

Cognome:..... Nome:..... Matr.:.....

Esercizio 1 [16 punti]

A: notazione asintotica. Dire quali delle seguenti relazioni asintotiche sono vere:

$$\begin{array}{llll} n^{1/4} \log n + \sqrt{n} = \Omega(n^{1/3}); & n \log^2 n = o((n+3) \log^4 n); & \frac{n^3 + \log n}{\sqrt{n}} = \Theta(n^{2.5}); & \frac{\sqrt{n} \log \log n}{\sqrt{n+1}} = O(\log \log n); \\ 2^{\sqrt{\log n}} = \omega(\sqrt[3]{n}); & 2^n = \Theta(2^{n-\log n}); & 2^{n+2} = \omega(2^n); & 2^n = o(2^{n+2} + 2^{n/2}); \end{array}$$

B: equazioni di ricorrenza. Fornire la soluzione asintotica alle seguenti relazioni di ricorrenza:

$$T(n) = 4T(n/4) + n; \quad \text{Soluzione:}$$

$$T(n) = T(n-4) + n^2; \quad \text{Soluzione:}$$

C: algoritmi e complessità. Quale algoritmo useresti e quanto costa se devi:

- Cercare un elemento in una lista ordinata di n elementi (si assuma la lista implementata in modo classico con record e puntatori):
- In un grafo orientato e non pesato, trovare la distanza da ogni nodo verso due nodi specifici t_1 e t_2 :
- Ordinare n interi i cui valori sono compresi fra n^3 e $n^3 + 100$:
- Costruire un heap che contenga n specifiche chiavi:

Esercizio 2 [8 punti]

Sia T un albero binario con n , dove ogni nodo v di T ha un colore $v.col$ che può essere *Blu* (B) o *Giallo* (G), e quindi $v.col \in \{B, G\}$. Si progetti un algoritmo che dato T e due interi b e g , restituisca il numero di nodi di T che hanno almeno b discendenti blue e almeno g discendenti gialli.

Si assuma che T è rappresentato tramite una struttura dati collegata, con record e puntatori, dove il record di ogni nodo, oltre al campo $v.col$, contiene anche il puntatore al figlio sinistro e al figlio destro del nodo. L'algoritmo deve avere complessità $O(n)$. Si fornisca lo pseudocodice dettagliato.

Esercizio 3 [8 punti]

Il *coefficiente di similarità di Jaccard* di due insiemi A e B è definito come

$$J(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|}.$$

Si progetti un algoritmo che presi due insiemi di n elementi, calcoli in tempo $o(n^2)$ il loro coefficiente di similarità di Jaccard.