Logica e Reti Logiche

Anno Accademico: 2020-2021

Primo Test Intermedio

Docente: Francesco Pasquale

22 aprile 2021

Ogni esercizio vale 6 punti. La sufficienza si raggiunge con 18 punti.

Esercizio 1. Si consideri la successione $\{a_n\}_{n \geqslant 0}$ definita da

$$\begin{cases} a_0 &= 2 \\ a_n &= (a_{n-1})^2 \quad \text{per } n \geqslant 1 \end{cases}$$

Dire quale delle seguenti affermazioni è corretta e dimostrarlo per induzione.
Per ogni $n \geqslant 0$,

1. $a_n = 2(n+1)^2$
2. $a_n = 2^{n+1}$
3. $a_n = 2 \cdot 2^{2n}$
4. $a_n = 2^{2^n}$
5. $a_n = 2 \cdot (n+1)!$
6. Nessuna delle precedenti: $a_n = \ldots$.

Esercizio 2. Per ognuna delle due formule seguenti, dire se la formula è una tautologia, una contraddizione o una contingenza, motivando adeguatamente la risposta

1. $[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)] \Rightarrow [(p \wedge r) \Rightarrow (q \wedge s)]$
2. $[(\sim p \Rightarrow q) \wedge (\sim r \Rightarrow s)] \equiv (p \wedge \sim q \wedge r \wedge \sim s)$

Esercizio 3. Per ognuna delle due formule seguenti, dare una interpretazione in cui la formula è vera e una interpretazione in cui è falsa

1. $\exists x P(x) \wedge \sim \forall x P(x)$
2. $\forall x \exists y P(x, y) \wedge \sim \exists y \forall x P(x, y)$

Esercizio 4. Usando il metodo dei *tableaux* dimostrare che la formula seguente è valida

$$\exists x \forall y P(x, y) \wedge \exists y \forall x Q(x, y) \Rightarrow \exists x \exists y (P(x, y) \wedge Q(x, y))$$

Esercizio 5. Sia $\mathcal{S}$ il sistema assiomatico definito dai seguenti schemi di assiomi

A1 : $X \Rightarrow (Y \Rightarrow X)$

A2 : $[X \Rightarrow (Y \Rightarrow Z)] \Rightarrow [(X \Rightarrow Y) \Rightarrow (X \Rightarrow Z)]$

e dalla regola di inferenza *Modus Ponens*. Dimostrare che nel sistema $\mathcal{S}$

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r),\, q \vdash p \Rightarrow r$$