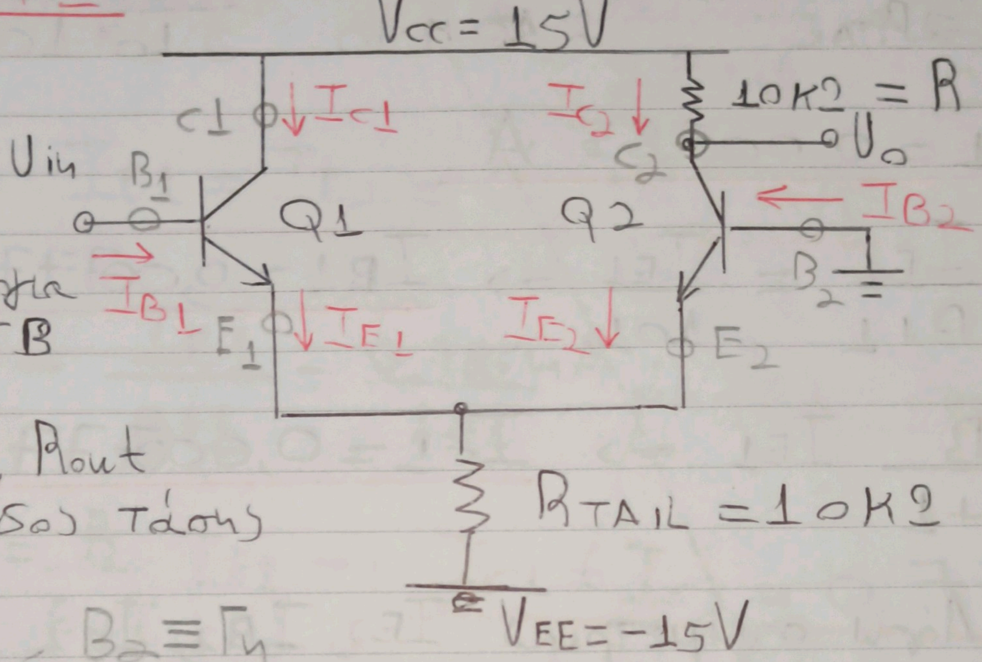
Κωνσταντίνος Ιωάννου
AM 03119840 ($6^{ο}$ εξάμηνο)

$3^{η}$ Σειρά Ασκήσεων (2021-2022)

