Primo Esonero del corso di Fisica del 29.04.2022

Corso di Laurea in Informatica

A.A. 2021-2022

(Prof. Paolo Camarri)

Cognome:

Nome:

Matricola:

Anno di immatricolazione:

Problema n.1

Un'auto percorre una curva piana circolare di raggio $R = 150\ \mathrm{m}$. L'auto imbocca la curva all'istante $t_i = 0$ con modulo della velocità istantanea $v(t_i) = v_i = 90\ \mathrm{km/h}$, e all'istante $t_f = 15\ \mathrm{s}$ esce dalla curva con modulo della velocità istantanea $v(t_f) = v_f = 50\ \mathrm{km/h}$ (FIGURA 1).

a) Sapendo che, lungo la curva, il modulo della velocità istantanea dell'auto varia nel tempo secondo la legge $v(t) = v_i - bt$, si calcoli il valore del parametro b. Si scriva la formula letterale e poi il valore numerico con la corretta unità di misura.

$b =$	$=$

b) Si calcoli la distanza D percorsa dall'auto lungo la curva nell'intervallo di tempo tra gli istanti t_i e t_f .

$D =$	$=$

c) Si calcolino i moduli del componente tangenziale $\vec{a_t}$ e del componente radiale $\vec{a_r}$ dell'accelerazione dell'auto all'istante $t_i = 0$, e il modulo dell'accelerazione complessiva $\vec{a}$ dell'auto allo stesso istante.

$\lvert\vec{a}_t\rvert =$	$=$
$\lvert\vec{a}_r\rvert =$	$=$
$\lvert\vec{a}\rvert =$	$=$

Problema n.2

Una slitta avente massa $M = 200\ \mathrm{kg}$ si trova su un piano orizzontale. Il coefficiente di attrito dinamico tra la slitta e il piano orizzontale è $\mu_d = 0{,}20$. La slitta viene trascinata da una corda che, quando viene messa in tensione, forma un angolo $\theta = 30°$ con la direzione orizzontale (FIGURA 2).

a) Quanto vale il modulo della forza $\vec{F}$ esercitata dalla corda sulla slitta affinché quest'ultima si muova sul piano orizzontale con velocità costante?

$\lvert\vec{F}\rvert =$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $=$

b) Nelle condizioni del punto a), si calcolino la potenza P_F sviluppata dalla forza $\vec{F}$ e la potenza P_d sviluppata dalla forza di attrito dinamico se la slitta si muove di moto rettilineo uniforme con velocità di modulo $v = 2\ \mathrm{m\ s^{-1}}$.

$P_F =$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $=$
$P_d =$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $=$

c) Quanto vale il massimo valore F_{max} che può assumere il modulo della forza $\vec{F}$ affinché la slitta rimanga in contatto con il piano orizzontale?

$F_{max} =$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $=$

Problema n.3

Una cupola liscia a forma di semisfera di raggio $R = 5\ \mathrm{m}$ è fissata su un piano orizzontale (FIGURA 3). Un punto materiale si trova sulla sommità della cupola (punto A), inizialmente fermo.

a) Si dica se la posizione A è di equilibrio stabile o instabile per il punto materiale. Si giustifichi brevemente la risposta.

La posizione A è di equilibrio……………………… poiché

b) A un certo istante il punto materiale inizia a scivolare lungo la superficie della cupola, partendo da fermo. Si calcoli il modulo della velocità istantanea del corpo in funzione dell'angolo θ , e se ne calcoli il valore nel caso specifico $\theta = 30°$. Suggerimento: si consiglia di valutare anzitutto la variazione tra la quota iniziale del punto materiale e la quota del punto materiale nella posizione angolare θ generica (punto B della FIGURA 3).

$v(\theta) \quad =$
$v(\theta = 30°) \quad =$

c) Si calcoli il modulo N della reazione vincolare della superficie della cupola sul punto materiale in una posizione angolare θ generica. Facoltativo: si trovi per quale valore $\bar{\theta}$ dell'angolo θ il punto materiale si distacca dalla superficie della cupola.

