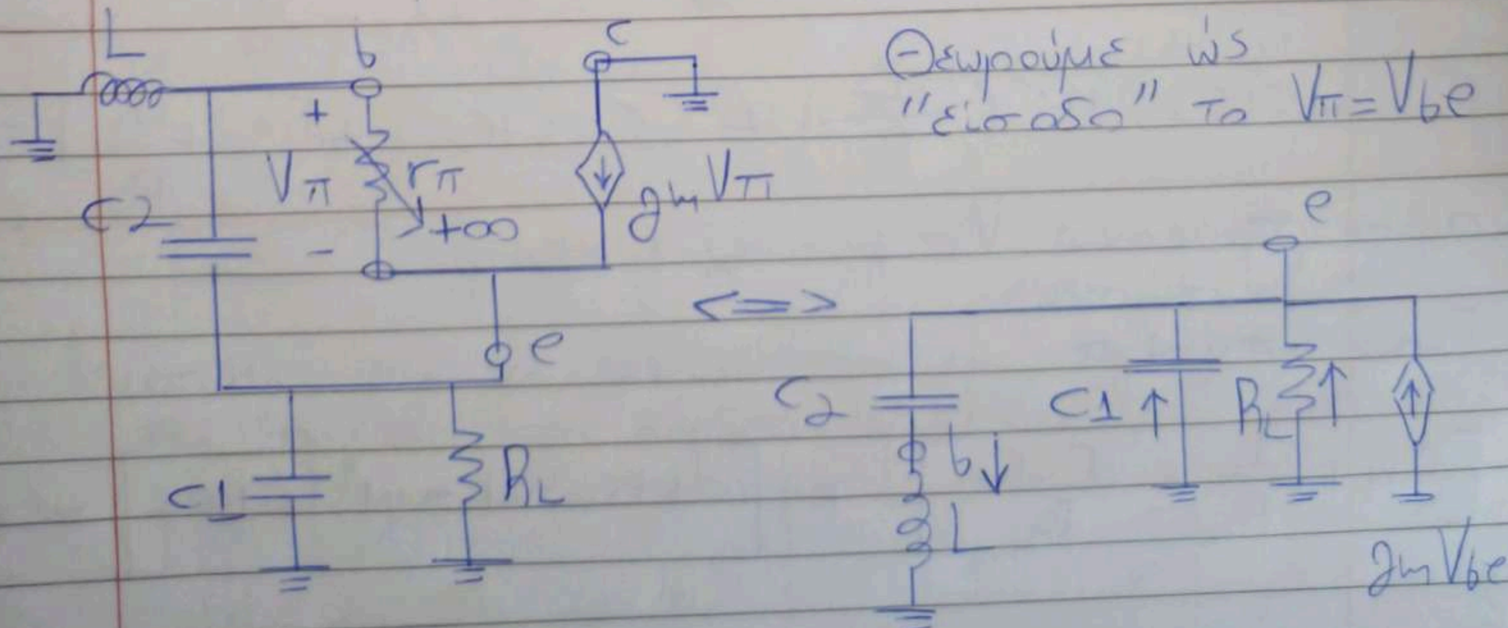
Εδώ θα χρησιμοποιήσουμε την μέθοδο κόμβων

Colpitts με γειωμένο συλλέκτη



$V_{CC} \rightarrow$ γη

Ας Ανάλυση (Μηδενίζουμε I, Βραχυκύκλωμα άπειρος πυκνωτής)
ΙΚΑΣ - π μοντέλο



Θεωρούμε ως "είσοδο" το $V_\pi = V_{be}$

$I_{C_2} = -sC_2 V_\pi \quad (1)$

$I_{C_2} = I_L = \dfrac{V_b}{L \cdot s} \quad (2)$

Από (1), (2) $V_\pi = V_{be}$

$$-sC_2 V_\pi = \frac{V_b}{L \cdot s} \Rightarrow \underline{V_b = -s^2 L C_2 V_\pi} \quad (3)$$

• $V_\pi = V_b - V_e \Leftrightarrow$

$$V_\pi = -s^2 L C_2 V_\pi - V_e \Leftrightarrow$$

$$\underline{V_e = -V_\pi (1 + s^2 L C_2)} \quad (4)$$

ΝΡΚ στον κόμβο e:

$$g_m V_\pi + \left(\frac{1}{R_L} + sC_1\right)(-V_e) = -sC_2 V_\pi \overset{(4)}{\Rightarrow}$$

$$g_m V_\pi + \left(\frac{1}{R_L} + sC_1\right)(1 + s^2 L C_2) V_\pi = -sC_2 V_\pi$$

Παρατηρούμε ότι είναι το ίδιο αποτέλεσμα με αυτό του βιβλίου (18.19) που έχει colpitts με γειωμένο τον κόμβο e.

$$s^3 (L C_1 C_2) + s^2 \left(\frac{L C_2}{R_L}\right) + s(C_1 + C_2) + \left[g_m + \frac{1}{R_L}\right] = 0$$

αφού προφανώς $V_\pi \neq 0$ αφού έχουμε ταλαντώσεις

Για $s = j\omega$

$$\left[g_m + \frac{1}{R_L} - \frac{\omega^2 L C_2}{R_L}\right] + j\left[(C_1 + C_2)\omega - \omega^3 L C_1 C_2\right] = 0$$

Για να ξεκινήσουν οι ταλαντώσεις θα πρέπει το πραγματικό και το φανταστικό μέρος να είναι μηδέν.

$$(C1+C2)W_0 - W_0^3 LC1C2 = 0 \Leftrightarrow W_0 \neq 0$$

$$W_0^2 = \frac{C1+C2}{LC1C2} \Rightarrow W_0 = \pm\sqrt{\frac{C1+C2}{LC1C2}}$$

$W_0 > 0$ δεκτή

$$\boxed{W_0 = \sqrt{\frac{C1+C2}{LC1C2}} \qquad f_0 = \frac{W_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C1+C2}{LC1C2}}}$$

- $g_m + \frac{1}{R_L} - \frac{W_0^2 LC_2}{R_L} = 0 \Rightarrow$

$$g_m R_L + 1 - \frac{C1+C2}{C1} = 0 \Rightarrow$$

$$g_m R_L C1 + C1 - (C1+C2) = 0 \Rightarrow$$

$$g_m R_L C1 - C2 = 0 \Rightarrow$$

$$C2 = g_m R_L C1 \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{C2}{C1} = g_m R_L}$$

Φυσικά για να ξεκινήσουν οι ταλαντώσεις θα πρέπει το κέρδος βρόγχου να γίνει μεγαλύτερο από την μονάδα

$$\boxed{g_m R_L > \frac{C2}{C1}}$$

Άσκηση 4 (18.25)

