Secondo Appello estivo del corso di Fisica del 21.07.2022

Corso di Laurea in Informatica

A.A. 2021-2022

(Prof. Paolo Camarri)

Cognome:

Nome:

Matricola:

Anno di immatricolazione:

Problema n.1

Un punto materiale cade lungo la direzione verticale partendo da fermo da una quota $h = 10$ m al di sopra del livello del suolo. A partire dall'istante in cui raggiunge il suolo nel punto A, il punto materiale percorre una guida liscia priva di deviazioni brusche, e si stacca dalla guida esattamente al livello del suolo nel punto B, con il vettore velocità istantanea $\overrightarrow{v_1}$ che forma un angolo $\theta = 30°$ con la direzione orizzontale (FIGURA 1). Successivamente, il punto materiale procede liberamente sotto l'azione della forza peso, con attrito dell'aria trascurabile.

a) Si calcoli il modulo v_0 della velocità istantanea del punto materiale nell'istante in cui, al termine della caduta lungo la verticale, raggiunge il suolo.

$v_0 =$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $=$

b) Si calcoli il valore della quota più elevata H raggiunta dal punto materiale dopo essersi staccato dalla guida.

$H =$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $=$

c) Si calcoli il valore della distanza orizzontale D tra il punto in cui il punto materiale si stacca dalla guida e il punto in cui il punto materiale tocca nuovamente il suolo dopo essersi staccato dalla guida.

$D =$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $=$

Problema n.2

Una ruota rigida omogenea avente massa $M = 2\ \mathrm{kg}$ e raggio $R = 0{,}4\ \mathrm{m}$, poggiata su un piano orizzontale con attrito e inizialmente ferma, viene messa in movimento a partire dall'istante $t = 0$ grazie all'applicazione al suo asse di un momento che varia nel tempo secondo la legge $M_z = kt$, con $k = 1\ \mathrm{N\ m\ s^{-1}}$ (FIGURA 2). Nella fase iniziale del suo moto, la ruota rotola senza strisciare sul piano orizzontale.

a) Si scriva la legge che esprime la variazione temporale dell'accelerazione angolare della ruota a partire dall'istante $t = 0$

$\alpha(t) =$

b) In quale istante t_1 la ruota inizia a slittare nel contatto con il piano orizzontale, sapendo che il coefficiente di attrito statico tra la ruota e il piano orizzontale è $\mu_s = 0{,}25$?

$t_1 =$	$=$

c) Si calcoli la distanza L percorsa dal centro di massa della ruota tra l'istante $t = 0$ e l'istante t_1

$L =$	$=$

Problema n.3

Una sbarretta conduttrice avente lunghezza $l = 0{,}1\ \mathrm{m}$, massa $m = 2{,}5 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{kg}$ e resistenza elettrica $R = 3\ \Omega$ ha le estremità incernierate a due guide parallele, di resistenza elettrica trascurabile e disposte verticalmente, e può scorrere senza attrito mantenendosi perpendicolare a esse (FIGURA 3). Gli estremi inferiori delle guide sono collegati ai poli di un generatore di f.e.m. avente valore $\mathcal{E} = 6$ V e il circuito si trova immerso un campo magnetico uniforme diretto perpendicolarmente al piano del circuito e avente modulo $B = 0{,}8\ \mathrm{T}$. Nell'istante in cui viene acceso il generatore, la sbarretta viene lasciata libera di muoversi.

a) Si calcoli il modulo F_B della forza magnetica agente sulla sbarretta

$F_B =$ $\qquad\qquad\qquad =$

b) Si calcoli il valore limite v_L a cui tende il modulo della velocità della sbarretta per $t \to \infty$

$v_L =$ $\qquad\qquad\qquad =$

c) Si dica per quale valore del modulo B^* del modulo del campo magnetico (a parità di tutti gli altri parametri assegnati nel problema) la sbarretta rimane in equilibrio.