$N \; =$	$=$
$\bar{\theta} \; =$	$=$

FIGURA 1

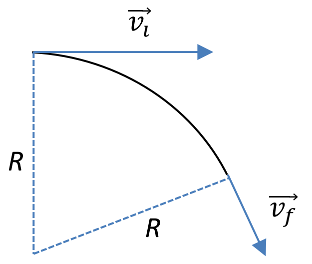
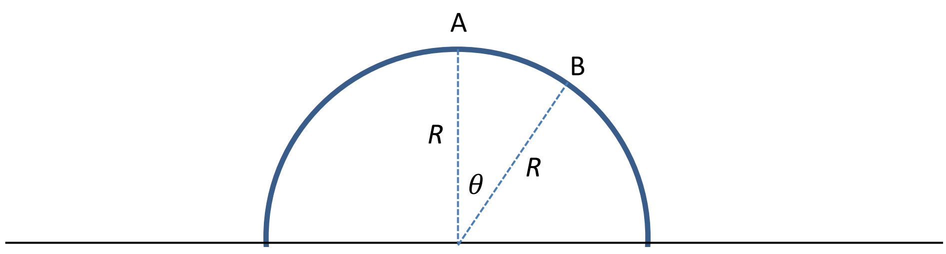


FIGURA 2

FIGURA 3



L'esonero scritto prevede la risoluzione in TRE ore, a partire dall'ora comunicata dal docente all'inizio dello svolgimento della prova, dei tre esercizi sopra riportati, potendo consultare solo un formulario personale composta al massimo da 4 facciate di foglio protocollo. I fogli su cui svolgere i calcoli per la risoluzione dei problemi sono forniti dal docente.

La risposta a ciascuna domanda deve essere scritta nel riquadro corrispondente. Scrivere SOLO LA RISPOSTA FINALE, prima la formula letterale (se possibile) e poi il valore numerico. Nessun calcolo deve essere svolto su questi fogli.

Si richiede in ogni caso la consegna sia del presente foglio sia dei fogli manoscritti in cui sono stati svolti i calcoli.

Un libro di testo è a disposizione sulla cattedra, portato dal docente.

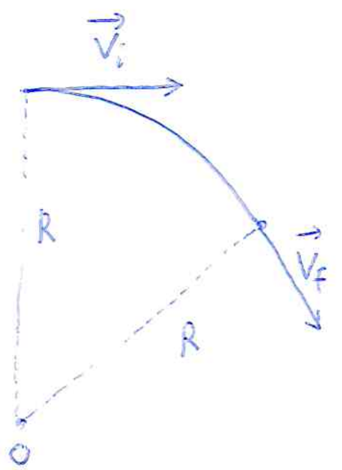
Lo studente, oltre al foglio di carta, alla penna e a eventuali strumenti per disegno (matite, riga, squadra, compasso), può tenere sul tavolo solo una calcolatrice tascabile non programmabile.

CORSO DI FISICA PER INFORMATICA

A. A. 2021-2022

PRIMO ESONERO SCRITTO 29/04/2022

PROBLEMA N. 1



a) Dalla legge $v(t) = v_i - bt$,

si verifica che $v(t_i) = v(0) = v_i$;

risulta poi:

$$v(t_f) = v_i - bt_f = v_f$$

Da questa ultima relazione ricaviamo:

$bt_f = v_i - v_f$, e quindi

$$b = \frac{v_i - v_f}{t_f}$$

Poiché $v_i = 90\,km/h = \frac{90}{3{,}6}\,\frac{m}{s} = 25\,m\,s^{-1}$

$v_f = 50\,km/h = \frac{50}{3{,}6}\,\frac{m}{s} \simeq 13{,}89\,m\,s^{-1}$,

otteniamo

$$\boxed{b = \frac{v_i - v_f}{t_f} \simeq \frac{25\,m\,s^{-1} - 13{,}89\,m\,s^{-1}}{15\,s} \simeq 0{,}74\,m\,s^{-2}}$$

b ha le dimensioni di una accelerazione.

b) Il modulo della velocità decresce linearmente con il tempo, per cui, per quanto riguarda il modulo della velocità, si tratta di un moto uniformemente decelerato (sebbene non rettilineo). Pertanto, la distanza percorsa dall'auto lungo la curva nell'intervallo di tempo tra gli istanti $t_i = 0$ e $t_f = 15\ s$ è

$$\boxed{D = v_i t_f - \frac{1}{2} b t_f^2 \simeq (25\ m\,s^{-1})\cdot(15\ s) - \frac{1}{2}(0{,}74\ m\,s^{-2})(15\ s)^2 \simeq 291{,}75\ m}$$

c) Dallo studio fatto nei punti a) e b), risulta chiaro che abbiamo, per il modulo del componente tangenziale dell'accelerazione:

$\boxed{|\vec{a}_t| = b \simeq 0{,}74\ m\,s^{-2}}$, costante durante tutto il moto lungo la curva.

