## Logica e Reti Logiche

Anno Accademico: 2019-2020

## Primo Test Intermedio

Docente: Francesco Pasquale

23 aprile 2020

Ogni esercizio vale 6 punti. La sufficienza si raggiunge con 18 punti.

**Esercizio 1.** Sia x > -1 un numero reale. Dimostrare per induzione che  $(1+x)^n \ge 1 + nx$  per ogni  $n \ge 0$ .

Esercizio 2. Trovare una formula a cui corrisponda la seguente tabella di verità

**Esercizio 3.** Per ognuna delle formule seguenti scrivere una formula equivalente usando soltanto il connettivo  $\Rightarrow$  e la costante F

$$(1) \sim p \qquad (2) \quad p \vee q \qquad (3) \quad p \wedge q$$

Esercizio 4. Una delle due formule seguenti è valida, l'altra no:

$$\forall x \left( \exists y P(x,y) \land \exists y Q(x,y) \right) \Rightarrow \forall x \exists y \left( P(x,y) \land Q(x,y) \right)$$

$$\forall x (\exists y P(x, y) \land \exists y Q(x, y)) \Rightarrow \forall x \exists y (P(x, y) \lor Q(x, y))$$

Per la formula valida dare una dimostrazione usando il metodo dei *tableaux*, spiegando i passaggi che si eseguono; per quella non valida esibire una interpretazione in cui la formula è falsa.

Esercizio 5. Sia S il sistema assiomatico definito dai seguenti schemi di assiomi

$$\mathbf{A1}: X \Rightarrow (Y \Rightarrow X)$$

$$\mathbf{A2} : [X \Rightarrow (Y \Rightarrow Z)] \Rightarrow [(X \Rightarrow Y) \Rightarrow (X \Rightarrow Z)]$$

e dalla regola di inferenza  $Modus\ Ponens$ . Dimostrare che nel sistema  ${\mathcal S}$ 

$$p \Rightarrow q \, \vdash \, (r \Rightarrow p) \Rightarrow (r \Rightarrow q)$$