

## Matematica Discreta - Esame Scritto: Appello 6

**Domanda 1** Sia  $R$  la relazione di equivalenza su  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  definita ponendo

$$R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (1, 2), (2, 1), (3, 1), (1, 3), (2, 3), (3, 2), (4, 5), (5, 4)\}.$$

Allora la classe di equivalenza di 4 è:

- (a)  $\{4\}$
- (b)  $\{4, 5\}$
- (c)  $\emptyset$
- (d)  $\{1, 2, 3\}$
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 2** Siano  $A, B, C$  insiemi. Allora l'identità

$$(B \times C) \cap (C \times A) = (B \cap C) \times (C \cap A)$$

- (a) è sempre vera
- (b) è sempre falsa
- (c) è vera se e solo se  $C \subseteq A$
- (d) è vera se e solo se  $A \subseteq C$
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 3** Consideriamo l'affermazione:

“(vado alla partita) o (vado al mare e faccio il bagno)”

Allora una proposizione logicamente equivalente è:

- (a) (vado alla partita o vado al mare) e (vado alla partita o faccio il bagno)
- (b) (vado alla partita e vado al mare) o (vado alla partita e faccio il bagno)
- (c) (vado alla partita) e (vado al mare o faccio il bagno)
- (d) (vado alla partita) o (vado al mare) o (faccio il bagno)

- (e) Nessuna di queste

**Domanda 4** Consideriamo l'affermazione:

“Se passo l'esame allora mi faccio un regalo”

Allora la sua negazione logica è:

- (a) Se non passo l'esame allora non mi faccio un regalo
- (b) Passo l'esame e non mi faccio un regalo
- (c) Non passo l'esame e mi faccio un regalo
- (d) Se mi faccio un regalo allora non passo l'esame
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 5** L'inversa moltiplicativa di

$[127]_{555}$

- (a) non esiste
- (b) esiste ma non è unica
- (c) è  $[218]_{555}$
- (d) è  $[431]_{555}$
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 6** Siano  $a, b, n \in \mathbb{P}$  tali che  $(a, n) = 1$  e  $(b, n) = 1$ . Allora è sempre vero che:

- (a)  $(a + b, n) = 1$
- (b)  $(a - b, n) = 1$
- (c)  $(a + b, n) = 1$  se  $a \not\equiv b \pmod{n}$
- (d)  $(a - b, n) = 1$  se  $a \not\equiv b \pmod{n}$
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 7** Quante parole diverse si possono formare permutando (cioè, anagrammando) le lettere della parola

TITICACA ?

- (a) 2568700
- (b) 116280
- (c) 32432400
- (d) 42567640
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 8** La cardinalità di

$$\{i \in [10000] : 6|i \text{ oppure } 9|i\}$$

è:

- (a) 3632
- (b) 2777
- (c) 4564
- (d) 2222
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 9** La somma

$$\sum_{k=3}^n \frac{\ln(k)}{k}$$

è asintoticamente equivalente a:

- (a)  $\ln(n)$
- (b)  $\ln(n^2)$
- (c)  $\ln^2(n)$
- (d)  $\ln^2(n)/2$
- (e) Nessuna di queste

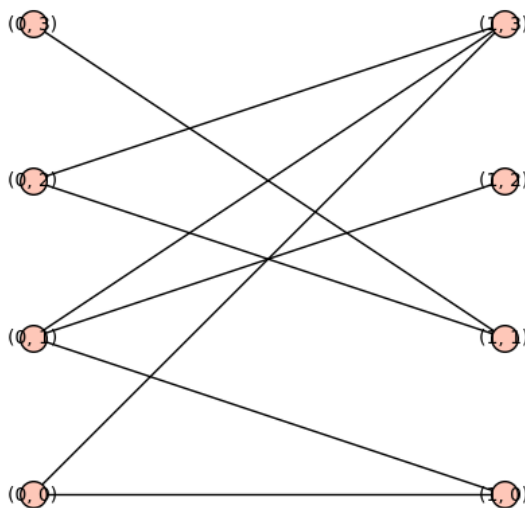
**Domanda 10** Sia  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  la soluzione della ricorsione lineare a coefficienti costanti:

$$f(n+3) = 7f(n+2) - 15f(n+1) + 9f(n)$$

per ogni  $n \in \mathbb{N}$ , con le condizioni iniziali  $f(0) = 0$ ,  $f(1) = 1$ , e  $f(2) = 5$ . Allora  $f$  è asintoticamente equivalente a:

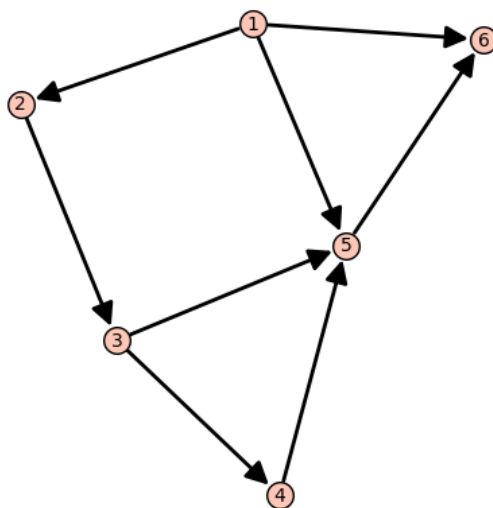
- (a)  $\frac{1}{6} n 3^n$
- (b)  $\frac{1}{6} 3^n$
- (c)  $3^n$
- (d)  $n 3^n$
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 11** Sia  $G$  il grafo rappresentato graficamente qui di sotto:



Sia  $A$  l'insieme dei vertici a sinistra e  $B$  l'insieme dei vertici a destra. Allora:

- (a)  $G$  non è bipartito
- (b)  $G$  è bipartito, esiste un accoppiamento da  $A$  in  $B$ , e non esiste un accoppiamento da  $B$  in  $A$
- (c)  $G$  è bipartito, esiste un accoppiamento da  $B$  in  $A$ , e non esiste un accoppiamento da  $A$  in  $B$
- (d)  $G$  è bipartito, non esiste un accoppiamento da  $A$  in  $B$ , e non esiste un accoppiamento da  $B$  in  $A$
- (e) Nessuno di questi



**Domanda 12** Sia  $D = ([6], E)$  il grafo diretto rappresentato graficamente qui di sotto:

Allora un orario parallelo di tempo minimo per  $D$  è:

- (a)  $(\{1, 2\}, \{3, 4, 5\}, \{6\})$
- (b)  $(\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\})$
- (c)  $(\{1\}, \{2, 5, 6\}, \{3\}, \{4\})$
- (d)  $(\{6\}, \{3, 4, 5\}, \{1, 2\})$
- (e) Nessuno di questi