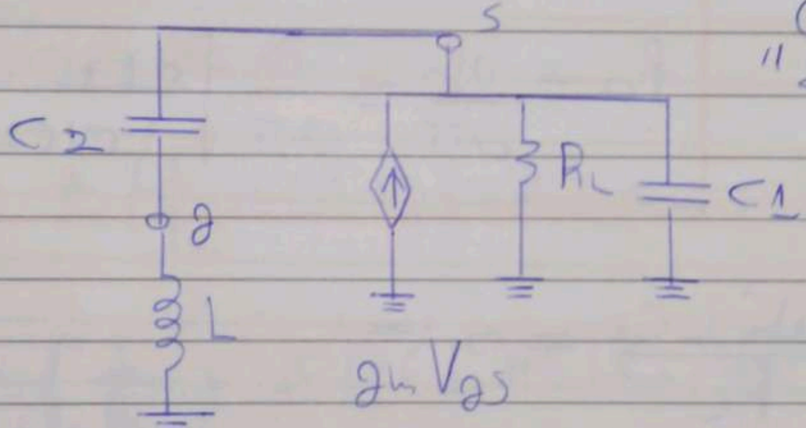
Ταλαντωτής Colpitts

Ζ1 ω_o, f_o Συνθήκη Ταλάντωσης

Έχουμε το ίδιο κύκλωμα με την άσκηση 3 Colpitts με γειωμένο ~~source~~ drain / συλλέκτη αλλά τώρα έχουμε MOS Transistor

Ομοίως με πριν AC ΙΚΑΣ
αφού $r_{gs} \to +\infty$

Θεωρούμε ως "είσοδο" το V_{gs}



Οπότε έχουμε ακριβώς ίδιο με BJT
αφού στο BJT υποθέσαμε $r_\pi \to +\infty$
Τελικά για $V_\pi = V_{gs}$ έχουμε τα ίδια αποτελέσματα

$$\boxed{\begin{gathered}\left(g_m + \frac{1}{R_L} - \frac{\omega^2 L C_2}{R_L}\right) + j\left((C_1 + C_2)\omega - \omega^3 L C_1 C_2\right) = 0 \\ \omega_o = \sqrt{\frac{C_2 + C_1}{L C_1 C_2}} \quad , \quad f_o = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C_2 + C_1}{L C_1 C_2}} \\ g_m R_L > \frac{C_2}{C_1}\end{gathered}}$$

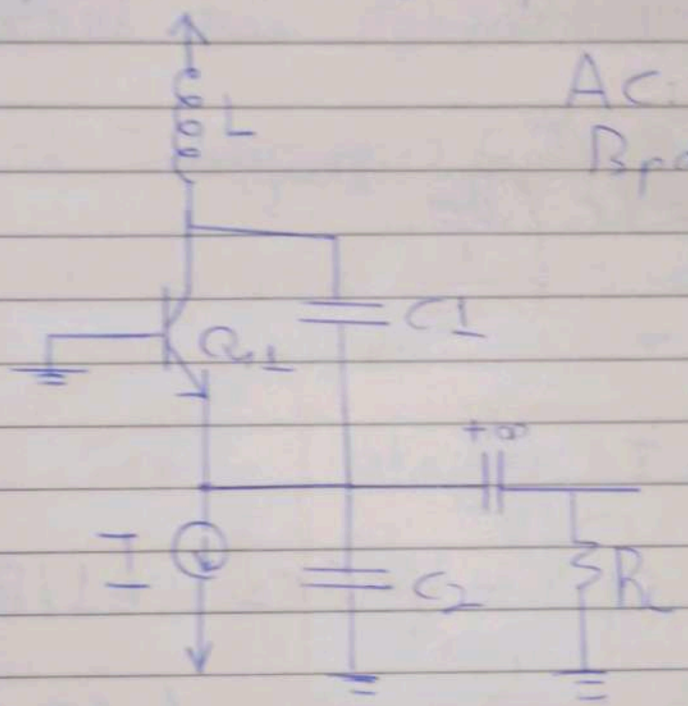
Άσκηση 5 (18.26)

Ταλαντωτής Colpitts (Μέθοδος Κόμβων)

