

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ “ЛЬВІВСЬКА
ПОЛІТЕХНІКА”**

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота №6

з дисципліни
«Дискретна математика»

Виконала:
студент групи КН-114
Ярка Ірина
Викладач:
Мельникова Н.І.

Львів – 2019 р.

Генерація комбінаторних конфігурацій

Мета роботи: набутти практичних вмінь та навичок при комп'ютерній реалізації комбінаторних задач.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Головна задача комбінаторики – підрахунок та перелік елементів у скінчених множинах.

Правило додавання: якщо елемент – x може бути вибрано n способами, а y – іншими m способами, тоді вибір „ x або y ” може бути здійснено $(n+m)$ способами.

Правило добутку: якщо елемент – x може бути вибрано n способами, після чого y – m способами, тоді вибір упорядкованої пари (x, y) може бути здійснено $(n \cdot m)$ способами.

Набір елементів x_1, x_2, \dots, x_m з множини $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ називається *вибіркою* об'єму m з n елементів – (n, m) – *вибіркою*.

Упорядкована (n, m) – вибірка, в якій елементи не можуть повторюватися, називається (n, m) – *розміщенням*, кількість всіх можливих розміщень обчислюється за формулою:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}.$$

Упорядкована (n, m) – вибірка, в якій елементи можуть повторюватися, називається (n, m) – *розміщенням з повторюваннями*, кількість всіх можливих таких розміщень обчислюється за формулою:

$$\overline{A}_n^m = n^m.$$

Неупорядкована (n, m) – вибірка, в якій елементи не можуть повторюватися, називається (n, m) – *сполученням*, кількість всіх можливих сполучень обчислюється за формулою:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Неупорядкована (n, m) – вибірка, в якій елементи можуть повторюватися, називається (n, m) – *сполученням з повторюваннями*, кількість всіх можливих таких сполучень обчислюється за формулою:

$$\overline{C}_n^m = C_{n+m-1}^m.$$

A_n^n – називається *перестановкою*, а кількість різних перестановок позначається та обчислюється за формулою:

$$P_n = n!.$$

Біномом Ньютона називають формулу для обчислення виразу $(a+b)^n$ для натуральних n .

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^k b^{n-k}$$

ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

Варіант 15 Завдання № 1

1. Скількома способами можна розставити

а) 15 чоловік в шеренгу;

б) 5 червоних, 3 зелені и 4 сині кубика в ряд?

а) $P_{15} = 15! = 1307674368000$;

б) $P_{12}(5!3!4!) = \frac{12!}{5! \times 3! \times 4!} = 4 \times 7 \times 9 \times 10 \times 11 = 27720$;

2. Скільки різних п'ятицифрових чисел можна утворити з семі цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7?

$$\tilde{A}_5^7 = 7^5 = 16807;$$

3. На площині 12 точок розміщені так, що жодні три з них не лежать на одній прямій. Скільки прямих можна провести через ці точки?

$$C_{12}^2 = \frac{12!}{2! \times 10!} = \frac{11 \times 12}{2} = 11 \times 6 = 66;$$

4. З лабораторії, у якій працює 25 чоловік, 5 співробітників мають поїхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо начальник лабораторії і головний інженер одночасно їхати не можуть?

$$C_{25}^5 - C_{23}^3 = 53130 - 1771 = 51359;$$

5. Скількома способами можна поділити 10 зошитів у клітку та 12 зошитів у лінійку між шістьма студентами так, щоб по одному зошиту у клітинку та по одному зошиту у лінійку було у кожного?

$$C_9^5 + C_{11}^5 = 126 + 462 = 588;$$

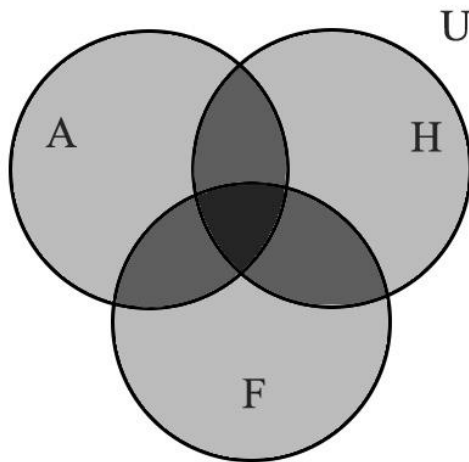
6. В гуртожиток необхідно поселити у три двомісні кімнати, та чотири тримісні кімнати 18 дівчат. Скількома способами можна розподілити дівчат у кімнати, якщо має значення тільки хто з ким буде в одній кімнаті?

