

ДОДАТОК

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ “ЛЬВІВСЬКА
ПОЛІТЕХНІКА”**

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота №2

з дисципліни

«Дискретна математика»

Виконала:

студент групи КН-114

Ярка Ірина

Викладач:

Мельникова Н.І.

Львів – 2019 р.

Моделювання основних операцій для числових множин

Мета роботи: Ознайомитись на практиці із основними поняттями теорії множин, навчитись будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїти принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.

Теоретичні відомості

Множина – це сукупність об'єктів, які називають елементами.

Кажуть, що множина A є **підмножиною** множини S (цей факт позначають $A \subseteq S$, де \subseteq – знак нестрогого включення), якщо кожен її елемент автоматично є елементом множини S . Досить часто при цьому кажуть, що множина A міститься в множині S .

Якщо $A \subseteq S$ і $S \neq A$, то A називають **власною (строгою, істинною) підмножиною** S (позначають $A \subset S$, де \subset – знак строгого включення).

Дві множини A та S називаються **рівними**, якщо вони складаються з однакових елементів. У цьому випадку пишуть $A=S$.

Якщо розглядувані множини є підмножинами деякої множини, то її називають **універсумом** або **універсальною множиною** і позначають літерою U (зауважимо, що універсальна множина існує не у всіх випадках).

Множини як об'єкти можуть бути елементами інших множин, Множину, елементами якої є множини, інколи називають **сімейством**.

Множину, елементами якої є всі підмножини множини A і тільки вони (включно з порожньою множиною та самою множиною A), називають **булеаном** або **множиною-степенем** множини A і позначають $P(A)$.

Потужністю скінченної множини A називають число її елементів, позначають $|A|$.

Множина, яка не має жодного елемента, називається *порожньою* і позначається \emptyset .

Вважається, що порожня множина є підмножиною будь-якої множини, а також $A \subset A$.

Множина всіх підмножин множини A називається *булеаном* і позначається $P(A)$. Потужність скінченної множини дорівнює кількості її елементів, позначається $|A|$. Потужність порожньої множини дорівнює 0.

Дві множини A і B *рівні* між собою, якщо $A \subset B$ і $B \subset A$.

Над множинами можна виконувати дії: об'єднання, переріз, доповнення, різницю, симетричну різницю, декартів добуток.

Об'єднанням двох множин A і B (рис. 2.1, а) називають множину $A \cup B = \{x : (x \in A) \vee (x \in B)\}$.

Перетином (перерізом) двох множин A і B (рис. 2.1, б) називають

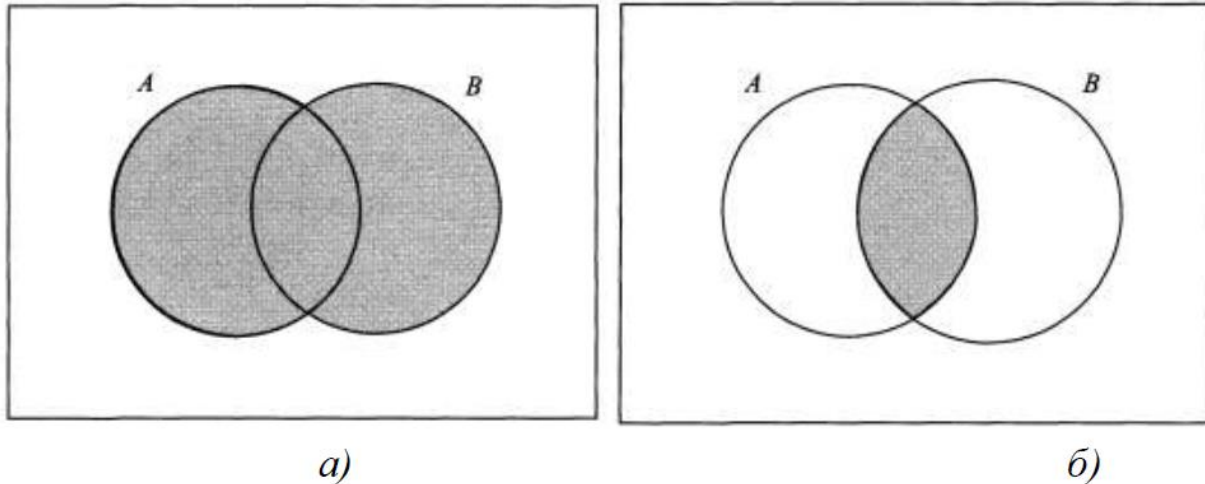
$$A \cap B = \{x : (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$


Рис. 2.1. Діаграми Ейлера-Венна об'єднання та перетину двох множин

Різницею множин A та B (рис. 2.2, a) називають множину

$$A \setminus B = \{x : (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

Зазначимо, що $A \setminus B = A \cap \overline{B}$.