$B^* =$ $\qquad\qquad\qquad =$

FIGURA 1

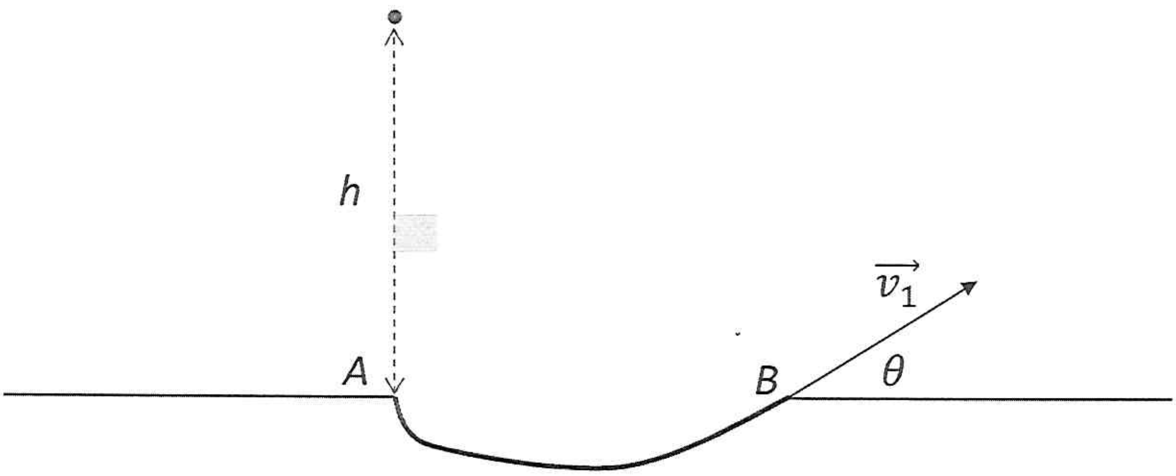


FIGURA 2

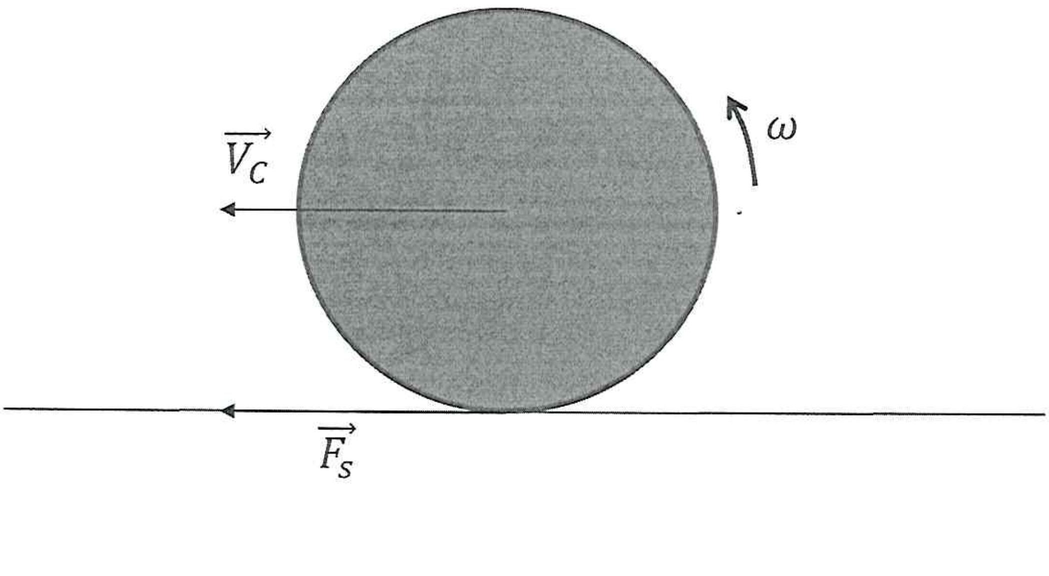
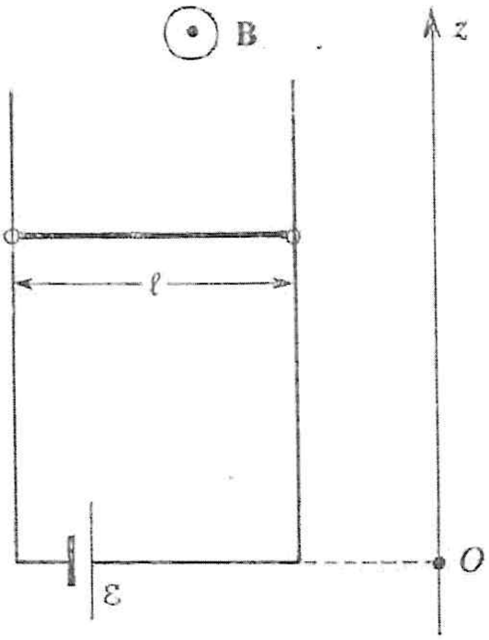


FIGURA 3



L'esame scritto prevede la risoluzione in TRE ore dei tre esercizi sopra riportati.

