UAS kelas C

Iqra Fauzan Akbar

F1G123020

Aljabar Linear

~~Keo~~

1\. a. determinan matriks $\begin{bmatrix} 20+1 & 2 & 1 \\ 1 & 20 & 2 \\ 2 & 1 & 20-1 \end{bmatrix}$

$$\det = 21\begin{bmatrix} 20 & 2 \\ 1 & 19 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 19 \end{bmatrix} + 1\begin{bmatrix} 1 & 20 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= 21(378) - 2(15) + (-39)$$
$$= 7869$$

b. apakah ~~matriks~~ nilai k menyebabkan matriks B singular

determinan $B = 7869 \neq 0$

Jadi, nilai k tidak menyebabkan matriks B singular

2\. $\begin{bmatrix} 20 & 2 \\ 1 & 20+1 \end{bmatrix}$

a. $\det(B) = 20(21) - 2 = 418$

b. $B^{-1} = \frac{1}{418}\begin{bmatrix} 21 & -2 \\ -1 & 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21/418 & -2/418 \\ -1/418 & 20/418 \end{bmatrix}$

c. $B.B^{-1} = \begin{bmatrix} 20 & 2 \\ 1 & 21 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{418}\begin{bmatrix} 21 & -2 \\ -1 & 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Jadi, $B.B^{-1} = I$

3\.
$$21x + y + z = 3$$
$$x + 22y + z = 4$$
$$x + y + 23z = 5$$

a. Bentuk matriks $= \begin{bmatrix} 21 & 1 & 1 \\ 1 & 22 & 1 \\ 1 & 1 & 23 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$

6. $\det = 21(22.23-1) - 1(23-1) + 1(1-22)$

$= 10605 - 43$

$= 10562 \neq 0$

4.) $C = \begin{bmatrix} 20 & 1 \\ 1 & 20 \end{bmatrix}$

a.) Polinom karakteristik

$\det(C - \lambda I) = \begin{bmatrix} 20-\lambda & 1 \\ 1 & 20-\lambda \end{bmatrix}$

$= (20-\lambda)^2 - 1$

$\lambda^2 - 40\lambda + 399 = 0$

b.) Hitung eigen value

$20 - \lambda = \pm 1$

$\lambda_1 = 21, \quad \lambda_2 = 19$

c.) Tentukan eigenvector

- $\lambda_1 = 21$

$(C - 21I)v = 0 : \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} v = 0$

$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

- $\lambda_2 = 19$

$(C - 19I)v = 0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} v = 0$

$v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$