Ζ| ω_0, f_0, Συνθήκη ταλάντωσης

Δ| $r_0 \to +\infty$, $r_\pi >>$

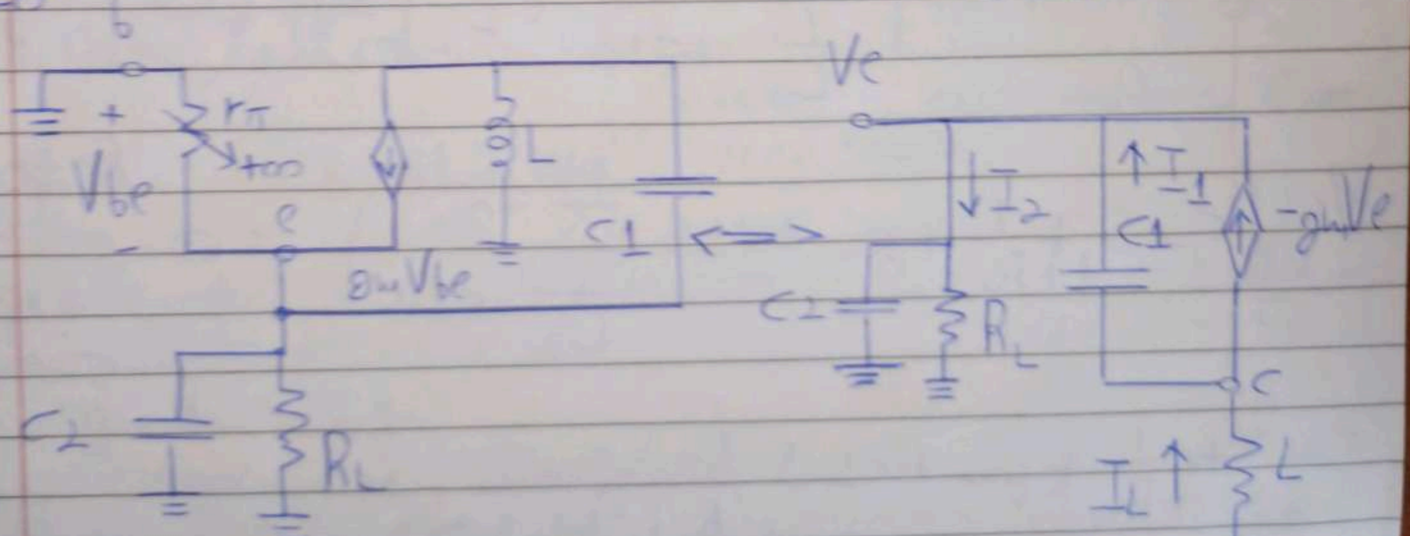
Colpitts με γειωμένη βάση



AC: Ανοιχτοκυκλώνω I
Βραχυκυκλώνω $C=+\infty$

Θεωρώ ως είσοδο το Ve

$V_b=0$



$I_1 = V_e(C_2 \cdot s + 1/R_L)$ (1) ολκ

$I_2 = (V_c - V_e)C_1 \cdot s$ (2) ολκ

ΝΡΚ στον c: $I_L = -g_m V_e + I_1 \Leftrightarrow$

$$-V_c/Ls = -g_m V_e + (V_c - V_e) c_1 s \Leftrightarrow$$
$$-V_c = -g_m L s V_e + [V_c - V_e] c_1 L s^2 \Leftrightarrow$$
$$V_e (g_m + c_1 s) L s = V_c (1 + c_1 L s^2) \Leftrightarrow$$

$$V_c = \frac{g_m + c_1 s}{\frac{1}{Ls} + c_1 s} V_e \quad (3)$$

Από (3) $\rightarrow$ $V_c - V_e = V_e \left(\frac{g_m + c_1 s}{\frac{1}{Ls} + c_1 s} \right)$

ΝΡΚ στον κόμβο e:

$$-g_m V_e + I_L = I_2 \overset{(1)}{\underset{(2)}{\Longleftrightarrow}}$$

$$-g_m V_e + (V_c - V_e) c_1 s = V_e (c_2 s + 1/R_L) \overset{(3)}{\Longleftrightarrow}$$

$$-g_m V_e + V_e \left(\frac{g_m - \frac{1}{Ls}}{\frac{1}{Ls} + c_1 s} c_1 s \right) = V_e \left(c_2 s + \frac{1}{R_L} \right)$$

$\Rightarrow$

$$V_e \left(c_2 s + \frac{1}{R_L} + g_m + c_1 s \frac{\frac{1}{Ls} - g_m}{\frac{1}{Ls} + c_1 s} \right) = 0 \xRightarrow{V_e \neq 0}$$

αφού έχουμε ταλάντωση

$$c_2 s + \frac{1}{R_L} + g_m + c_1 s \frac{1 - L g_m s}{1 + c_1 L s^2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$c_2 s + c_1 c_2 L s^3 + \left(\frac{1}{R_L} + g_m \right) + s^2 \left(\frac{c_1 L}{R_L} + c_1 L g_m \right)$$
$$+ c_1 s - L c_1 g_m s^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$s^3(C_1C_2L) + s^2\left(\frac{C_1L}{R_L}\right) + s(C_1+C_2) + \left(\frac{1}{R_L} + g_m\right) = 0$$

Για $s = j\omega$

$$\boxed{\left(\frac{1}{R_L} + g_m - \frac{C_1L}{R_L}\omega^2\right) + j\left((C_1+C_2)\omega - C_1C_2L\omega^2\right) = 0}$$

Ώστε να έχουμε ταλαντώσεις, μηδενίζουμε φανταστικό και πραγματικό μέρος

- Συχνότητα ταλάντωσης ($Im = 0$)

$$(C_1+C_2)\omega_0 - C_1C_2L\omega_0^2 = 0 \overset{\omega_0 \neq 0}{\iff}$$

$$C_1+C_2 - C_1C_2L\omega_0^2 = 0 \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{C_1+C_2}{LC_1C_2}$$

$\omega_0 > 0$ δεκτό

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{C_1+C_2}{LC_1C_2}} \qquad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}}$$

- Συνθήκη ταλάντωσης ($Re\big|_{\omega=\omega_0} = 0$) αντικαθιστώ ω_0

$$g_mR_L + (1 - C_1L\omega_0^2) = 0 \iff$$

$$g_mR_L + 1 - \frac{C_1+C_2}{C_2} = 0 \Rightarrow g_mR_L + 1 - 1 - \frac{C_1}{C_2} = 0$$

$$g_mR_L = \frac{C_1}{C_2}$$

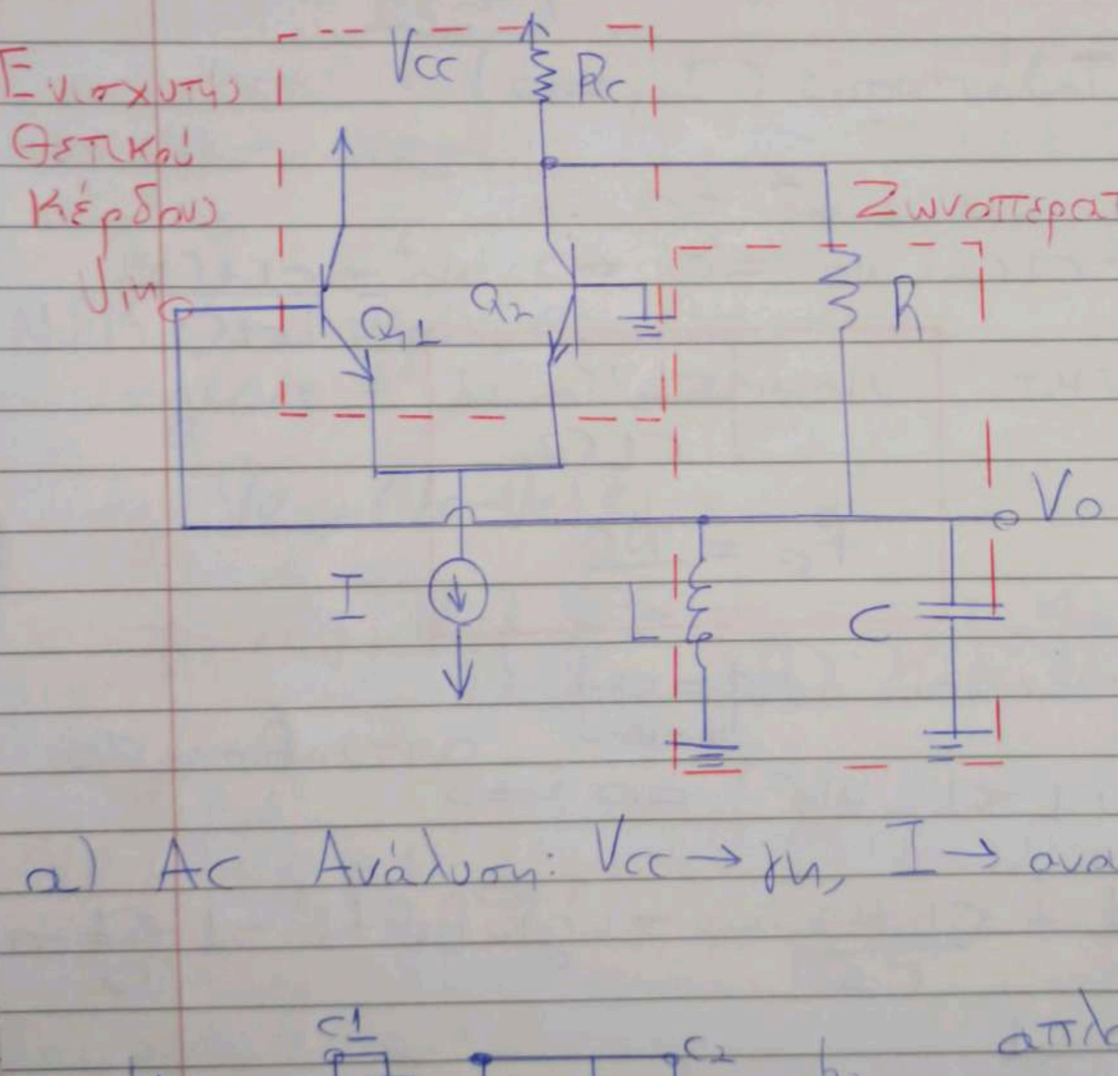
Για να ξεκινήσουν οι ταλαντώσεις θα πρέπει το κέρδος βρόχου να είναι μεγαλύτερο από την μονάδα.