I fogli su cui svolgere i calcoli per la risoluzione dei problemi sono forniti dal docente.

Chi deve recuperare il primo esonero deve svolgere il solo Problema n.1 in UN'ora.

Chi deve recuperare il secondo deve svolgere il solo Problema n.2 in UN'ora.

Chi deve recuperare il terzo esonero deve svolgere il solo Problema n.3 in UN'ora.

La risposta a ciascuna domanda deve essere scritta nel riquadro corrispondente. Scrivere SOLO LA RISPOSTA FINALE, prima la formula letterale (se possibile) e poi il valore numerico. Nessun calcolo deve essere svolto su questi fogli.

Si richiede in ogni caso la consegna sia del presente foglio sia di tutti i fogli manoscritti in cui sono stati svolti i calcoli.

Si può consultare un formulario proprio (un foglio protocollo con 4 facciate).

Un libro di testo è a disposizione sulla cattedra, portato dal docente, per consultazione.

Lo studente, oltre al foglio di carta e alla penna, può tenere sul tavolo solo la calcolatrice.

CORSO DI FISICA PER INFORMATICA A. A. 2021-2022

PROF. PAOLO CAMARRI

SECONDO APPELLO ESTIVO 21/07/2022

Problema n. 1

a) Se trascuriamo l'attrito dell'aria, nella caduta libera di un punto materiale l'energia meccanica si conserva.

Pertanto, scelto come istante iniziale quello in cui il punto materiale inizia la sua caduta partendo da fermo dalla quota h al di sopra del livello del suolo, e come istante finale quello in cui il punto materiale raggiunge il suolo, risulta:

$$E_{m,f} = E_{m,i} \quad , \quad \text{cioe'}$$

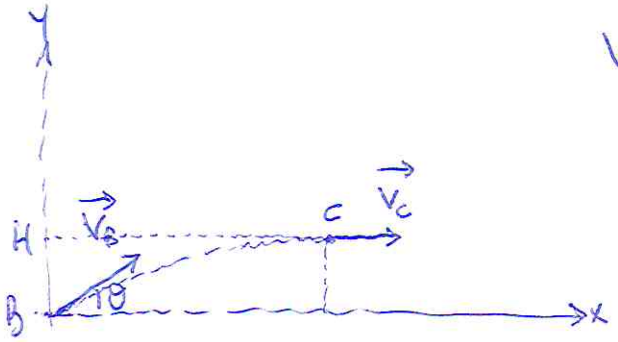
$$\frac{1}{2} m v_0^2 = mgh$$, dove m e' la massa del punto materiale e v_0 e' il modulo della sua velocita' istantanea al termine della caduta; otteniamo quindi

$$v_0^2 = 2gh, \quad \text{cioe'} \quad \boxed{v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \, m\,s^{-2} \cdot 10 \, m} \simeq 14{,}01 \, m\,s^{-1}}$$

b) Nel punto B, che si trova alla stessa quota del punto A, il modulo della velocità istantanea del punto materiale è chiaramente uguale a v_0, dato che nel percorso tra i punti A e B il punto materiale non ha perso energia meccanica. A partire dall'istante in cui il punto materiale si stacca dalla guida ~~nel~~ punto B, esso percorre una traiettoria parabolica, come noto, con la componente orizzontale della velocità istantanea che si mantiene costante. Nel punto più elevato della traiettoria il vettore velocità istantanea è diretto orizzontalmente. L'energia meccanica si conserva (non agiscono forze dissipative, per ipotesi). Scegliendo come istante iniziale quello in cui il punto materiale si distacca dal suolo nel punto B, e come istante finale quello in cui il punto materiale raggiunge il punto più elevato della traiettoria, possiamo scrivere

$E_{m,f} = E_{m,i}$; seguendo lo schema qua sotto, risulta

$$|\vec{v}_C| = v_{C,x} = v_{B,x} = v_0 \cos\theta$$



$$v_{B,y} = |\vec{v}_B| \operatorname{sen}\theta = v_0 \operatorname{sen}\theta$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} |\vec{v}_C|^2 + \cancel{m} g H = \frac{1}{2} \cancel{m} |\vec{v}_B|^2$$

$$\frac{1}{2} (v_0 \cos\theta)^2 + g H = \frac{1}{2} v_0^2 \Rightarrow \qquad g H = \frac{1}{2} v_0^2 (1 - \cos^2\theta_0) = \frac{1}{2} v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta_0$$

E infine:

$$H = \frac{v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta_0}{2g} = \frac{\cancel{2}\cancel{g}h \operatorname{sen}^2\theta_0}{\cancel{2}\cancel{g}}$$

$$\boxed{H = h \operatorname{sen}^2\theta_0 = (10\ m)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 2{,}5\ m}$$

c) Il tempo di volo del punto materiale è uguale al doppio del tempo necessario per andare dal punto B al punto di quota massima della traiettoria.

