Ejercicio Programación Lineal

Consigna

Una madre desea que sus niños obtengan ciertas cantidades de elementos nutritivos de sus cereales de desayuno. Los niños pueden escoger entre T o D o una mezcla de los dos. De su desayuno deben obtener, cuando menos, 1 mg. de tiamina, 5 mg. de niacina y 400 calorías. 30 gr. de T contienen 0,1 mg. de tiamina, 1 mg. de niacina y 110 calorías. 30 gr. de D contienen 0,25 mg. de tiamina, 0,25 mg. de niacina y 120 calorías. Cien gr. de T cuestan $ 100 y cien gr. de D cuestan $ 120.

Se pide:

1. Entregar informe con:
   a. Planteo de función objetivo y restricciones
   b. Desarrollo/resultado del problema de acuerdo a la programación realizada
   c. Interpretación del resultado
2. Código fuente del programa realizado.

Función objetivo y restricciones

Variables:

x: gramos de cereal T

y: gramos de cereal D

Ya que:

100 g de T cuestan $100 - $1 por gramo (100/100).

100 g de D cuestan $120 - $1.20 por gramo (100/120).

Función objetivo a minimizar

$$\text{Minimizar } Z = 1.0\,x + 1.2\,y$$

Restricciones:

Mínimo 1mg de Tiamina:

Cada 30g de:

- Cereal T aporta 0.1mg, entonces $\frac{0.1}{30} = 0.00333\ mg/g$
- Cereal D aporta 0.25 mg, entonces $\frac{0.25}{30} = 0.00833\ \mathrm{mg/g}$

Si x es la cantidad de gramos de T e y es la cantidad de gramos de D:

$$0.00333 \cdot x + 0.00833 \cdot y \geq 1$$

Esta ecuación nos asegura que haya al menos 1mg de Tiamina.

Mínimo 5mg de Niacina:

Cada 30g de:

- Cereal T aporta 1mg, entonces $\frac{1}{30} = 0.0333\ mg/g$
- Cereal D aporta 0.25 mg, entonces $\frac{0.25}{30} = 0.00833\ \mathrm{mg/g}$

Entonces la ecuación que asegura 5mg de Niacina es:

$$0.0333 \cdot x + 0.00833 \cdot y \geq 5$$

Mínimo 400 calorías:

Cada 30g de:

- Cereal T aporta 110 cal, entonces $\frac{110}{30} = 3.6667\ cal/g.$

- Cereal D aporta 120 cal, entonces $\frac{120}{30} = 4.0\ cal/g.$

Entonces la siguiente ecuación asegura que haya al menos 400 calorías:

$$3.6667\ .\ x + 4.0\ .\ y\ \geq 400$$

No negatividad:

No se puede usar una cantidad negativa de cereal:

$$x\ \geq 0$$

$$y\ \geq 0$$

Entonces las restricciones son las siguientes:

Restricción de tiamina: $\left(\frac{0.1}{30}\right)x + \left(\frac{0.25}{30}\right)y\ \geq 1$

Restricción de niacina: $\left(\frac{1}{30}\right)x + \left(\frac{0.25}{30}\right)y\ \geq 5$

Restricción de calorías: $\left(\frac{110}{30}\right)x + \left(\frac{120}{30}\right)y\ \geq 400$

Resultado del problema

En el programa se utilizó la librería *scipy.optimize.linprog* para resolver el problema.

Esta librería nos permite resolver problemas de programación lineal. Le damos una función objetivo con sus restricciones y encuentra los valores óptimos de las variables que minimizan o maximizan la función. En caso la usamos para minimizar el costo de la combinación de cereales T y D cumpliendo con los requisitos.

Los resultados al correr el programa son:

- Costo mínimo: $ 213.33
- Gramos de cereal T: 133.33
- Gramos de cereal D: 66.67

En la consola:

```
Minimum cost: $213.33
Grams of cereal T: 133.33
Grams of cereal D: 66.67
```

Para comprobar que el resultado obtenido cumple con la función objetivo, sustituimos los valores en ella:

$$Z = 1.0 \cdot x + 1.2 \cdot y = \ 1.0 \cdot 133.33 + 1.2 \cdot 66.67 = 133.33 + 80.00 = \$213.33$$

Esto coincide exactamente con el valor devuelto por el programa validando que la solución es correcta y que se alcanzó el menor costo posible.

Interpretación del resultado

La solución óptima nos indica que la madre puede proporcionar a sus hijos un desayuno económico y nutritivo utilizando 134 gramos de cereal T y 67 gramos de cereal D.

Esto garantiza que los hijos consuman al menos 1 mg de Tiamina, 5 mg de Niacina y al menos 400 calorías. Todo ello a un costo mínimo de $ 214 aproximadamente.