Άσκηση 1

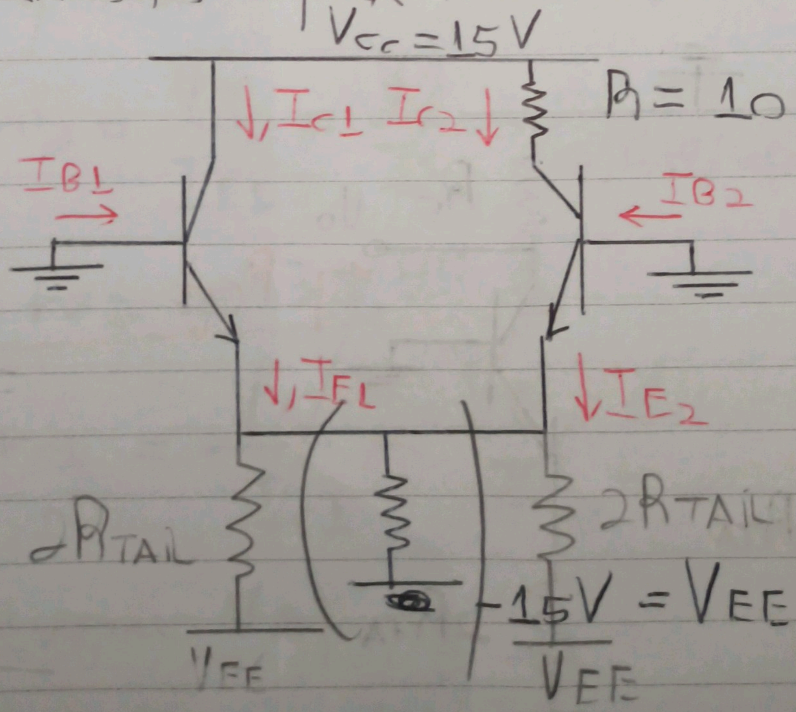


Συνδεσμολογία
CC − CB

Ζ| Rin, Rout
Κέρδος τάσης

$E_1 \equiv E_2$, $B_2 \equiv$ Γη
$B_1 \equiv IN$, $C_2 \equiv OUT$
$V_{C1} = 15V$, $V_{BE1} = V_{BE2} = 0{,}7V$

DC Ανάλυση: Βραχυκυκλώνω AC πηγές τάσης



2

$$V_{BE1} = V_{BE2} = 0{,}7V \xrightarrow[V_{B2}=0]{V_{B1}=0} V_{E1} = V_{E2} = 0{,}7V$$

απο Νόμο Ohm στο αριστερό μέρος του κυκλώματος $I_{E1} = \dfrac{V_{E1} - V_{EE}}{2R_{TAIL}} = \dfrac{0{,}7+15}{2 \cdot 10 \cdot 10^3}$

$$\Rightarrow I_{E1} = I_{E2} = 0{,}785mA$$

$$I_{B1} = \frac{I_{E1}}{B+1} = \frac{0{,}785mA}{101} \Rightarrow I_{B1} = I_{B2} = 0{,}0077mA$$

$$I_{C1} = \frac{B}{B+1} I_{E1} \Rightarrow I_{C1} = I_{C2} = 0{,}777mA$$

Προφανώς I_{E2}, I_{C2}, I_{B2}, ίδια με του Q1 λόγω συμμετρίας.

- Χαρακτηριστικά T-AC μοντέλου

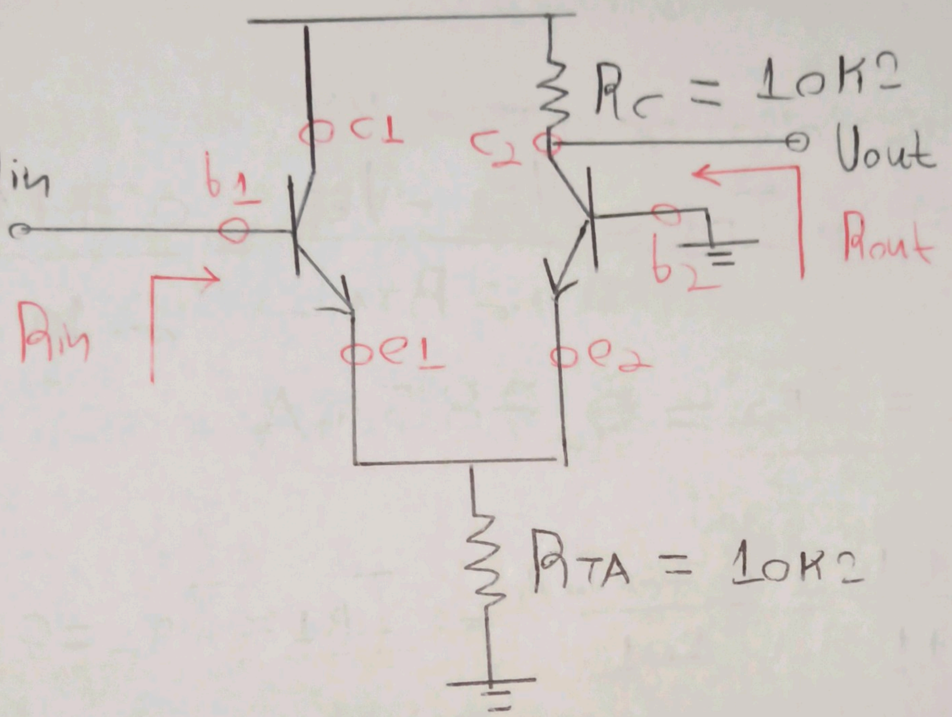
$$r_{e1} = r_{e2} = \frac{V_T}{I_{E1}} = \frac{V_T}{I_{E2}} = \frac{25mV}{0{,}785mA} \Leftrightarrow$$