Il "tempo di salita" t_1 si ottiene dall'equazione

$$v_{B,y} - g\,t_1 = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{v_{B,y}}{g} = \frac{v_0 \operatorname{sen}\theta}{g},$$

per cui il tempo di volo è

$$t_v = 2t_1 = \frac{2v_0 \operatorname{sen}\theta}{g}$$

La distanza orizzontale D richiesta è quindi:

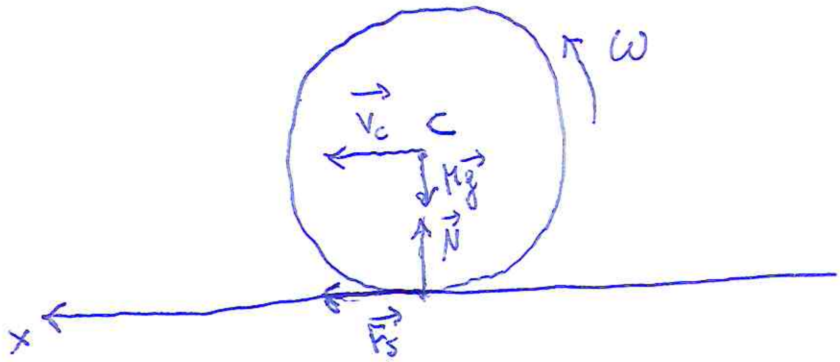
$$D = v_{B,x}\cdot t_v = v_0\cos\theta \cdot \frac{2v_0 \operatorname{sen}\theta}{g} = \frac{2v_0^2 \operatorname{sen}\theta\cos\theta}{g} = \frac{v_0^2 \operatorname{sen}(2\theta)}{g}$$

Dunque:

$$\boxed{D = \frac{2\cancel{g}h \operatorname{sen}(2\theta)}{\cancel{g}} = 2h\operatorname{sen}(2\theta) = 2\cdot(10\ m)\cdot\operatorname{sen}(60°) \simeq 17{,}32\ m}$$

Problema n. 2

a)



Basandoci sulla figura fornita con il testo, possiamo scrivere le equazioni cardinali per la ruota, assieme alla condizione di rotolamento puro:

$$\begin{cases} Ma_{c,x} = F_s \\ I_z \alpha = M_z - RF_s \\ a_{c,x} = R\alpha \end{cases}$$

(in quanto $F_{s,x} = |\vec{F}_s| = F_s$)

$$\begin{cases} F_s = MR\alpha \\ I_z \alpha = M_z - MR^2\alpha \\ a_{c,x} = R\alpha \end{cases}$$

$I_z = \frac{1}{2} MR^2$ nel nostro caso

$$(I_z + MR^2)\alpha = M_z \Rightarrow \left(\frac{1}{2}MR^2 + MR^2\right)\alpha = M_z \Rightarrow \frac{3}{2}MR^2\alpha = M_z$$

$$\boxed{\alpha(t) = \frac{2M_z}{3MR^2} = \frac{2kt}{3MR^2}}$$

b) La ruota continua a rotolare senza strisciare finché risulta $F_s \leq F_{s,max} = \mu_s N = \mu_s M g$

Dunque, deve valere la condizione

$$F_s \leq \mu_s M g \Rightarrow \cancel{M} R \alpha \leq \mu_s \cancel{M} g \quad , \quad \text{cioè}$$

$$\cancel{R} \cdot \frac{2kt}{3MR^2} \leq \mu_s g \quad , \quad \text{da cui ricaviamo}$$

$$t \leq \frac{3 \mu_s M g R}{2k}$$

Pertanto, la ruota inizia a slittare all'istante

$$\boxed{t_1 = \frac{3 \mu_s M g R}{2k} = \frac{3 \cdot 0{,}25 \cdot (2\,kg) \cdot (9{,}81\,m\,s^{-2}) \cdot (0{,}4\,m)}{2 \cdot (1\,N \cdot m\,s^{-1})} \simeq 2{,}94\,s}$$

c) L'accelerazione del centro di massa è quindi

$$a_{c,x} = R\alpha = \frac{2kt}{3MR}$$

La velocità istantanea del centro di massa è quindi

$$V_{c,x}(t) = V_{c,x}(0) + \int_0^t a_{c,x}(t')dt' = \frac{2k}{3MR}\int_0^t t'dt' = \frac{kt^2}{3MR}$$