Il modulo del componente radiale dell'accelerazione all'istante $t_i = 0$ è

$$\boxed{|\vec{a}_r| = \frac{v_i^2}{R} = \frac{(25\ m\,s^{-1})^2}{150\ m} \simeq 4{,}17\ m\,s^{-2}}$$

Pertanto, il modulo dell'accelerazione complessiva all'istante $t_i = 0$ è

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{|\vec{a}_t|^2 + |\vec{a}_r|^2} \simeq 4{,}24\ m\,s^{-2}}$$

Problema n. 2

a)

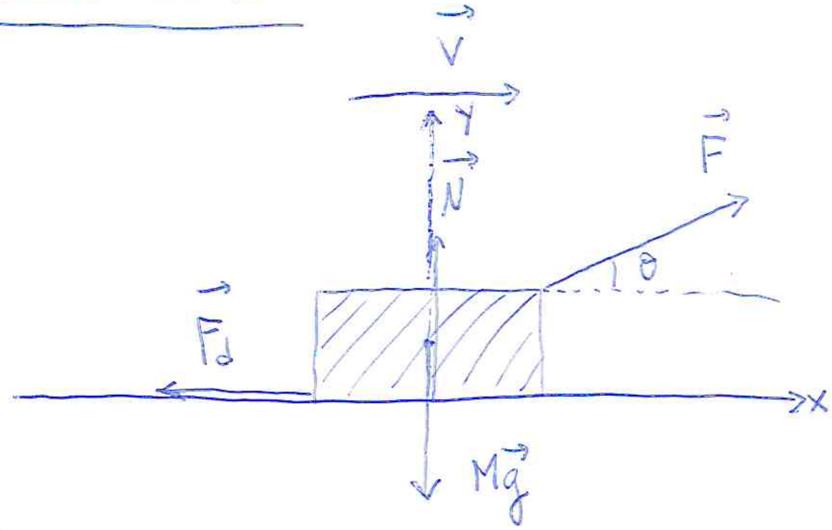


Diagramma delle forze agenti sulla slitta durante il suo moto.

$\vec{N}$: reazione vincolare del piano orizzontale

$\vec{F}_d$: forza di attrito dinamico

Affinché la slitta si muova con velocita' $\vec{V}$ costante, deve risultare

$$\vec{F} + M\vec{g} + \vec{F}_d + \vec{N} = 0 .$$

Introdotto un sistema di assi cartesiani ortogonali come nello schema qua sopra, (x, y), deve quindi risultare:

$$\begin{cases} (\vec{F})_x + (M\vec{g})_x + (\vec{F}_d)_x + (\vec{N})_x = 0 \\ (\vec{F})_y + (M\vec{g})_y + (\vec{F}_d)_y + (\vec{N})_y = 0 \end{cases}$$

Posto $|\vec{N}| = N$, $|\vec{F}| = F$, otteniamo quindi

$$\begin{cases} F\cos\theta - \mu_d N = 0 \\ F\,\mathrm{sen}\,\theta - Mg + N = 0 \end{cases}$$

Dalla seconda equazione ricaviamo

$$N = Mg - F\,\mathrm{sen}\,\theta$$

Sostituendo nella prima equazione, otteniamo

$$F\cos\theta - \mu_d\,(Mg - F\,\mathrm{sen}\,\theta) = 0,$$ da cui

$$(\cos\theta + \mu_d\,\mathrm{sen}\,\theta)\,F = \mu_d\,Mg,$$ e infine

$$\boxed{F = \frac{\mu_d\,Mg}{\cos\theta + \mu_d\,\mathrm{sen}\,\theta} = \frac{0{,}20\cdot(200\,\mathrm{kg})\cdot(9{,}81\,\mathrm{m\,s^{-2}})}{\cos 30^\circ + 0{,}20\cdot\mathrm{sen}\,30^\circ} \simeq 406{,}20\,\mathrm{N}}$$

b) Risulta

$$\boxed{\begin{aligned} P_F &= \vec{F}\cdot\vec{v} = F\,|\vec{v}|\cdot\cos\theta = \frac{\mu_d\,Mg\,v\cos\theta}{\cos\theta + \mu_d\,\mathrm{sen}\,\theta} = \\ &= \frac{0{,}20\cdot(200\,\mathrm{kg})\cdot(9{,}81\,\mathrm{m\,s^{-2}})\cdot(2\,\mathrm{m\,s^{-1}})\cdot\cos 30^\circ}{\cos 30^\circ + 0{,}2\cdot\mathrm{sen}\,30^\circ} \simeq 703{,}56\,\mathrm{W}\end{aligned}}$$

Dato che l'energia cinetica della slitta non varia durante il suo moto (per le ipotesi del problema), e dato che le uniche forze che compiono lavoro sono la forza $\vec{F}$ e la forza di attrito dinamico $\vec{F}_d$, necessariamente deve risultare $P_d = -P_F$.