$$\boxed{g_mR_L > \frac{C_1}{C_2}}$$

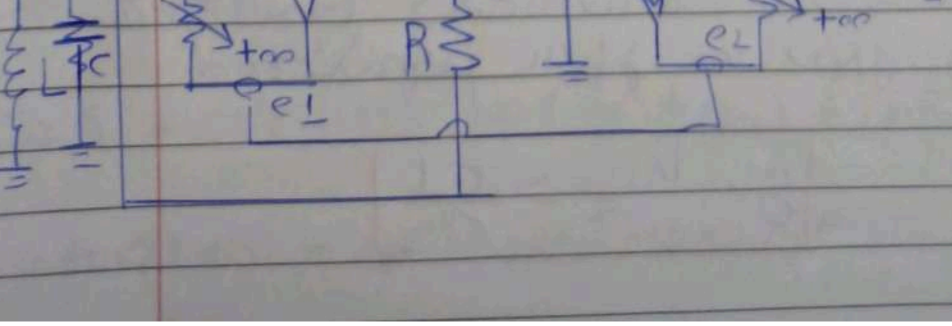
Παρατήρηση! Ο ταλαντωτής Colpitts για rπ->> όπου και αν γειωθεί ταλαντώνεται στην ίδια συχνότητα f_0, με την ίδια συνθήκη ταλάντωσης.

Άσκηση 6 (18.28)

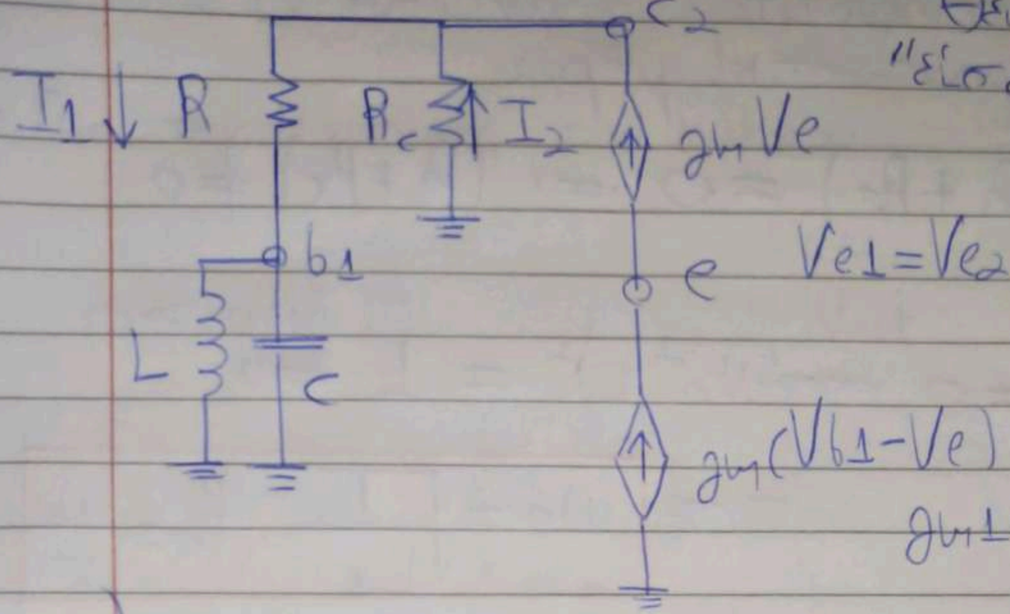
Δ| $r_\pi \to +\infty$, $r_o \to +\infty$
Ζ| ω_0, Συνθήκη ταλάντωσης



a) Ac Ανάλυση: $V_{cc} \to$ γη, $I \to$ ανοιχτοκύκλωμα



απλοποιούνται
<=====>



Θεωρούμε ως "είσοδο" το V_e.

$V_{e1}=V_{e2}\equiv V_e$

$g_{m1}=g_{m2}=\frac{I/2}{V_T}\equiv g_m$

B)

ΝΡΚ στο e: $g_m(V_{b1}-V_e)=g_mV_e \Rightarrow \underline{V_{b1}=2V_{e1}}$ (1)

$I_1 = V_{b1}\left[Cs+\frac{1}{Ls}\right] = \frac{V_{c2}-V_{b1}}{R} \overset{(1)}{\Leftrightarrow}$

$\underline{V_{c2}=2V_e\left[R(Cs+1/Ls)+1\right]}$ (2)

ΝΡΚ στο c_2: $g_mV_e + I_2 = I_1 \Leftrightarrow$

$g_mV_e + \frac{0-V_{c2}}{R_c} = 2V_e\left[Cs+\frac{1}{Ls}\right] \overset{(2)}{\Leftrightarrow}$

$g_mR_cV_e - 2V_e\left[1+R\left(Cs+\frac{1}{Ls}\right)\right] = 2V_e\left[Cs+\frac{1}{Ls}\right]R_c$