$$r_{e1} = r_{e2} = 31{,}85\,\Omega$$

$$r_{o1} = r_{o2} = \frac{V_A}{I_{C1}} = \frac{V_A}{I_{C2}}$$

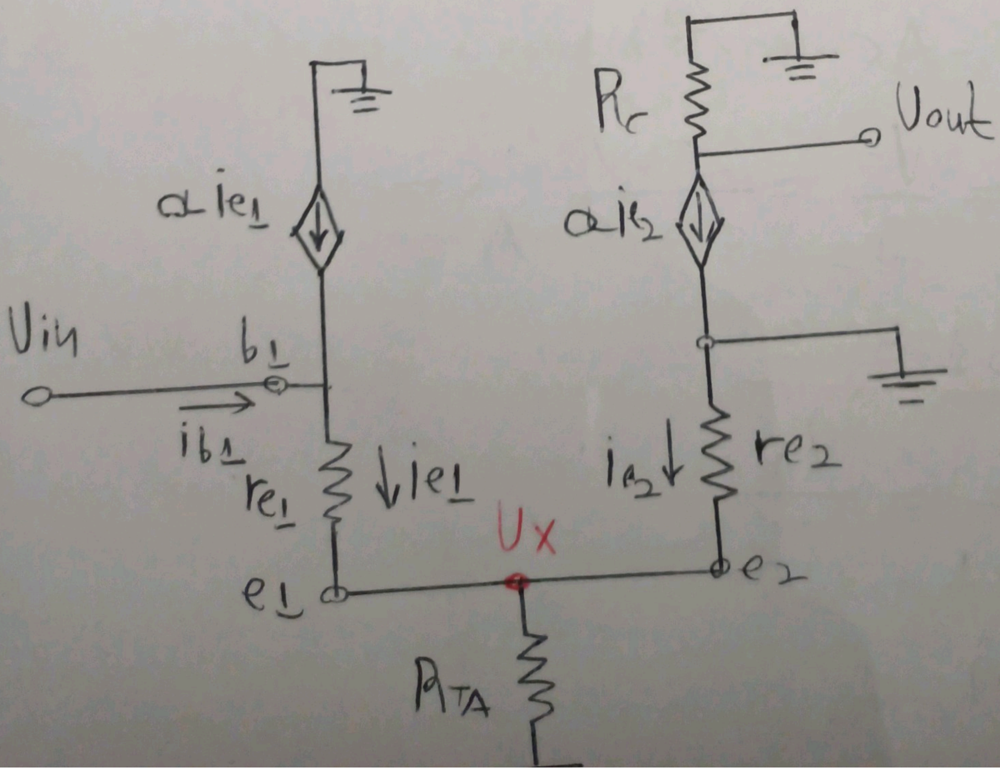
(Δεν δίνεται V_A)