Verifichiamolo con il calcolo diretto:

$$\boxed{\begin{aligned} P_d &= \vec{F}_d \cdot \vec{v} = -\mu_d N v = \\ &= -\mu_d v \left(Mg - F \operatorname{sen}\theta \right) = -\mu_d v \left[Mg - \frac{\mu_d Mg \operatorname{sen}\theta}{\cos\theta + \mu_d \operatorname{sen}\theta} \right] = \\ &= -\mu_d Mgv \left(1 - \frac{\mu_d \operatorname{sen}\theta}{\cos\theta + \mu_d \operatorname{sen}\theta} \right) = -\mu_d Mgv \left(\frac{\cos\theta + \cancel{\mu_d \operatorname{sen}\theta} - \cancel{\mu_d \operatorname{sen}\theta}}{\cos\theta + \mu_d \operatorname{sen}\theta} \right) = \\ &= -\frac{\mu_d Mgv \cos\theta}{\cos\theta + \mu_d \operatorname{sen}\theta} = -P_F \simeq -703{,}56 \text{ W} \end{aligned}}$$

c) Dalla relazione

$N = Mg - F \operatorname{sen}\theta$, ricavata nel punto a),

ricaviamo la condizione affinché la slitta rimanga in contatto con il piano orizzontale:

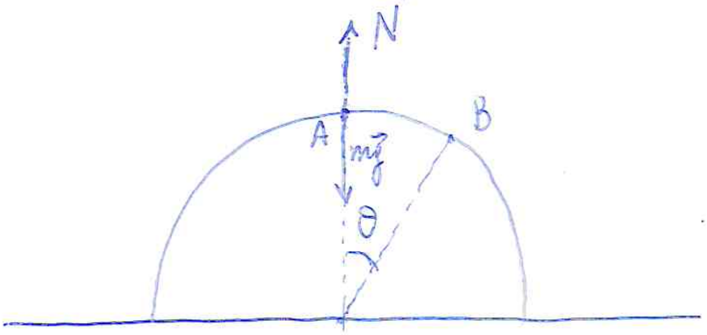
$N \geq 0 \Rightarrow Mg - F \operatorname{sen}\theta \geq 0$, da cui

$F \operatorname{sen}\theta \leq Mg$, e quindi $F \leq \dfrac{Mg}{\operatorname{sen}\theta}$

Pertanto risulta

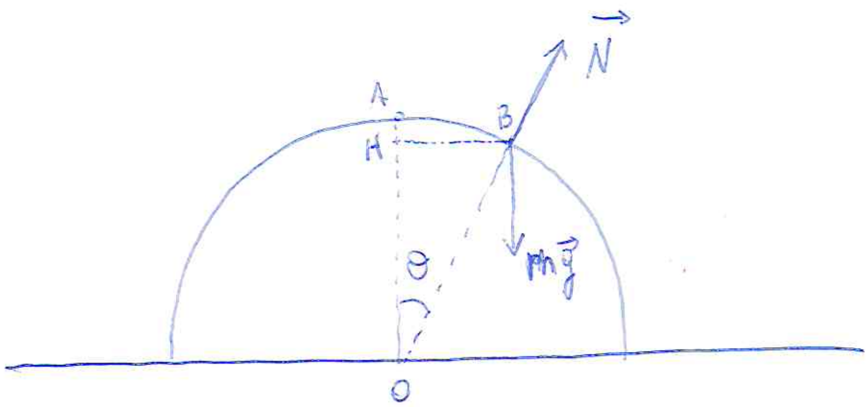
$$\boxed{F_{max} = \frac{Mg}{\operatorname{sen}\theta} = \frac{(200 \text{ kg}) \cdot (9{,}81 \text{ m s}^{-2})}{\operatorname{sen} 30^\circ} \simeq 3924 \text{ N}}$$

Problema n. 3



a) Il punto A è il punto più elevato della superficie della cupola semisferica. È un punto di equilibrio, in quanto in tale punto le due forze agenti sul punto materiale non hanno componenti diverse da zero lungo la direzione tangente alla superficie della cupola, per cui un punto materiale fermo in tale punto resta fermo. Il punto di equilibrio A è una posizione di EQUILIBRIO INSTABILE, in quanto in tale punto l'energia potenziale gravitazionale del punto materiale ha un massimo rispetto a tutte le altre posizioni possibili del punto materiale sulla superficie della cupola; detto altrimenti, se spostiamo di un tratto piccolo a piacere il punto materiale dalla posizione A e lo lasciamo libero da fermo, il punto materiale sente una forza tangenziale che lo allontana dalla posizione di equilibrio A.