$V_e \neq 0$ αφού έχουμε ταλαντώσεις $\quad s=j\omega$

$g_mR_c - 2 - 2\left(Cs+\frac{1}{Ls}\right)(R+R_c)=0 \Leftrightarrow$

$$\boxed{\left[g_mR_c-2\right] - 2j\left[\left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)(R+R_c)\right]=0}$$

Για να βρούμε συχνότητα ταλάντωσης μηδενίζουμε το φανταστικό μέρος

$$\left(\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L}\right)(R + R_C) = 0 \Rightarrow (R + R_C) \neq 0$$

$$\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L} = 0 \Rightarrow \omega_0^2 LC = 1 \overset{\omega_0 > 0}{\Rightarrow}$$

οπότε $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}, \ f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}}$

Για να βρούμε την συνθήκη ταλάντωσης μηδενίζουμε το πραγματικό μέρος

$$\boxed{g_m R_C = 2} \quad (4)$$

Όμως λόγω συμμετρίας του κυκλώματος του ενισχυτή $I_{C1} = I_{C2} = \frac{I}{2}$

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{I}{2V_T} \overset{(4)}{\Rightarrow} \frac{I}{2V_T} R_C = 2 \Rightarrow$$

$$\boxed{I R_C = 4V_T} \qquad V_T \simeq 25mV, \ \boxed{I R_C = 100mV}$$

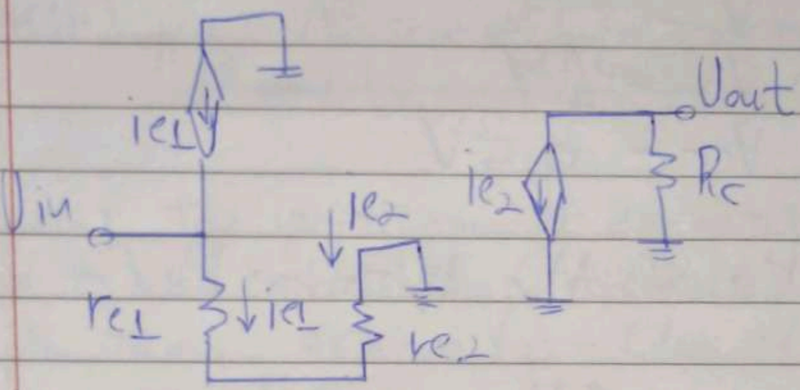
γ) $I R_C = 1V$

Προφανώς το κύκλωμα θα αρχίσει να ταλαντώνεται καθώς $I R_C > 0,1V$ από την συνθήκη ταλάντωσης στο (β) ερώτημα.

Αυξάνονται οι ταλαντώσεις: η $V_0 (= V_{b1})$ να προκαλεί ενεργοποίηση / απενεργοποίηση των BJT.

$I R_C = 1V \Leftrightarrow 2 V_T g_m R_C = 1V \Leftrightarrow g_m R_C = 20.$

• Για τον Ενισχυτή στο κύκλωμα

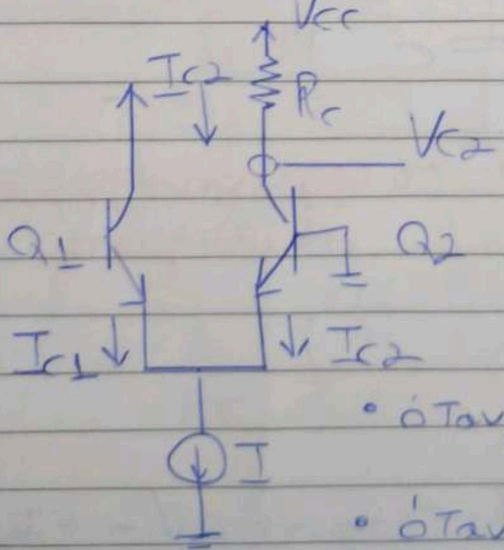


$$\left.\begin{aligned} V_{in} &= (r_{e1}+r_{e2}) i_{e1} = 2 r_e i_{e1} \\ V_{out} &= -R_C i_{e2} \underset{i_{e1}=-i_{e2}}{=} R_C i_{e1} \end{aligned}\right] \Rightarrow$$

$$A_V = \frac{R_C}{2r_e} = \frac{R_C g_m}{2a} \overset{a \simeq 1}{=} \frac{R_C g_m}{2} = 10 > 1$$

οπότε έχουμε ταλάντωση

$\boxed{A_V = 10}$



Αφού $A_V > 1$ αρχίζουν οι ταλαντώσεις και τα Q_1, Q_2 ενεργοποιούνται / απενεργοποιούνται

$V_{C2} = V_{CC} - R_C I_{C2}$

• όταν Q_2 δεν άγει $I_{C2} = 0$
$V_{C2} = V_{CC}$

• όταν Q_2 άγει $V_{C2} = V_{CC} - 1V/2$
άρα $I_{C2} = I/2$ όταν Q_1 άγει
ενώ $I_{C1} = I$ όταν Q_1 δεν άγει

(++ Κυματομορφές)

καθώς το $I = I_{C1} + I_{C2}$

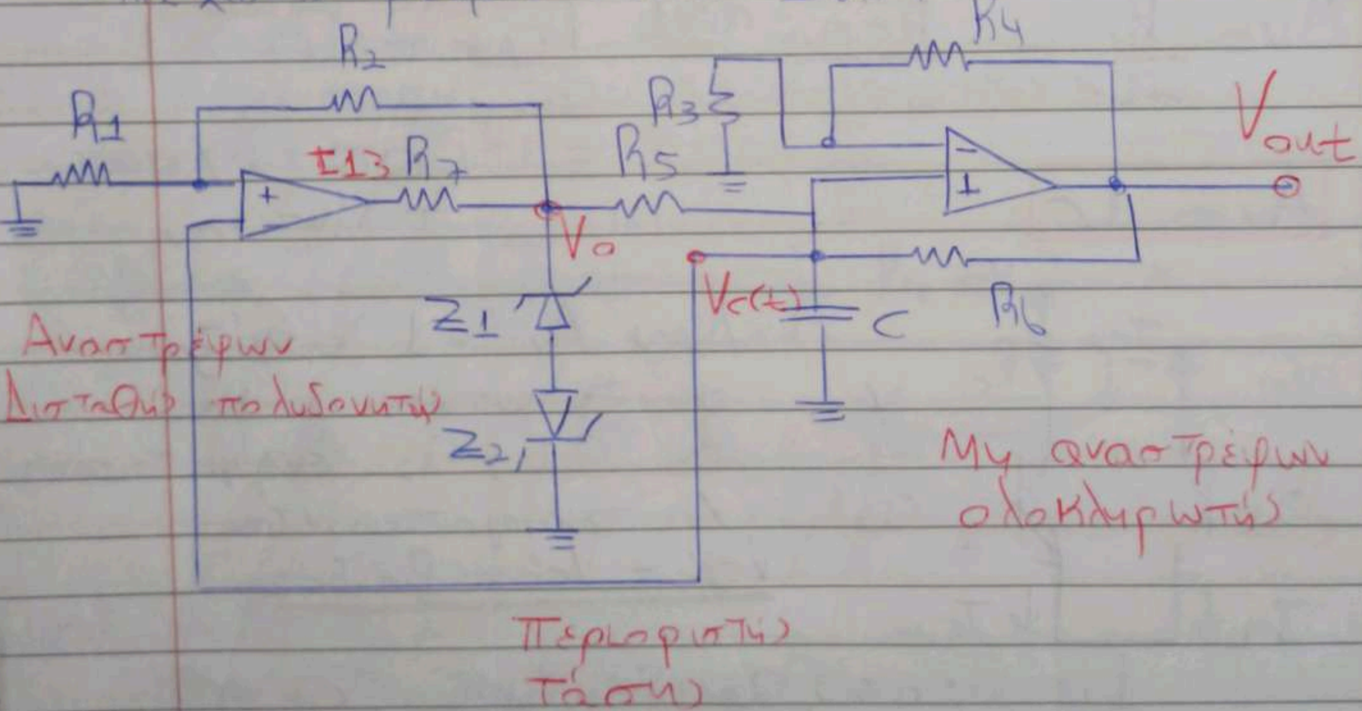
Άσκηση 7. (18.41) (εκτός ύλης εξέτασης)