AC Ανάλυση : Μηδενίζω DC πηγές

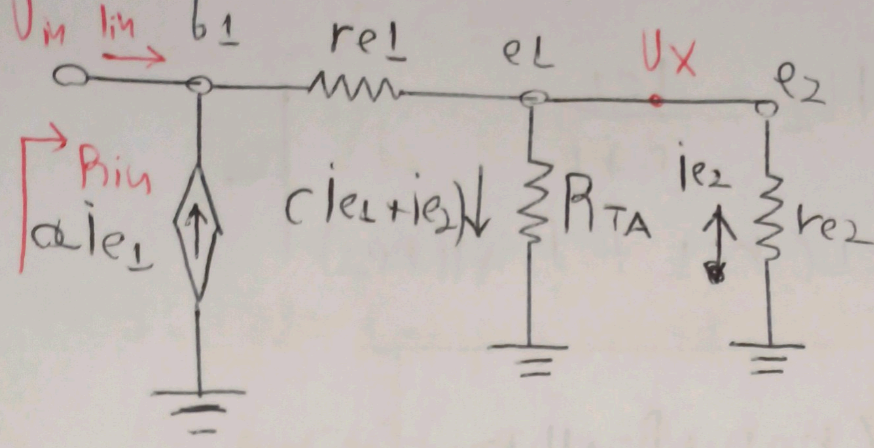


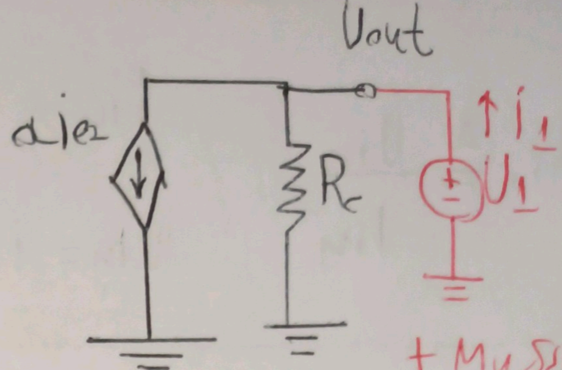
- Αρχικά αγνοούμε το φ. Early ($r_o \to +\infty$)

AC Ανάλυση - T ισοδύναμο Μοντέλο



→ απλοποίηση κυκλώματος





+ Μηδενίζουμε

$V_{in} = 0$

R_{out}

$$V_{out} = -\alpha\, i_{e2} R_C \quad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} V_{in} &= \alpha\, i_{e1}\, (r_{e1} + R_{TA} \| r_{e2}) \\ U_X &= R_{TA} \| r_{e2}\, \alpha\, i_{e1} \end{aligned}\right| \rightarrow$$

$$\frac{U_X}{V_{in}} = \frac{R_{TA} \| r_{e2}}{R_{TA} \| r_{e2} + r_{e1}} \quad (2) \qquad \text{Διαιρέτης Τάσης}$$

$$i_{e2} = -\frac{U_X}{r_{e2}} \quad (3)$$

$$\text{Από } (1), (3) \rightarrow V_{out} = \alpha R_C \frac{U_X}{r_{e2}} \quad \overset{:V_{in}}{\longrightarrow}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\alpha R_C}{r_{e2}} \frac{U_X}{V_{in}} \xrightarrow{(2)}$$

$$\boxed{\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\alpha R_C}{r_{e2}} \frac{R_{TA} \| r_{e2}}{R_{TA} \| r_{e2} + r_{e1}}} = \frac{0{,}99 \cdot 10k}{31{,}85} \cdot \frac{10k \| 31{,}85}{10k \| 31{,}85 + 31{,}85}$$

$$\boxed{\frac{U_{out}}{U_{in}} = 155{,}146 \frac{V}{V}}$$

5

- $R_{in} \triangleq \frac{U_{in}}{I_{in}}$ $\quad$ $\left.\begin{array}{l} I_{in} = I_{b1} = \frac{i_{e1}}{B+1} \\ U_{in} = i_{e1}(r_{e1} + R_{TA} \| r_{e2}) \end{array}\right| \Rightarrow$

$$\boxed{R_{in} = \frac{U_{in}}{i_{in}} = (B+1)(r_{e1} + R_{TA} \| r_{e2})}$$

$$R_{in} = 101 \cdot \left(31{,}85 + \underbrace{\frac{10K \cdot 31{,}85}{10K + 31{,}85}}_{\simeq 31{,}74}\right)$$

$$\boxed{R_{in} = 6{,}423\ K\Omega}$$

- R_{out} Μηδενίζουμε U_{in} και εφαρμόζουμε τάση U_1 στην έξοδο

$$R_{out} = \frac{U_1}{i_1} = R_C = 10K\Omega \Rightarrow \boxed{R_{out} = 10K\Omega}$$

