Soluzioni

(i) Chiaramente siccome $E = (-5, 1] \cup (1, 4) = (-5, 4)$ é un intervallo allora non ha punti isolati. Inoltre tutti i suoi punti sono ~~interni~~ interni, $\partial E = \{-5, 4\}$ e i suoi punti di accumulazione formano l'intervallo $[-5, 4]$.
Infine l'insieme é aperto

(ii) $E = (-\infty, 0] \Rightarrow \partial E = \{0\}$ $0 \in E$ allora E é chiuso, inoltre ogni punto é di accumulazione. Mentre i punti interni di E sono $(-\infty, 0)$

(iii) $E = \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$

Ogni punto di E é isolato, infatti la palla $B_{\frac{1}{n(n+1)}}\left(\frac{1}{n}\right)$ $\forall n \in \mathbb{N}$ non interseca nessun punto dell'insieme (a parte $1/n$)
Ogni punto dell'insieme é di frontiera.
Inoltre il punto 0 che non sta in E é sia di frontiera che di accumulazione.
Concludiamo anche che E non é né chiuso né aperto

(iv) $E = \mathbb{N} \cup \left\{ -\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$

Uguale a (iii)

(v) $E = \{ |x| \mid x \in \mathbb{R}, x^2 + x < 2 \} = [0, 2)$

L'insieme non é né chiuso né aperto

I punti di accumulazione sono dati dall' intervallo $[0,2]$. $\partial E = \{0,2\}$. I punti interni sono dati dall' intervallo $(0,2)$. E non ha punti isolati.

(vi) $E = \left\{ \frac{3n-2}{2n} \mid n \in \mathbb{N} \right\} = \left\{ \frac{3}{2} - \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$

Ogni punto di E é isolato, $3/2$ é di accumulazione e di frontiera. E non é né chiuso né aperto.
Ogni punto di E é di frontiera

(vii) $E = \{ x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leq 1 \} \setminus \{0\}$

$= [-1,1] \setminus \{0\} = [-1,0) \cup (0,1]$

E non é né chiuso né aperto.
$\partial E = \{-1, 0, 1\}$
E é privo di punti isolati e i punti di accumulazione sono $[-1,1]$.
Invece i punti interni sono $(-1,0) \cup (0,1)$

(viii) $E = \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{8}\right) \mid n \in \mathbb{N} \right\}$

Tutti i punti sono isolati e di frontiera. L' insieme é chiuso perché non ci sono altri punti di frontiera, né di accumulazione, né punti interni.

(ix) $E = \{ n^2 - 5n + 3 \mid n \in \mathbb{N} \}$

Ogni punto é isolato e di frontiera.
Non ci sono punti di accumulazione. E é chiuso.

(x) $E = \left\{ \frac{2n+m}{3nm+5} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$, $m \in \mathbb{N}$

Ogni punto é isolato e di frontiera.
Il punto $\frac{2}{3m}$ che non sta in E é sia di frontiera che di accumulazione.
$\Rightarrow$ E non é né chiuso né aperto.