—

$$P_{18} = P_{2,2,2,3,3,3,3} = C_{18}^2 \times C_{16}^2 \times C_{14}^2 \times C_{12}^3 \times C_9^3 \times C_6^3 \times C_3^3 = \frac{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 18}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3} =$$
$$= 5 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17 \times 3 = 61751289600;$$

7. У бібліотеці усього 40 різних книг з математики, в яких можуть бути розділи за темами першого, другого та третього семестрів з курсу „Вища математика». У 28 книгах є інформація за перший семестр, у 24 – за другий,

у 15 – за третій; у 18 – за перший та другий, у 11 – за перший та третій, у 9 – за другий та третій; у 7 – за усі семестри. Скільки книг з математики не містять інформації з курсу вища математика? Скільки книг містить інформацію лише за перший семестр?



$U = 40$;
 A – перший семестр (28);
 H – другий семестр (24);
 F – третій семестр (15);
 $A \cap H = 18$;
 $A \cap F = 11$;
 $H \cap F = 9$;
 $A \cap H \cap F = 7$;

$A \cap H \cap F$ – множина книг з 3-ма темами семестрів;
 $A \cup H \cup F$ – множина книг, що мають теми хоча б одного семестру.
 $|A \cup H \cup F| = |A| + |H| + |F| - |A \cap H| - |A \cap F| - |H \cap F| + |A \cap H \cap F| =$
 $= 28 + 24 + 15 - 18 - 11 - 9 + 7 = 36$ (книг)

Без курсу «Вища математика» :
 $|U| - |A \cup H \cup F| = 40 - 36 = 4$ (книги)

Лише перший семестр:
 $|A| - |A \cap H| - |A \cap F| + |A \cap H \cap F| = 28 - 18 - 11 + 7 = 6$ (книг)

Завдання 2

Задані додатні цілі числа n та r . Побудувати у лексикографічному порядку всі розміщення з повтореннями із r елементів множини $\{1, 2, \dots, n\}$. Побудувати розклад $(x + y)^{12}$.

Скріншоти коду програми:

```

#include <iostream>
using namespace std;

int fact (int n)
{
    if (n<=1) return 1;
    else return fact(n-1)*n;
}

bool func(int *a, int n, int m)
{
    int j = m - 1;
  
```

```

while (j >= 0 && a[j] == n) j--;
if (j < 0) return false;
if (a[j] >= n)
    j--;
a[j]++;
if (j == m - 1) return true;
for (int k = j + 1; k < m; k++)
    a[k] = 1;
return true;
}
void Print(int *a, int n)
{
    int num = 1;
    cout.width(3);
    cout << num++ << ": ";
    for (int i = 0; i < n; i++)
        cout << a[i] << " ";
    cout << endl;
}
int main()
{
    int n, m, *a;
    cout << "N = ";
    cin >> n;
    cout << "R = ";
    cin >> m;
    int h = n > m ? n : m; //розмір
    a = new int[h]; //множина чисел
    for (int i = 0; i < h; i++)
        a[i] = 1;
    Print(a, m);
    while (func(a, n, m))//поки можливо міняти цифри місцями, цикл виконується
        Print(a, m);
    //розклад
    int power;
    cout << "Enter the power for (x+y): " << endl;
    cin >> power;
    for(int i = power, j = 0; i>=0, j<=power; i--, j++){
        cout << fact(power)/(fact(j)*fact(power-j)) << "x^" << i << "y^" << j << " + ";
    }
    return 0;
}

```

Скріншоти виконання програми:

```

N = 3
R = 3
1:  1 1
1:  1 2
1:  1 3
1:  2 1
1:  2 2
1:  2 3
1:  3 1
1:  3 2
1:  3 3
Enter the power for (x+y):
12
1x^12y^0 + 12x^11y^1 + 66x^10y^2 + 220x^9y^3 + 495x^8y^4 + 792x^7y^5 + 924x^6y^6 + 792x^5y^7 + 495x^4y^8 + 220x^3y^9 + 6
6x^2y^10 + 12x^1y^11 + 1x^0y^12 +
Process finished with exit code 0

```

Висновок:

Ми набули практичних вмінь та навичок при комп'ютерній реалізації комбінаторних задач.