(όπως φαίνεται εύκολα από το απλοποιημένο σχήμα)

Άσκηση 2

$V_{out} = 2V$ (DC)

Ζ| V_{b1}, V_{b2}, $\frac{u_o}{u_{in}}$

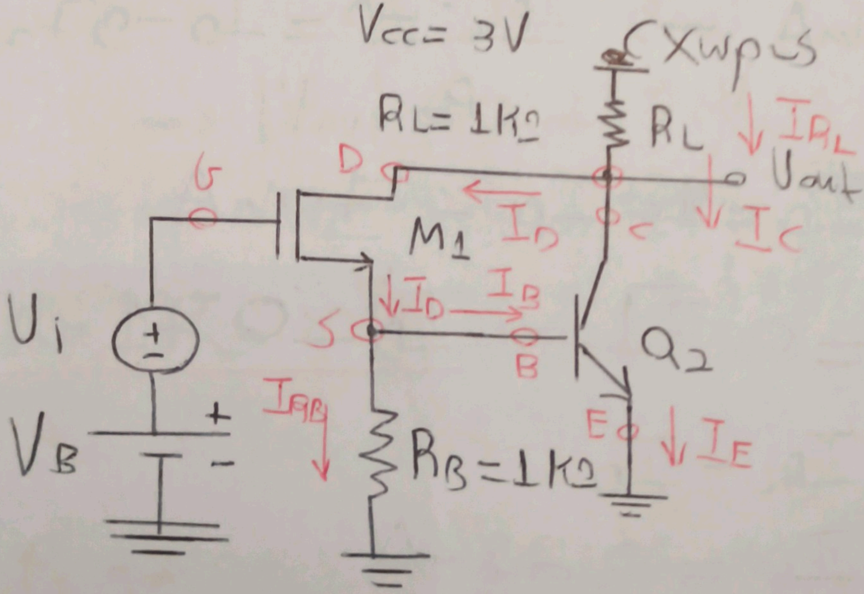
MOS: $W = 100\mu m$, $L = 1\mu m$

$\mu_n C_{ox}' = 200\,\mu A/V^2$, $V_{T0} = 0{,}6V$

$\varphi_B = 0{,}3V$, $\gamma = 0{,}25\,V^{\frac{1}{2}}$

$r_o \to +\infty$ (χωρίς φ. Early)

BJT: $I_S = 10^{-6}A$, $B = 100$, $r_o \to +\infty$ (χωρίς φ. Early)



DC - Ανάλυση

$u_i \to$ μηδενίζω

- $V_o = 2V \to \underline{V_C = V_D = 2V}$

$$I_{RL} = \frac{-V_o + V_{cc}}{R_L} = \frac{3-2}{1K\Omega} \Rightarrow \underline{I_{RL} = 1mA}$$

- Από ΝΡΚ

$$I_{RL} = I_C + I_D \quad (1)$$

• $V_{BE} = 0,7V \Leftrightarrow V_B - \cancel{V_E}^{0} = 0,7V \Rightarrow V_B = 0,7V$

όμως $V_S = V_B = 0,7V$ $\quad S \equiv B$

• $I_{R_B} = \frac{V_S - 0}{R_B} = \frac{0,7V}{1k\Omega} \Rightarrow I_{R_B} = 0,7mA$

(νόμος ohm)

• Από ΝΡΚ στον κόμβο S

$$I_{R_B} + I_B = I_D \Rightarrow I_B = I_D - 0,7mA \quad (2)$$

• Από (1),(2) και ότι $I_B = \frac{I_C}{B}$ έχουμε

$$\frac{I_C}{B} = I_D - 0,7mA \overset{(1)}{\Leftrightarrow} \frac{I_{RL} - I_D}{B} = I_D - 0,7mA$$

$$\xrightarrow[I_{RL}=1mA]{B=100} \quad 1mA - I_D = 100 I_D - 70mA$$

$$I_D = 0,7\overline{1} \Leftrightarrow I_D \simeq 0,71mA$$

Από (1) $\rightarrow I_C = I_{RL} - I_D$

$$\Rightarrow I_C = 0,29mA$$

$$I_B = \frac{I_C}{B} \rightarrow I_B = 0,029mA$$

$$I_E = \frac{1+B}{B} I_C \rightarrow I_E = 0,293mA$$

(8)

Βρήκαμε όλα τα ρεύματα πόλωσης, τώρα θα βρούμε τις τάσεις πόλωσης των transistor.

