Prova di esame dei corsi di Fondamenti di Informatica e Informatica Teorica

6 settembre 2018

<u>Nota Bene: Non saranno corretti compiti scritti con una grafia poco leggibile.</u>

Problema 1. Dimostrare che l'insieme dei linguaggi decidibili è chiuso rispetto alla riducibilità many-to-one (o a quella polinomiale).

Problema 2. Si consideri il seguente problema: dati tre numeri interi $p,a,b \in \mathbb{N}$, decidere se $p = a \cdot b$. Si consideri inoltre, il seguente algoritmo che decide il problema in esame:
$r \leftarrow 0$;
for $i \leftarrow 1$; $i \leq b : \imath \leftarrow i+1$ **do**
$r \leftarrow r+a$;
if $r = p$ **then Output**: accetta;
else Output: rigetta.

Dopo aver calcolato la complessità computazionale del precedente algoritmo, rispondere alle seguenti domande (nell'ordine che si ritiene opportuno), motivando in tutti i casi la propria risposta.

a) L'algoritmo opera in tempo polinomiale nella dimensione dell'istanza?

b) Il problema è in **P**?

c) Il problema è in **NP**?

d) Il problema è in co**NP**?

Problema 3. Si consideri il seguente problema Γ: dati un insieme $X = \{x_1, x_2, \dots x_n\}$, una collezione $T \subseteq X \times X \times X$ di triple di elementi distinti di X (ossia, per ogni $(u,v,z) \in T$, $u \neq v \neq z$) e un intero $k \in \mathbb{N}$,, decidere se esiste un sottoinsieme X' di X di cardinalità al più k tale che, per ogni $t \in T$, $t \cap X' \neq \emptyset$.

Formalizzare il suddetto problema Γ mediante la tripla $\langle I, S, \pi \rangle$. Successivamente, si consideri la funzione f che traasforma istanze $\langle G = (V,E), k \rangle$ del problema VERTEX COVER in istanze di Γ tale che $f(G,k) = \langle X, T, k \rangle)$ con $X = V \cup E$ e $T = \{(u,v,e) : u \in V \ \wedge \ v \in V \ \wedge \ e = (u,v) \in E\}$ e si dimostri che f è una riduzione polinomiale da VERTEX COVER a Γ.