

Prova di esame dei corsi di Fondamenti di Informatica e Informatica Teorica

6 febbraio 2019

Nota Bene: Non saranno corretti compiti scritti con una grafia poco leggibile.

Problema 1. Siano Sia $L \subseteq \Sigma^*$ un linguaggio e $\chi_L : \Sigma^* \rightarrow \{0, 1\}$ la funzione tale che

$$\chi_L(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in L, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Dimostrare che L è decidibile se e soltanto se χ_L è calcolabile.

Problema 2. Sia $k \in \mathbb{N}$ un valore fissato. Dopo aver ricordato la definizione di colorazione di un grafo, si consideri il seguente problema: dato un grafo (non orientato) $G = (V, E)$ decidere se esiste una 3-colorazione per G che assegna il colore 1 ad esattamente k nodi di G .

Dopo aver formalizzato il suddetto problema mediante la tripla $\langle I, S, \pi \rangle$, si risponda alle seguenti domande (nell'ordine che si ritiene opportuno), motivando in tutti i casi la propria risposta.

- a) Il problema è in **P**?
- b) Il problema è in **NP**?
- c) Il problema è in **coNP**?

Problema 3. Siano $L_1 \subseteq \Sigma^*$ e $L_2 \subseteq \Sigma$. Si dimostri che se $L_1 \in \mathbf{NP}$ e $L_2 \in \mathbf{NP}$ allora $L_1 \cup L_2 \in \mathbf{NP}$.