Δ) $C = 0{,}5\mu F$

Ζ) • Έξοδος, Τετραγωνική κυματομορφή

$f = 10kHz$, πλάτος 15 (peak to peak)

- Τάσεις κορεσμού τελεστικού ενισχυτή $\pm 13V$
- Ελάχιστο ρεύμα διόδου $1mA$



$V_{opp} = 15V \Rightarrow V_o = 7{,}5V$ (από $-7{,}5V$ - $+7{,}5V$)

$V_o = V_Z + V_D \Longrightarrow \boxed{V_Z = 6{,}8V}$

$V_D = 0{,}7V$ Τάση Zener

$T = \frac{1}{f} \Rightarrow \underline{T = 10^{-4} s}$ Θεωρούμε ότι $T/2$ βρίσκεται στα $-7,5V$ και τα υπόλοιπα $T/2$ στα $+7,5V$

Το κύκλωμα λειτουργεί με υστέρηση

~~$L^+ = 13V$, $L^- = -13V$~~

- Πυκνωτής που φορτίζεται ή εκφορτίζεται μέσω αντίστασης σε τελική τάση V_∞ ($V_\infty = BV_0 = \frac{1}{2} 7,5 = 3,75V$) έχει τάση $V(t) = V_\infty - (V_\infty - V_0^+) \exp(-t/\tau)$ όπου $\tau = RC$ και V_0^+ τάση για $t = 0^+ sec$.

-> Πιο συγκεκριμένα

$B = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0,5$, $\begin{cases} V_{TH} = BL_+ = 0,5 \cdot 7,5 = 3,75V \\ V_{TL} = -3,75V \end{cases}$

$\cancel{V_c(t) = \frac{1}{RC}\int_0^{T/2} \frac{V_{pp}}{2} d\tau + V_{TL}} \Leftrightarrow$

$$V_c(t) = \frac{1}{RC}\int_0^t V_0 \, d\tau + V_c(0)$$

$$V_{TH} = \frac{1}{RC}\int_0^{T/2} \frac{V_{pp}}{2} d\tau + V_{TL} \Leftrightarrow$$

$$3,75 = \frac{1}{RC}\int_0^{T/2} 7,5 \, d\tau - 3,75 \Rightarrow$$

$$7,5 = \frac{7,5}{RC} \frac{T}{2} \Rightarrow \boxed{T = 2RC}$$

$$\left.\begin{array}{l} 2RC = 10^{-4} \\ C = 0,5\mu F \end{array}\right] \Rightarrow \boxed{R_i = \frac{T}{2C} = 100\Omega}$$

$i = 1, \dots, 6$

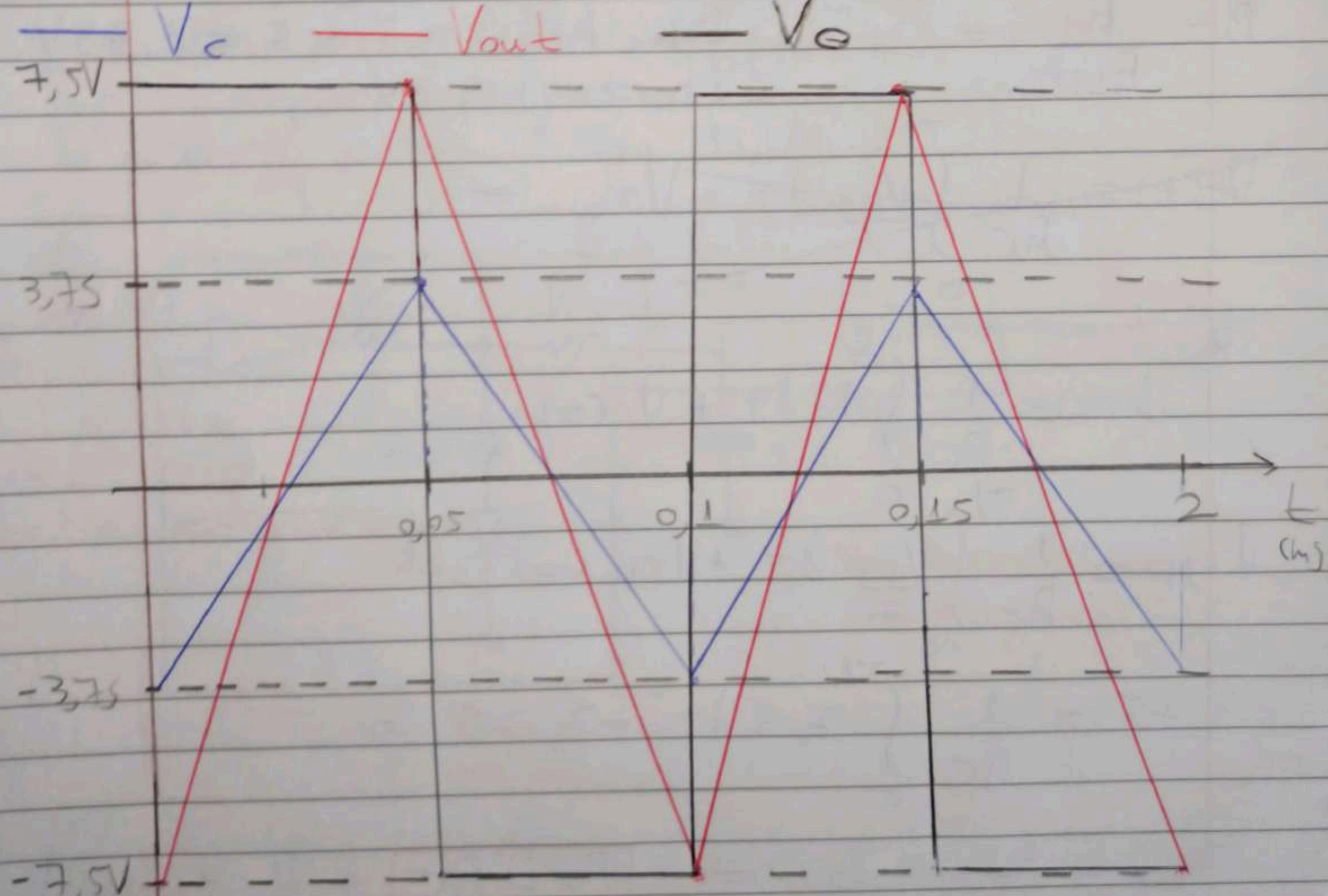
ΝΡΚ στον κόμβο Vo ($V_o = 7{,}5V$)

