

Cognome:..... Nome:..... Matr.:.....

Esercizio 1 [16 punti]

A: notazione asintotica. Dire quali delle seguenti relazioni asintotiche sono vere:

$$\begin{array}{llll} n \log n + n^3 = \Omega(n^2 \sqrt{n}); & \log \log n = o(\log n); & n^{2.001} = \omega(n^2 \log n); & \frac{n^4 + n + 1}{\sqrt{n^3 + 3}} = o(n^{2.5}); \\ 2^n = O(n^{100}); & 2^n = \Theta(2^{4n}); & 2^n = o(3^n); & 2^n = o(2^n + 8); \end{array}$$

B: equazioni di ricorrenza. Fornire la soluzione asintotica alle seguenti relazioni di ricorrenza:

$$T(n) = 2T(n/4) + \sqrt{n}; \quad \text{Soluzione:}$$

$$T(n) = 2T(n-2) + 1; \quad \text{Soluzione:}$$

C: algoritmi e complessità. Quale algoritmo uso e quanto costa se devo:

- Ordinare n interi compresi fra 1 e 200:
- Costruire un heap binario contenente n chiavi prese in input:
- Cercare un elemento in un vettore ordinato:
- Calcolare tutte le distanze in un grafo non orientato e non pesato da due sorgenti verso tutti i nodi:

Esercizio 2 [6 punti]

Sia $A[1 : n]$ un vettore di n interi tale che tutti gli elementi tranne $O(n^{2/3})$ elementi sono compresi fra 1 e $10n$. Si progetti un algoritmo con complessità lineare che ordina A .

Esercizio 3 [10 punti]

Sia $A[1 : n]$ un vettore di n numeri positivi. Diremo che un indice $k \in \{1, \dots, n\}$ è il *taglio bilanciato* di A se k è il minimo indice tale che la somma dei primi k elementi di A è almeno la somma dei restanti elementi.

Si progetti una struttura dati (*oracolo*) che è in grado di rispondere in tempo $O(\log n)$ a domande (*query*) del tipo:

- **TaglioBilanciato(α)**: restituisce il taglio bilanciato del vettore ottenuto da A aggiungendo il valore $\alpha \geq 0$ al primo elemento.

L'algoritmo che costruisce l'oracolo deve avere complessità $O(n)$.