• MOS από τον τετραγωνικό νόμο

$$I_D = \frac{1}{2} k_n' \left(\frac{W}{L}\right) \cdot V_{ov}^2$$ (έστω περιοχή κορεσμού)

$$|V_{ov}| = \sqrt{\frac{2 I_D}{k_n' \frac{W}{L}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}71 \cdot 10^{-3}}{200 \cdot 10^{-6} \cdot 100}}$$

$$k_n' = \mu_n C_{ox} = 200 \mu \frac{A}{V^2}$$

$$\Rightarrow |V_{ov}| = 0{,}264 \ V$$

η τάση υπεροδήγησης είναι θετική για n-MOS $V_{ov} = 0{,}264V$

• $V_{ov} \triangleq V_{GS} - V_t$

από σχέση (5.30) $V_t = V_{t0} + \gamma \left[\sqrt{2\Phi_f + V_{SB}} - \sqrt{2\Phi_f}\right]$

$$V_t = 0{,}6 + 0{,}25 \left[\sqrt{0{,}6 + 0} - \sqrt{0{,}6}\right]$$

$V_t = V_{T0} = 0{,}6$ αφού αν αγνοώ φ. σώματος $V_{SB} = 0$

άρα $V_{GS} = V_{ov} + V_T = 0{,}864 V$

$$V_G - V_S = 0{,}864 V \quad (3)$$

$V_S = R_B \cdot I_{RB} = 1k\Omega \cdot 0{,}7mA = 0{,}7V$

από (3) $V_G = 1{,}564V$ Τάση πόλωσης MOS τρανζίστορ

$\rightarrow \boxed{V_B = V_G = 1{,}564V}$

~~$V_D = V_C = -I_{RL} \cdot R_L = -1mA \cdot 1k\Omega = -1V$~~

~~$V_{DS} = V_D - V_S =$~~

~~$V_D = V_O = 2V$~~

~~$V_{DS} = 2V - 0V$~~

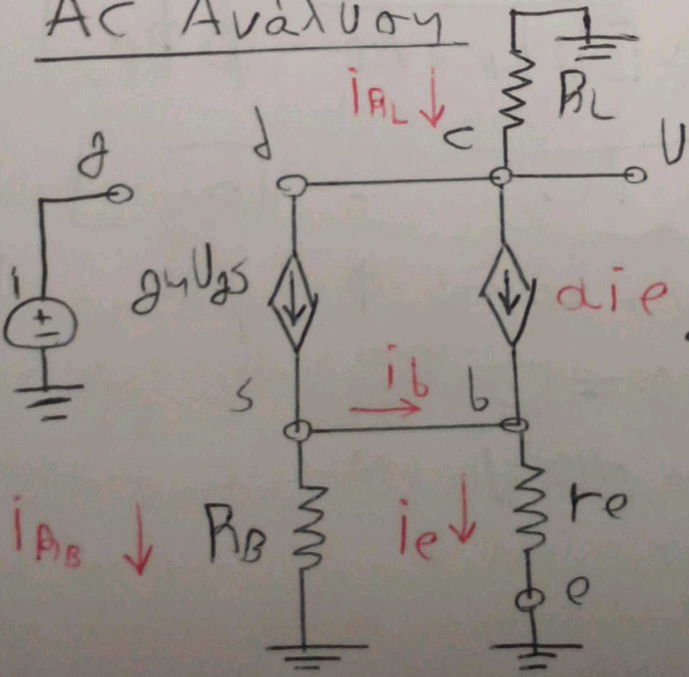
Τάση πόλωσης BJT τρανζίστορ

• $V_D = V_o = 2V$, $\boxed{V_S = 0{,}7V}$

$V_{DS} = 1{,}3V \geq V_{ov} = 0{,}264V$

άρα είναι σε αποκοπή το MOS όπως ισχυριστήκαμε.