$$\frac{7{,}5-13}{R_7} + i_Z + \frac{7{,}5-U_c}{R_5} + \frac{7{,}5}{R_1+R_2} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{7{,}5-13}{R_7} + 1 + \frac{7{,}5-(-3{,}75)}{100} + \frac{7{,}5}{200} = 0$$

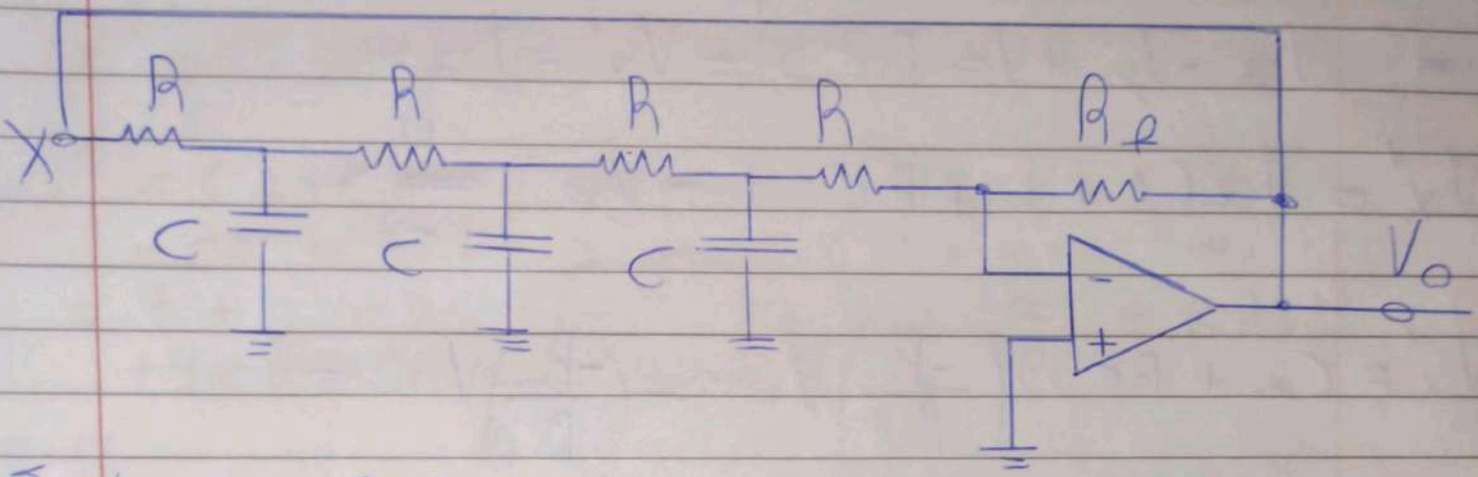
$$\Rightarrow \boxed{R_7 = 4{,}8K\Omega}$$

Συνεπώς $V_{out} = U_c\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right) = 2U_c$

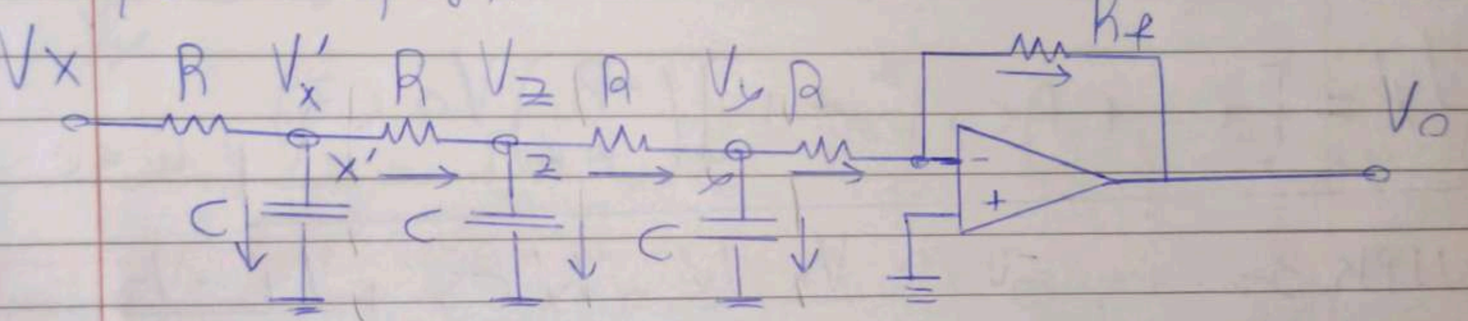


Άσκηση 8

Ζ | Συχνότητα Ταλάντωσης, Συνθήκη έναρξης Ταλάντωσης Ιδανικός Τελεστικός Ενισχυτής



· Σπάμε τον Βρόγχο



Θα κινηθούμε απο τα δεξιά προς τα αριστερα

$V^- = V^+ = 0$ (Ιδανικός OP-amp)

R, Rf διαρρέονται απο ίδιο ρεύμα

· $\frac{V_y}{R} = \frac{-V_o}{R_f} \Rightarrow V_y = -\frac{R}{R_f} V_o$ (1)

· ΝΡΚ στον κόμβο y:

