

Matematica Discreta - Esame Scritto: Appello 3

Domanda 1 Sia A l'insieme delle funzioni $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$. Poniamo una relazione R su A ponendo

$$f R g \iff f = \Omega(g)$$

per ogni $f, g \in A$. Allora:

- (a) R è riflessiva, R è simmetrica, e R è transitiva
- (b) R è riflessiva, R non è simmetrica, e R è transitiva
- (c) R non è riflessiva, R è simmetrica, e R è transitiva
- (d) R non è riflessiva, R è simmetrica, e R non è transitiva
- (e) Nessuna di queste

Domanda 2 Siano $f, g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ le funzioni definite ponendo

$$f(i) := \begin{cases} i^3, & \text{se } i \geq 0, \\ -i, & \text{se } i < 0, \end{cases}$$

e

$$g(i) := \begin{cases} i/2, & \text{se } i \equiv 0 \pmod{2}, \\ 3i + 1, & \text{se } i \equiv 1 \pmod{2}, \end{cases}$$

per tutti gli $i \in \mathbb{Z}$. Allora:

- (a) $f \circ g$ è iniettiva, $g \circ f$ è suriettiva, e $g \circ f$ è iniettiva
- (b) $f \circ g$ è iniettiva, $g \circ f$ non è suriettiva, e $g \circ f$ non è iniettiva
- (c) $f \circ g$ non è iniettiva, $g \circ f$ è suriettiva, e $g \circ f$ è iniettiva
- (d) $f \circ g$ non è iniettiva, $g \circ f$ non è suriettiva, e $g \circ f$ non è iniettiva
- (e) Nessuna di queste

Domanda 3 Siano p, q, r proposizioni. Quale delle seguenti proposizioni composte è sempre vera? (C'è una sola risposta corretta)

(a) $\neg(p \vee (\neg q)) \leftrightarrow ((\neg p) \wedge q)$

(b) $\neg(p \vee (\neg q)) \leftrightarrow ((\neg p) \vee q)$

- (c) $\neg(p \wedge (\neg q)) \leftrightarrow ((\neg p) \wedge q)$
- (d) $r \wedge (p \vee (\neg q)) \leftrightarrow r \vee ((\neg p) \wedge q)$
- (e) Nessuna di queste

Domanda 4 Il premio Nobel per la fisica Niels Bohr disse una volta che:

“Chiunque non sia scioccato dalla Meccanica Quantistica non l’ha capita”

Consideriamo i predicati

$S(x) := x$ è scioccato dalla Meccanica Quantistica

e

$C(x) := x$ ha capito la Meccanica Quantistica

(dove x è nell’universo delle persone). Allora un predicato logicamente equivalente all’affermazione di Bohr è:

- (a) $\forall x.((\neg C(x)) \rightarrow (\neg S(x)))$
- (b) $\forall x.((\neg C(x)) \vee S(x))$
- (c) $\forall x.(C(x) \vee (\neg S(x)))$
- (d) $\neg(\exists x.(C(x) \wedge S(x)))$
- (e) Nessuna di queste

Domanda 5 L’inversa moltiplicativa di

$[123]_{444}$

- (a) non esiste
- (b) esiste ma non è unica
- (c) è $[123]_{444}$
- (d) è $[315]_{444}$
- (e) Nessuna di queste

Domanda 6 State comunicando con il codice RSA. Avete due interlocutori: A e B . Le chiavi pubbliche sono $n = 943$ ed $e = 89$ (A), e $n = 1241$ ed $e = 31$ (B). Le vostre chiavi sono: $n = 1649$, $e = 53$ (pubbliche) e $d = 29$ (privata). Ricevete il messaggio 129 da A . Per decodificarlo dovete calcolare:

- (a) $[129^{89}]_{943}$
- (b) $[129^{29}]_{943}$
- (c) $[129^{53}]_{943}$
- (d) $[129^{53}]_{1649}$
- (e) Nessuna di queste

Domanda 7 Il numero di permutazioni $\sigma \in S_{11}$ tali che $\sigma(2) \neq 3$ e $\sigma(8) \neq 8$ è:

- (a) 33022080
- (b) 7257600
- (c) 512
- (d) 39916800
- (e) Nessuna di queste

Domanda 8 Quante composizioni deboli di 21 in 7 parti ci sono?

- (a) 116280
- (b) 296010
- (c) 1184040
- (d) 376740
- (e) Nessuna di queste

Domanda 9 Consideriamo le seguenti righe di codice Python:

```
for i in range(1,n+1):
    for j in range(1,i**2+1):
        (...)
```

Quante volte viene ripetuto il codice (...) ?

- (a) n^3 volte
- (b) $\frac{n^3}{3}$ volte
- (c) $\binom{n^3}{3}$ volte
- (d) $\frac{2n^3+3n^2+n}{6}$ volte

(e) Nessuna di queste

Domanda 10 Sia $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ la soluzione della ricorsione lineare a coefficienti costanti:

$$f(n+3) = 3f(n+1) + 2f(n)$$

per ogni $n \in \mathbb{N}$, con le condizioni iniziali $f(0) = f(1) = 1$ e $f(2) = 0$. Allora f è asintoticamente equivalente a:

- (a) $n2^n$
- (b) 2^n
- (c) $\frac{n2^n}{3}$
- (d) $\frac{2^n}{3}$
- (e) Nessuna di queste

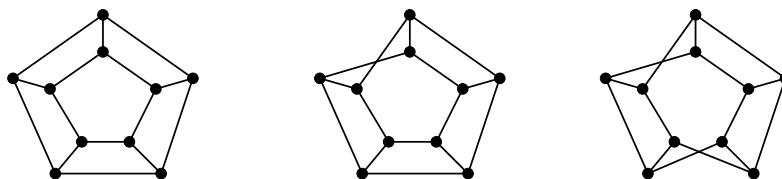
Domanda 11 Sia $G = (V, E)$ un grafo bipartito (quindi $V = V_1 \uplus V_2$ con V_1 e V_2 indipendenti). Allora

$$\sum_{x \in V_1} d(x)$$

(dove $d(x)$ è il grado di x) è uguale a:

- (a) $|E|$
- (b) $2|E|$
- (c) $|V|$
- (d) $2|V|$
- (e) Nessuna di queste

Domanda 12 Siano G , H , e K i grafi rappresentati graficamente qui di sotto da sinistra a destra, rispettivamente:



Allora:

- (a) G e H sono isomorfi, e H e K non sono isomorfi
- (b) G e H sono isomorfi, e H e K sono isomorfi
- (c) G e H non sono isomorfi, e H e K non sono isomorfi
- (d) G e H non sono isomorfi, e H e K sono isomorfi
- (e) Nessuna di queste