Algoritmi e Strutture Dati (modulo I) - testo prova scritta 18/07/2022

docenti: Luciano Gualà & Andrea Clementi

Cognome:............................ Nome:................................ Matr.:...............

Esercizio 1 [16 punti]

A: notazione asintotica. Dire quali delle seguenti relazioni asintotiche sono vere:

$n^3 + n^2\log^2 n = o(n^2\log^{30} n)$; $\log^2 n = o(\log^{30} n)$; $n^2 = \Omega(\frac{n^{2.001}}{\log^{2001} n})$; $\frac{n\sqrt{n}+\log n}{\sqrt{n^3+3}} = \Theta(\log n)$;

$2^{2n} = \omega(2^{1.9n})$; $2^n = \Theta(2^n + 1.5^n)$; $2^n = o(2^n + n^2)$; $2^n = \Theta(2^{n+8})$;

B: equazioni di ricorrenza. Fornire la soluzione asintotica alle seguenti relazioni di ricorrenza:

$T(n) = 2T(n/3) + n$; Soluzione:

$T(n) = T(n-2) + n$; Soluzione:

C: algoritmi e complessità. Quale algoritmo useresti e quanto costa se devi:

- Ordinare n interi compresi fra 1 e n^4:
- Costruire un dizionario contenente n chiavi prese in input (su cui poi fare ricerche in tempo logaritmico):
- Capire se in un grafo non orientato il nodo v può raggiungere i nodi w_1 e w_2:
- Calcolare le distanze da tutti i nodi verso uno specifico nodo t in un grafo orientato con pesi positivi sugli archi:

Esercizio 2 [6 punti]

Si consideri il seguente gioco giocato su un grafo *diretto* $G = (V, E)$ con n nodi ed m archi. Una pedina è posizionata inizialmente su un nodo s. E' possibile spostare la pedina dalla posizione corrente, diciamo u, su un nodo v, se esiste un arco diretto $(u, v) \in E$ in G. Inoltre, c'è un insieme di nodi speciali $X \subseteq V$. Se la pedina si trova su un nodo speciale $x \in X$ è possibile muovere la pedina anche lungo archi entranti in x, oltre quelli uscenti da x, ovvero è possibile muovere la pedina da x a v se e solo se $(v, x) \in E$ o $(x, v) \in E$, o entrambi.

Progettare una algoritmo che in tempo $O(m + n)$ decide se, indipendentemente dalla posizione iniziale s, è sempre possibile spostare la pedina da s a ogni altro nodo t del grafo con un'opportuna sequenza di mosse.

Esercizio 3 [10 punti]

Sia T un albero binario con n, dove i nodi hanno nomi distinti in $\{1, 2, \ldots, n\}$. Ogni nodo v di T, oltre al nome $v.nome \in \{1, \ldots, n\}$, ha anche un valore $v.val \geq 0$ e un flag booleano $v.speciale$ che indica se v è speciale o meno. Dati un nodo v e un nodo speciale u, diciamo che v può raggiungere u se (i) u è un discendente o un antenato di v, e (ii) il cammino in T fra u e v non passa per altri nodi speciali oltre u.

Si progetti un algoritmo che dato T costruisca un vettore $V[1:n]$ di dimensione n dove $V[i]$ contenga il valore del nodo speciale raggiungibile dal nodo di nome i di valore massimo.

Si assuma che T è rappresentato tramite una struttura dati collegata, con record e puntatori, dove il record di ogni nodo, oltre ai campi già specificati, contiene anche il puntatore al figlio sinistro e al figlio destro del nodo. L'algoritmo deve avere complessità $O(n)$. Si fornisca lo pseudocodice dettagliato.