AC Ανάλυση



αγνοώντας φ. Early

MOS: Π-μοντέλο

BJT: T-μοντέλο

• $g_m \triangleq \frac{2I_D}{V_{ov}} = \frac{2\cdot 0{,}71\cdot 10^{-3}}{0{,}264}$

$\rightarrow g_m = 5{,}38\cdot 10^{-3} \frac{A}{V}$

• $r_e = \frac{V_T}{I_E} = \frac{25mV}{0{,}293mA} \rightarrow r_e = 85{,}32\Omega$

10

• $V_{be} = r_e i_e \xRightarrow{V_e=0} V_b = r_e i_e \xRightarrow{i_e=(B+1)i_b}$

$V_b = (B+1) i_b \cdot r_e \quad (4)$

• ΝΡΚ στον S: $g_m V_{gs} = i_b + i_{RB} \xRightarrow[\text{οπου}]{(4)}$

$$g_m(V_g - V_s) = \frac{V_b}{(B+1)r_e} + \frac{V_s}{R_B} \quad \underset{V_s = V_b}{\overset{V_g = V_{in}}{\Longleftrightarrow}}$$

$$g_m \cdot V_{in} - g_m V_s = \frac{V_s}{(B+1)r_e} + \frac{V_s}{R_B} \Leftrightarrow$$

$$g_m V_{in} = V_s \left(g_m + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{(B+1)r_e} \right)$$

$$\boxed{\frac{V_s}{V_{in}} = \frac{g_m}{g_m + \frac{1}{(B+1)r_e} + \frac{1}{R_B}}}$$

$V_o = - i_{RL} R_L \quad (\alpha)$

$i_{RL} = g_m V_{gs} + \alpha i_e \quad (B)$

$i_e = (B+1) i_b \underset{V_b = V_s}{\overset{(4)}{=}} \frac{V_s}{r_e} \quad (\gamma)$

$\longrightarrow$

$$\frac{V_o}{-R_L} = g_m(V_{in} - V_s) + \frac{B}{B+1} \frac{V_s}{r_e} \Leftrightarrow$$

11

$$\frac{V_o}{-R_L} = g_m V_{in} + V_s\left(\frac{B}{(B+1)r_e} - g_m\right) \xleftrightarrow{:\frac{1}{V_s}}$$

$$\frac{V_o}{V_s} = -R_L\left[g_m \frac{V_{in}}{V_s} + \frac{B}{(B+1)r_e} - g_m\right] \longleftrightarrow$$

$$\frac{V_o}{V_s} = -R_L\left[\cancel{g_m} + \frac{1}{(B+1)r_e} + \frac{1}{R_B} + \frac{B}{(B+1)r_e} - \cancel{g_m}\right]$$

$$\boxed{\frac{V_o}{V_s} = -R_L\left[\frac{1}{r_e} + \frac{1}{R_B}\right]}$$

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{V_o}{V_s}\frac{V_s}{V_{in}} = \frac{-g_m R_L\left[\frac{1}{r_e} + \frac{1}{R_B}\right]}{g_m + \frac{1}{(B+1)r_e} + \frac{1}{R_B}}$$ Κέρδος Τάσης

$$= \frac{-5{,}38\cdot 10^{-3}\, 10^{3}\left[\frac{1}{85{,}32} + \frac{1}{10^{3}}\right]}{5{,}38\cdot 10^{-3} + \frac{1}{101\cdot 85{,}32} + \frac{1}{10^{3}}}$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{V_o}{V_{in}} = -10{,}53\frac{V}{V}}$$