Corso di Fisica per studenti di Informatica

prof. M. Bassan, P. Camarri

II appello sessione estiva a.a. 2020-2021

15 luglio 2021

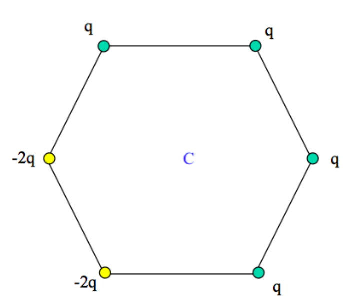
Scrivere il nome su ogni foglio consegnato.
Lasciare per la correzione il terzo superiore della prima pagina, con il solo nome.
NON correggeremo soluzioni numeriche prive di una corrispondente equazione simbolica.

Risultati sul sito del corso

1. Un disco omogeneo, di massa M e raggio $R = 0.5$ m, è libero di ruotare intorno ad un asse orizzontale passante per il suo centro O, nel campo di gravità terrestre. Un proiettile, punto materiale di massa $m = M/2$, urta il disco con una velocità v_0, la cui direzione definisce una retta orizzontale che passa sopra il centro O, a una distanza $d = 0.2$ m da esso. Il proiettile rimane conficcato nel bordo del disco (urto completamente anelastico) e il sistema disco + punto inizia a ruotare.
   a) Determinare la velocità angolare ω iniziale, subito dopo l'impatto (ancora non potrete dare un valore numerico)
   b) Determinare il valore minimo della velocità v_0 per cui il disco riesce a compiere una rotazione completa.

2. Un corpo di massa m (per esempio, una slitta) scende lungo un piano inclinato con $\alpha = 30^o$, partendo da fermo. Alla fine della discesa, dopo un tratto di raccordo che per ora trascuriamo, la pista risale lungo un dosso fino ad altezza h = 50 m. Determinare l'altezza H da cui deve partire la slitta per raggiungere la sommità del dosso:
   a) in assenza di attrito. *(1 punto)*
   b) in presenza di attrito dinamico $\mu_D = 0.25$, presente solo lungo la discesa. *(6 punti))*
   c) discutere i casi limite $\alpha \to \pi/2$ e $\tan\alpha \to \mu_d$ (3 punti)
   FACOLTATIVO (+3 punti): Supponiamo che il raccordo abbia il profilo di un arco di circonferenza (concavo) di raggio R. Descrivere *qualitativamente*:
   d) se e cosa cambia se il raccordo é privo di attrito
   e) se il raccordo é dotato di attrito, il problema non é analiticamente risolubile. Perchè ?

3. Sui vertici di un esagono regolare di lato L=10 cm sono poste delle cariche puntiformi come mostrato in figura.
   a) Calcolare il potenziale al centro dell'esagono.
   Si scelga un sistema di riferimento con origine al centro O dell'esagono, in cui l' asse $\hat{x}$ coincide con *l'asse* del lato che congiunge le due cariche negative, con verso positivo verso destra. L'asse $\hat{y}$ sia perpendicolare a questo.
   b) Calcolare il campo elettrico al centro dell'esagono.
   c) Calcolare potenziale e campo al centro per q = 12 pC.



SOLUZIONI

1. a) Nell'urto è lecito trascurare l'impulso della forza peso; quindi l'unica forza esterna è la reazione vincolare dell'asse di rotazione, che ha però momento nullo rispetto al centro O. Nell'urto si conserva quindi il momento angolare:
$$mv_0d = I\omega \tag{1}$$
dove $I = (m + M/2)R^2$ è il momento di inerzia del sistema dopo l'urto. Quindi:
$$\omega = \frac{v_0 d}{(1 + M/2m)R^2} = 0.4 \cdot v_0 \ rad/s \tag{2}$$
b) L'energia cinetica subito dopo l'urto è quindi:
$$K_i = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}I \cdot \left(\frac{mv_0d}{I}\right)^2 \tag{3}$$
Durante la rotazione l'energia meccanica si conserva: $K_i + U_i = K_f + U_f$; per effettuare il giro completo, sarà dunque sufficiente che l'energia iniziale sia sufficiente a portare il proiettile al punto di energia potenziale massima, al limite con velocità nulla:
$$K_i \geq (U_f - U_i) \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{(mv_0d)^2}{I} \geq mg(R - d)$$
Sostituendo l'espressione per I, dopo qualche passaggio si trova:
$$v_0 \geq \frac{R}{d}\sqrt{2g(R - d)(1 + M/2m))} = 8.57 m/s$$

2. a) banalmente, in assenza di attrito, $H \geq h$, visto che parte con velocità nulla.
b) Con attrito lungo la sola discesa si richiede : $mgh = 1/2mv^2 = mgH - \mu_d \cdot mgcos\alpha \cdot H/sin\alpha$ dove $H/sin\alpha$ é la lunghezza del cammino percorso sul piano inclinato. Ne segue:
$$H = \frac{h}{1 - \mu_d cotg\alpha} \tag{4}$$
c) I casi limite sono soddisfatti: per $\alpha \rightarrow \pi/2$ si ha $H \rightarrow h$ (non c'é vincolo, e quindi attrito, nella caduta verticale), mentre se α scende sotto valori per cui $tan(\alpha) \rightarrow \mu_d$ si ha $H \rightarrow \infty$: l'energia persa per attrito é maggiore di quella acquistata con la discesa. O, in termini dinamici, la forza di attrito é uguale (o superiore) alla componente lungo il piano della gravità.
d) non cambia nulla: la conservazione dell'energia fa sì che la slitta riemerga all'estremo lontano della guida con la stessa velocità con cui vi é entrata.
e) cambia moltissimo: per calcolare il lavoro delle forze di attrito, dovremmo calcolare in ogni punto del raccordo la reazione vincolare: $N = mgcos\phi + v^2(\phi)/R$. Però $v(\phi)$ é a sua volta funzione della velocità alla fine del piano inclinato e del cammino percorso lungo la guida, risultando in una equazione integrale.

3. a) Il potenziale al centro dell'esagono è nullo:
$$V(O) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}[4 \cdot \frac{q}{L} + 2 \cdot \frac{-2q}{L}] \tag{5}$$
b) Con la scelta suggerita per gli assi, le cariche sono distribuite simmetricamente rispetto all'asse x. Possiamo quindi considerare tre coppie di cariche, in posizione simmetrica rispetto ad x; la coppia che giace sull'asse y dà contributi uguali ed opposti, mentre per le altre due si annulla la componente y ma si somma quella lungo x.
$$\vec{E}(0,0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}[2 \cdot \frac{-2q}{L^2}cos(\pi/6)\ \hat{x} - 2 \cdot \frac{q}{L^2}cos(\pi/6)\ \hat{x})] = \frac{-3\sqrt{3}q}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\ \hat{x} = -56,1\ V/m\ \hat{x} \tag{6}$$