b)



Le forze agenti sul punto materiale sono $m\vec{g}$ e $\vec{N}$, in una posizione angolare generica ϑ (vedi schema qua sopra). Ma l'unica forza che compie lavoro mentre il punto materiale scivola sulla superficie della cupola è la forza peso (la reazione vincolare $\vec{N}$ compie lavoro nullo). Poiché la forza peso è conservativa, durante il moto del punto materiale l'energia meccanica si conserva. Scelto come istante iniziale l'istante in cui il punto materiale si trova in A, e come istante finale quello in cui il punto materiale si trova in B, e che risulta:

quota di A: $h_A = \overline{OA} = R$

quota di B: $h_B = \overline{OH} = \overline{OB}\cos\vartheta = R\cos\vartheta$,

possiamo scrivere:

$E_{m,f} = E_{m,i}$, cioè

$\frac{1}{2}\cancel{m}(v(\theta))^2 + \cancel{m}g\,h_B = \cancel{m}g\,h_A$, cioè

$\frac{1}{2}(v(\theta))^2 = g(h_A - h_B)$, e quindi

$$(V(\theta))^2 = 2g(h_A - h_B) = 2g(R - R\cos\theta) = 2gR(1-\cos\theta)$$

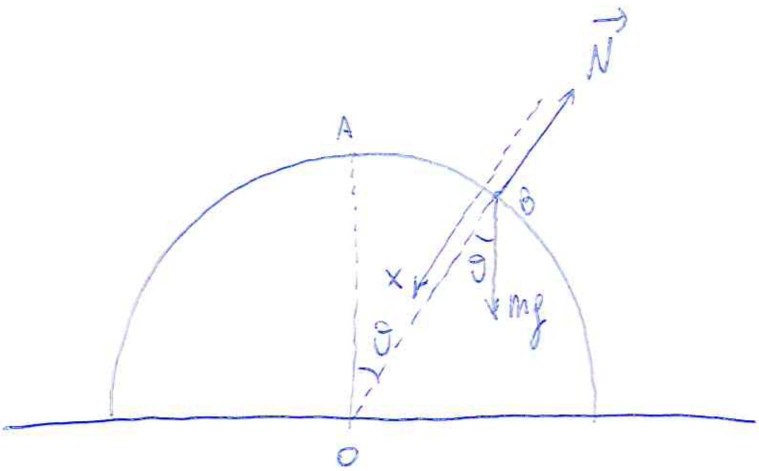
In definitiva:

$$\boxed{V(\theta) = \sqrt{2gR(1-\cos\theta)}}$$

Risulta quindi:

$$\boxed{V(\theta = 30^\circ) = \sqrt{2\cdot(9{,}81\ m\,s^{-2})\cdot(5\ m)\cdot(1-\cos 30^\circ)} \simeq 3{,}63\ m\,s^{-1}}$$

c)



Introducendo un asse x diretto lungo la direzione radiale nell'istante in cui il punto materiale si trova nella posizione B, orientato positivamente verso il centro della cupola semisferica (vedi schema qua sopra), possiamo applicare la seconda legge della dinamica al punto materiale in tale istante:

$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}$, e considerare poi le componenti radiali dei vettori nell'equazione:

$m a_x = m g \cos\theta - N$, essendo $N = |\vec{N}|$.

Poiché $a_x = \dfrac{(v(\theta))^2}{R} = 2g(1-\cos\theta)$, otteniamo:

$$N = mg\cos\theta - m a_x = m(g\cos\theta - a_x),$$ cioè

$$N = m\left(g\cos\theta - 2g(1-\cos\theta)\right) = mg\left(\cos\theta - 2 + 2\cos\theta\right),$$

e infine

$$\boxed{N = mg\,(3\cos\theta - 2)}$$

Il punto materiale si distacca dalla superficie della cupola quando il modulo della reazione vincolare si annulla, e questo avviene quando

$$3\cos\theta - 2 = 0 \Rightarrow \cos\theta = \frac{2}{3},$$ cioè per

$$\boxed{\theta = \bar{\theta} = \arccos\left(\frac{2}{3}\right) \simeq 0{,}841 \text{ rad} \simeq 48{,}19^\circ}$$