Infine, la legge oraria del moto del centro di massa della ruota durante il moto di puro rotolamento è:

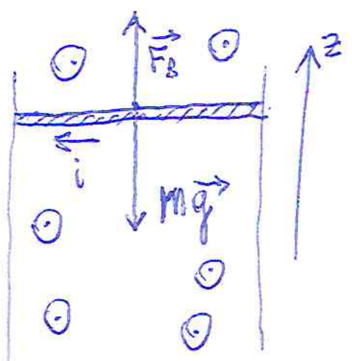
$$x_c(t) = x_c(0) + \int_0^t v_{c,x}(t')\,dt' = \frac{k}{3MR}\int_0^t (t')^2 dt' = \frac{kt^3}{9MR}$$

Quindi risulta

$$\boxed{L = x_c(t=t_1) = \frac{k t_1^3}{9MR} \simeq \frac{(1\ N\cdot m\cdot s^{-1})(2,94\ s)^3}{9\cdot(2\ kg)\cdot(0,4\ m)} \simeq 3,53\ m}$$

Problema n. 3

a) Scriviamo l'equazione del moto della sbarretta.



Se la corrente scorre nel verso indicato qui a fianco, la forza magnetica agente sulla sbarretta è orientata verso l'alto, nel verso positivo dell'asse z. Pertanto se i scorre da destra a sinistra nella sbarretta poniamo che il segno di i sia positivo.

L'equazione del moto della sbarretta è quindi

$$m a_z = -mg + ilB$$

Risulta infatti $F_B = |i|lB$

Per specificare meglio F_B, scriviamo la legge di Kirchhoff per la maglia del circuito, tenuto conto della f.e.m. indotta che si somma algebricamente alla f.e.m. costante presente nel circuito.

Se la sbarretta si muove verso l'alto, l'area concatenata con il circuito aumenta, per cui la f.e.m. indotta, per la legge di Lenz, dovrà "contrastare" l'aumento del flusso magnetico concatenato con il circuito.

$$|\mathcal{E}_{ind}| = \left|\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}\right| = \left|\frac{d}{dt}\left(l\, z(t)\, B\right)\right| = Bl\,|v_z(t)|$$

Percorrendo il circuito in senso antiorario, otteniamo quindi:

$$\mathcal{E} - \mathcal{E}_{ind} = Ri, \quad \text{cioè}$$

$$\mathcal{E} - Bl\,v_z(t) = Ri \Rightarrow i = \frac{\mathcal{E} - Bl\,v_z(t)}{R}, \quad \text{e infine}$$

$$\boxed{F_B = \frac{Bl}{R}\left|\mathcal{E} - Bl\,v_z(t)\right|}$$

b) L'equazione del moto della sbarretta e' quindi:

$$m a_z = -mg + i\ell B \,,$$ cioe'

$$a_z(t) = -g + \frac{B\ell}{m} i(t) = -g + \frac{B\ell}{m} \cdot \left(\frac{\mathcal{E} - B\ell v_z(t)}{R} \right)$$

Essendo $a_z(t) = [v_z(t)]'$, scriviamo infine

$$[v_z(t)]' + \frac{B^2\ell^2}{mR} v_z(t) = \frac{B\ell\mathcal{E}}{mR} - g$$

Il valore limite di $v_z(t)$, poiché $[v_z(t)]' \to 0$ per $t \to +\infty$, risulta perciò

$$\boxed{v_L = \left| \frac{mR}{B^2\ell^2} \left(\frac{B\ell\mathcal{E}}{mR} - g \right) \right| = \left| \frac{\mathcal{E}}{B\ell} - \frac{mgR}{B^2\ell^2} \right| \simeq 39{,}96 \text{ m s}^{-1}}$$

c) La sbarretta rimane in equilibrio se, essendo $v_z(0) = 0$, risulta $v_z(t) = 0$ per $t > 0$. Ciò può avvenire solo se il termine noto nell'equazione del moto e' nullo per $B = B^*$:

$$\frac{B^*\ell\mathcal{E}}{mR} - g = 0,$$ da cui ricaviamo

$$\boxed{B^* = \frac{mgR}{\mathcal{E}\ell} = 1{,}23 \text{ T}}$$