

SONLU FARK FORMÜLLERİ

→ Bir $f(x)$ fonksiyonunun $(x+\Delta x)$ noktasındaki değeri Taylor serisi açılımı ile:

$$f(x+\Delta x) = f(x) + (\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \dots = f(x) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\Delta x)^n}{n!} \frac{\partial^n f}{\partial x^n}$$

Buradan sıfırncı türev gelirirse:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} - \frac{(\Delta x)}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \dots \Rightarrow O(\Delta x) = \frac{(\Delta x)}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \dots$$

$$\Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} + O(\Delta x)$$

İndisssel formda:

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} + O(\Delta x)$$

şeklinde gösterilir ve türev için birinci mertebeden ileri fark formülasyonu olarak adlandırılır.

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_i = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x} + O(\Delta x)$$

⇒ şeklinde birinci mertebeden geri fark formülasyonu.

Soru 1) Sonlu farkların kuvvetlerinin denklem katsayıları ile pascal üçgeni arasındaki ilişki?

⇒ Sonlu farkların kuvvetleri matematikte Taylor serisi olarak bilinen bir seridir. Bu seride bir fonksiyonun türevlerinin değerleri kullanılarak fonksiyonun yaklaşık değeri hesaplanır. Pascal üçgeni ise kombinatorikte kullanılır ve her bir sayı üstteki iki sayının toplamına eşittir. Sonlu farkların kuvvetlerinin denklem katsayıları pascal üçgenindeki sayılarla ilişkilendirilebilir. Örneğin: Sonlu farkların kuvvetlerinin katsayılarından oluşan bir dizi pascal üçgeninin belirli bir satırına karşılık gelebilir. Bu ilişki matematiksel analiz ve kombinatorik arasında bir bağlantı sağlar.

Soru 2: Newton ileri/geri sonlu fark denklemleri nedir? Nasıl türetilir?

⇒ Newton ileri ve geri sonlu fark denklemleri, diferansiyel denklemlerin sayısal çözümlerini elde etmek için kullanılan yöntemlerdir. İleri sonlu fark denklemi bir noktadaki fonksiyon değerini bir sonraki noktadaki fonksiyon değeriyle ilişkilendirir. Geri sonlu fark denklemi ise bir noktadaki fonksiyon değerini bir önceki noktadaki fonksiyon değeriyle ilişkilendirir. İleri sonlu fark denklemi Taylor serisinin ileriye doğru genişletilmesiyle türetilir. Örneğin: Bir fonksiyonun bir sonraki noktadaki değerini hesaplamak için fonksiyonun o noktadaki değeri ve türevleri kullanılır. Bu fonksiyonun yaklaşık değerini verir.