

Algoritmi e Strutture Dati (modulo II) - testo prova scritta 19/02/2024  
docenti: Luciano Gualà & Andrea Clementi

Cognome:..... Nome:..... Matr.:.....

**Esercizio 1** Si consideri un grafo non orientato e connesso  $G = (V, E)$  di  $n$  nodi dove ad ogni arco  $e \in E$  è associato un peso positivo  $w(e)$ . E si consideri l'esecuzione dell'algoritmo di Kruskal  $\mathcal{A}$  con input  $G$ .

A. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera:

- L'algoritmo  $\mathcal{A}$  trova un Minimum Spanning Tree (MST) di  $G$  solo se i pesi degli archi di  $G$  sono distinti.
- L'algoritmo processa gli archi di  $G$  in ordine crescente di peso, ma troverebbe un MST di  $G$  anche se processasse gli archi in ordine *decrescente* di peso.
- Dopo aver processato l'arco di peso minimo di  $G$ , l'algoritmo ha calcolato una soluzione parziale che è una foresta di esattamente  $n - 1$  componenti connesse;
- Dopo aver processato il secondo arco di peso minimo di  $G$ , l'algoritmo ha calcolato una soluzione parziale che è una foresta di esattamente  $n - 2$  componenti connesse;
- Dopo aver processato il terzo arco di peso minimo di  $G$ , l'algoritmo ha calcolato una soluzione parziale che è una foresta di esattamente  $n - 3$  componenti connesse;
- Nell'implementazione efficiente dell'algoritmo i nodi ancora non raggiunti vengono mantenuti in una coda con priorità;
- Quando l'algoritmo processa un generico arco  $e$ , aggiunge  $e$  alla soluzione se l'arco è l'arco più leggero di un ciclo;
- Quando l'algoritmo processa un generico arco  $e$  e decide di non aggiungerlo alla soluzione, vuol dire non solo che l'arco  $e$  forma un ciclo con gli archi già aggiunti, ma che è anche l'arco più pesante di quel ciclo;

B. Si dica quale struttura dati viene utilizzata nell'implementazione efficiente dell'algoritmo di Kruskal, quali operazioni mette a disposizione la struttura dati e come queste vengono usate nell'algoritmo. (Max 10 righe.)

**Esercizio 2** Si consideri il problema dell'Interval Scheduling (IS).

A. Si definisca formalmente il problema di IS. (Max 5 righe.)

B. Si argomenti sul perché l'algoritmo greedy che guarda gli intervalli in ordine crescente di lunghezza non calcola una soluzione ottima. (Max 3 righe.)

C. Si definisca il criterio di ordinamento degli intervalli che porta all'algoritmo greedy corretto, ovvero l'algoritmo greedy che trova sempre una soluzione ottima del problema.

D. Si dimostri a grandi linee perché l'algoritmo del punto (C) trova sempre una soluzione ottima del problema.