Задание 1

$$P_i'(x_i) = \frac{p(x_{i+h}) - p(x_{i-h})}{2h} \quad 1$$

средние разности

$$\Delta_{\text{сум}} = \frac{\Delta p}{h}$$

$$\Delta_{\text{вм}} = \frac{M_3 (h\cdot)^3}{6h} = \frac{p_0 (ht)^2}{t_0^3}$$

Вычислим min

$$h_0 = \frac{t_0}{\cancel{2}} \left(\frac{\Delta p}{2 p_0}\right)^{1/3}$$

$\Delta p \sim 0{,}3 \quad t_0 = 1000 \quad p_0 = 200$

$\Rightarrow$ $h_0 \sim 90$.

1) Нормальное распределение: $\mathcal{E}_1 \sim (0,1) \Rightarrow$ ②

$\Rightarrow$ среднее знач - 0, а дисперсия = 1.

$sum((\underbrace{w[i]}_{вес} * (\underbrace{y[i]}_{функция} - \underbrace{spl(x[i])}_{приближение}))^2, axis=0) \leq S$ → параметр сглаживания

Вес каждой точки 1, все точки независимы, тогда

$N = 1000$

$S = sum((w[i] * (y[i] - spl(x[i])))^2$

$\underset{0{,}5 \cdot 0{,}5}{0{,}25} \sum D(\mathcal{E}_i) = \frac{N}{4} = 250$ (шум с коэф-ом 0,5)

Задание 3.

$f'(x_0) = \frac{1}{12h}(f_{i-1} - 8f_{i-1} + 8f_{i+1} - f_{i+2})$ - то что осталось после разложения в ряд Тейлор

$\mathcal{E}_{total} = \mathcal{E}_{method} + \mathcal{E}_{comp}$

Δ_{method}

$f_{i-2} = f(x-2h) = \cancel{f(x)} + \cancel{f'(x)2h} + \cancel{\frac{f''(x)4h^2}{2}} - \frac{f'''(x)(8h^3)}{6} + \cancel{\frac{f^{IV}(x)16h^4}{24}} - \frac{f^{V}32h^5}{24\cdot 5}$

$f_{i-1} = \cancel{f(x)} - f'(x)h + \cancel{\frac{f''(x)h^2}{2}} - \frac{f'''(x)h^3}{6} + \cancel{\frac{f^{IV}h^4}{24}} - \frac{f^5h^5}{120}$

$f_{i+1} = \cancel{f(x)} + f'(x)h + \cancel{\frac{f''(x)h^2}{2}} + \frac{f'''(x)h^3}{6} + \cancel{\frac{f^{IV}h^4}{24}} + \frac{f^5h^5}{120}$

$f_{i+2} = f(x+2h) = \cancel{f(x)} + 2hf'(x) + \cancel{2f''(x)h^2} + \frac{8}{6}f'''(x)\cdot 8h^3 + \cancel{\frac{f^{IV}(x)16h^4}{24}} + \frac{f^V 32h^5}{120}$

$f'(x_0) = \left(f'(x)(-2h) - \frac{f'''(x)(8h^3)}{6} - \frac{f^V 32h^5}{120}\right)2 +$

$+16\left(f'(x)h + \frac{f'''(x)h^3}{6}\right) + \frac{f^5h^5}{120}\Big) =$

$= \left(12f'(x)h - \frac{48f^5h^5}{120}\right)\frac{1}{12h} = f'(x) - \frac{4}{120}f^Vh^4$

$\Delta_1 = \frac{M_5h^4}{30}$ $\quad \Delta_2 = \frac{1}{12h}(\Delta f + 8\Delta f + 8\Delta f + \Delta f) = \frac{3}{2}\frac{\Delta f}{h}$

Найдем min по h.

$$F = \Delta_1 + \Delta_2 = \frac{M_5 h^4}{30} + \frac{3\Delta f}{2h}$$

$$F' = \frac{4 M_5 h^3}{30} - \frac{3\Delta f}{2h^2} \qquad h^5 = \frac{3\Delta f \cdot 30}{2 \cdot 4 M_5} = \frac{45}{4}\frac{\Delta f}{M_5}$$

$\Rightarrow \Delta f = 1{,}5 \quad M_5 = 9\cdot 10^{-6}$ (Вольфрам)

Тогда $h_0 = \sqrt[5]{\frac{45}{4} \frac{1{,}5}{9\cdot 10^{-6}}} \approx 18$

В Н В ~~В~~ Н Н

В Н Н В В Н В Н

$$f'(X) = \frac{f_{i+h} - f_{i-h}}{2h}$$ Задача 4

$$f(x+h) = \cancel{f(x)} + f'(x)h + \cancel{\frac{f''(x)h^2}{2}} + \frac{f'''(x)h^3}{6}$$

$$f(x-h) = \cancel{f(x)} - f'(x)h + \cancel{\frac{f''(x)h^2}{2}} - \frac{f'''(x)h^3}{6}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2h}\left(2f'(x)h + \frac{1}{3}f'''(x)h^3\right).$$

$$\Delta_1 = f'''(x)\frac{1}{6}h^2 = \frac{M_3 h^2}{6}.$$

$$\Delta_2 = \frac{\Delta f}{h}$$

$$\Delta = \frac{M_3 h^2}{6} + \frac{\Delta f}{h}$$

$$h_0 = 9$$

В М Н Н В Н М В В М Б

Задага 6.

x_n - посл-ть : $x_{n+1} - 5x_n = 4$ $x_0 \approx 10^{-6}$.

Решение: $\lambda^{n+1} - 5\lambda^n = 0 \Rightarrow \lambda - 5 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ общее решение $X = C \cdot 5^n$ - общее решение

частное решение $x^*_n = -1 \Rightarrow$ $\boxed{X = C \cdot 5^n - 1}$

$\frac{\Delta x}{x}$; ~~$x_0 = \ldots (-1)\,(n=0)$~~ $x_0 = C - 1$.

если $C = 0 \Rightarrow x_0 = -1 \Rightarrow x_n = -1 \;\forall n$

Пусть $x_0 = -1 + 10^{-6} \Rightarrow x_1 = -1 + 10^{-6} \cdot 5$;

$x_2 = 5x_1 + 4 = -5 - 25 \cdot 10^{-6} + 4 = -1 - 25 \cdot 10^{-6}$

и тд $\Rightarrow$ погрешность будет расти экспоненциально.

Других чисел таких нет.