

Cognome:..... Nome:..... Matr.:.....

Esercizio 1 [16 punti]

A: *notazione asintotica*. Dire quali delle seguenti relazioni asintotiche sono vere:

$$\begin{array}{llll} n + n\sqrt{n} \log^2 n = o(n^{1.8}); & \log^3 n = o(\sqrt[4]{n}); & n = \Omega\left(\frac{n}{\log \log \log n}\right); & \frac{n^{1.5}\sqrt{n+\log n}}{\sqrt{n^3+3}} = \Theta(\sqrt{n}); \\ (\frac{7}{3})^n = \omega(2^n); & 2^n = \Theta(2^n \log \log n); & 2^n = \omega(2^n + n^2); & 2^{n+8} = \Theta(2^{n-8}); \end{array}$$

B: *equazioni di ricorrenza*. Fornire la soluzione asintotica alle seguenti relazioni di ricorrenza:

$$\begin{array}{ll} T(n) = 4T\left(\frac{n}{16}\right) + n^2; & \text{Soluzione:} \\ T(n) = T(\sqrt{n}) + 1; & \text{Soluzione:} \end{array}$$

C: *algoritmi e complessità*. Quale algoritmo useresti e quanto costa se devi:

- Dato un grafo diretto G , stabilire se tutti i nodi possono raggiungere un nodo specifico t :
- In un grafo non orientato, completo e pesato, calcolare l'albero dei cammini minimi con sorgente s :
- Ordinare un vettore di n interi compresi fra n e n^2 :
- Fondere due alberi AVL, uno contenente n nodi e l'altro $\log n$ nodi:

Esercizio 2 [8 punti]

Sia T un albero binario con n nodi. Si progetti un algoritmo che dato T e due interi h_1 e h_2 , con $h_1 \leq h_2$, restituisca il numero di nodi non foglia di T che hanno profondità h tale che $h_1 \leq h \leq h_2$.¹

Si assuma che T è rappresentato tramite una struttura dati collegata, con record e puntatori, dove il record di ogni nodo contiene il puntatore al figlio sinistro e al figlio destro del nodo. L'algoritmo deve avere complessità $O(n)$. Si fornisca lo pseudocodice dettagliato.

Esercizio 3 [8 punti]

Sia $A[1 : n]$ un vettore di n interi positivi. Diremo che un elemento $A[i]$ è *felice al quadrato* se esiste un indice j tale che $A[j] = A[i]^2$.

Si progetti un algoritmo che dato A dica in tempo $O(n \log n)$ se esiste almeno un elemento felice al quadrato. Si fornisca lo pseudocodice dettagliato.

¹Si ricordi che la profondità di un nodo è la sua distanza (misurata in numero di archi) dalla radice.