$\frac{V_z - V_y}{R} = \frac{V_y}{R} + V_y C S \Rightarrow$

$V_z = V_y \left(2 + \frac{CS \cdot R}{1} \right) \overset{(1)}{\Longrightarrow}$

$$\boxed{V_Z = (2 + sCR)\left(-\frac{R}{R_f}\right)V_o \quad (2)}$$

• ΝΡΚ στον κόμβο Z: $\frac{V_Z - V_y}{R} + V_Z C s = \frac{V_x' - V_Z}{R}$

$\Leftrightarrow V_Z - V_y + V_Z RCs = V_x' - V_Z \Leftrightarrow$

$V_x' = V_Z(1 + 1 + RCs) - V_y \overset{(1)}{\underset{(2)}{\Longrightarrow}}$

$V_x' = (2 + RCs)^2\left(\frac{-R}{R_f}\right)V_o - \left(\frac{-R}{R_f}\right)V_o \Leftrightarrow$

$$\boxed{V_x' = \left[(2 + RCs)^2 - 1\right]\left(\frac{-R}{R_f}\right)V_o \quad (3)}$$

• ΝΡΚ στον κόμβο x': $\frac{V_x - V_x'}{R} = V_x' Cs + \frac{V_x' - V_Z}{R} \Leftrightarrow$

$V_x - V_x' = V_x' CsR + V_x' - V_Z \Leftrightarrow$

$V_x = V_x'(2 + CRs) - V_Z \overset{(2)}{\underset{(3)}{\Longrightarrow}}$

$V_x = \left(\left[(2 + RCs)^3 + (2 + RCs)\right] - (2 + sCR)\right)\left(\frac{-R}{R_f}\right)V_o$

$\Rightarrow$

$$\boxed{V_x = \left(\left[(2 + RCs)^2 + \cancel{1}\right] - \cancel{1}\right)(2 + sRC)\left(\frac{-R}{R_f}\right)V_o \quad (4)}$$

$$V_x = V_x'(2+CRS) - V_z \xrightarrow[(3)]{(2)}$$

$$V_x = (2+CRS)\left[(2+CRS)^2 - 1\right]V_y - (2+CRS)V_y \Rightarrow$$

$$\frac{V_x}{V_y} = (2+CRS)\left[(2+CRS)^2 - 2\right]$$

$$= (2+CRS)\left[4 + (CRS)^2 + 4CRS - 2\right]$$

$$= (2+CRS)\left[2 + (CRS)^2 + 4CRS\right] \Rightarrow$$

$$= 4 + 2(CRS)^2 + 8CRS + 2CRS + (CRS)^3 + 4(CRS)^2 \Leftrightarrow$$

$$\frac{V_x}{V_y} = 4 + 10CRS + 6(CRS)^2 + (CRS)^3 \Rightarrow$$

$$s = j\omega, \quad \frac{V_x}{V_y} = \left[4 - 6\omega^2 C^2 R^2\right] + j\left[10\omega CR - \omega^3 R^3 C^3\right]$$

$$\boxed{H(j\omega) = \frac{V_o}{V_x} = \frac{V_o}{V_y}\frac{V_y}{V_x} = \frac{-R_f/R}{\left[4 - 6\omega^2 C^2 R^2\right] + j\left[10\omega RC - \omega^3 R^3 C^3\right]}}$$

• Συνθήκη φάσης $\measuredangle H(j\omega_o) = 180^\circ \Rightarrow$

$$\mathrm{Imag} = 0 \Rightarrow 10RC\omega_o - \omega_o^3 R^3 C^3 = 0 \xrightarrow[\omega_o > 0]{RC \neq 0}$$

$$\boxed{\omega_o = \frac{\sqrt{10}}{RC}, \quad f_o = \frac{\omega_o}{2\pi} = \frac{\sqrt{10}}{2\pi RC}}$$

• Συνθήκη μέτρου για $\omega = \omega_o$

$$|H(j\omega_o)| > 1 \Leftrightarrow \frac{R_f/R}{|4 - 6\omega_o^2 C^2 R^2|} > 1 \Rightarrow$$

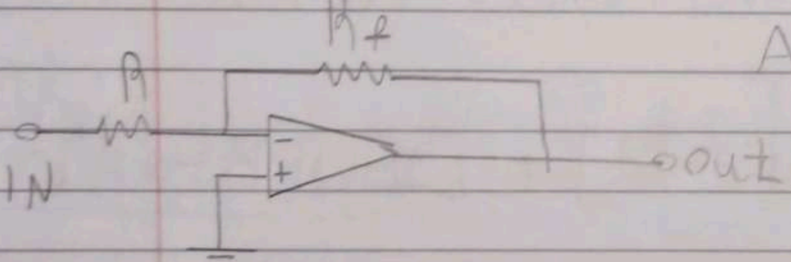
Αντικαθιστώ ω_0:

$$\frac{R_f}{R} > \left|4 - 6R^2C^2\frac{10}{R^2C^2}\right| = |4-60| = |-54|$$

$$\boxed{\frac{R_f}{R} > 54}$$

Δεύτερος τρόπος:

Ενισχυτικό Στάδιο (Στάδιο 2)

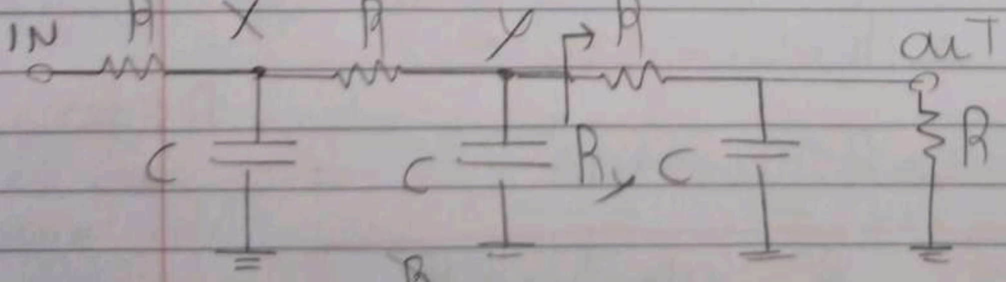


Αναστρέφων Ενισχυτής

$$\frac{V_{out}}{V_{IN}} = -\frac{R_f}{R}$$

οπότε $H_2(s) = H_2(j\omega) = -\frac{R_f}{R}$ (1)

Στάδιο Φίλτρου (Στάδιο 1)



$$\frac{V_{out}}{V_y} = \frac{\frac{R}{RCs+1}}{R+\frac{R}{RCs+1}} = \frac{1}{RCs+2}$$ (Διαιρέτου Τάσης)

$R_y = R + \frac{R}{RCs+1}$, $\frac{V_y}{V_x} =$