Симетричною різницею множин A та B (рис. 2.2, б) називають множину

$$A\Delta B = \{x : ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \vee ((x \in B) \wedge (x \notin A))\}.$$

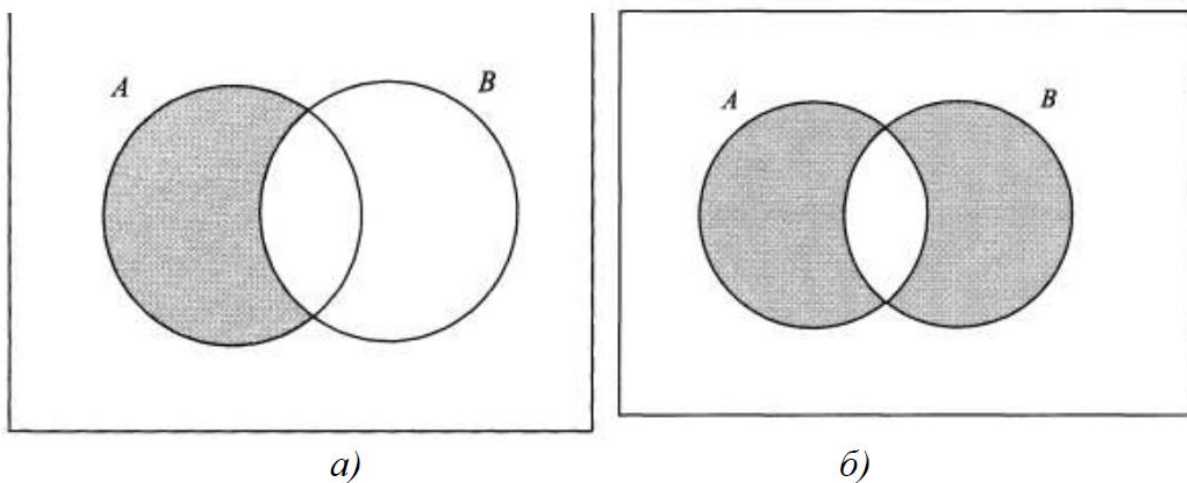


Рис. 2.2. Діаграма Ейлера-Венна різниці та симетричної різниці двох множин

Пріоритет виконання операцій у спадному порядку – доповнення, переріз, об'єднання, різниця, симетрична різниця.

Закони алгебри множин

Закони асоціативності	
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$
Закони комутативності	
$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$
Закони тотожності	
$A \cup \emptyset = A$	$A \cap U = A$
Закони домінування	
$A \cup U = U$	$A \cap \emptyset = \emptyset$
Закони ідемпотентності	
$A \cup A = A$	$A \cap A = A$
Закони дистрибутивності	
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
Закони поглинання	
$(A \cup B) \cap A = A$	$(A \cap B) \cup A = A$
Закони доповнення	
$A \cup \bar{A} = U$	$A \cap \bar{A} = \emptyset$
$\bar{\bar{U}} = \emptyset$	$\bar{\emptyset} = U$
$\bar{\bar{A}} = A$	$\bar{\bar{A}} = A$
Закони де Моргана	
$\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$	$\overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}$

Варіант 15

Завдання 1

Для даних скінчених множин $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ та універсаму $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а) $(C \setminus A) \cup (B \setminus A)$; б) $(B \setminus C) \cap A$. Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} = \{1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0\}$$

$$B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} = \{0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1\}$$

$$C = \{2, 4, 6, 8, 10\} = \{0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1\}$$

$$\text{а) } (C \setminus A) \cup (B \setminus A) = \{8, 9, 10\} = \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1\}$$

- $(C \setminus A) = \{8, 10\} = \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1\}$

- $(B \setminus A) = \{8, 9, 10\} = \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1\}$

- $(C \setminus A) \cup (B \setminus A) = \{8, 9, 10\} = \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1\}$

$$\text{б) } (B \setminus C) \cap A = \{9\} = \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0\}$$

- $(B \setminus C) = \{5, 7, 9\} = \{0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0\}$

- $(B \setminus C) \cap A = \{9\} = \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0\}$

Завдання 2

На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $B \Delta C \setminus C$.

Знайти його потужність.

$$B \Delta C \setminus C = \{2\}$$

- $B \Delta C = (B \setminus C) \cup (C \setminus B) = \{2, 9\}$
- $B \Delta C \setminus C = \{2\}$

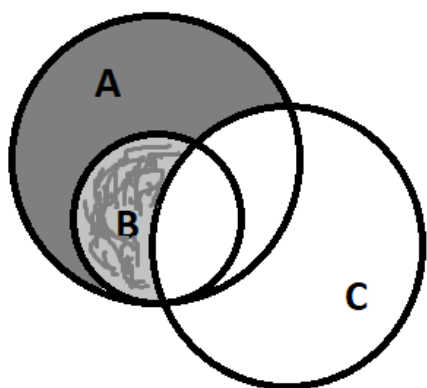
$$P(B \Delta C \setminus C) = \{2\}$$

$$|B \Delta C \setminus C| = |\{\emptyset, \{2\}\}| = 2$$

Завдання 3

Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

- $4 \in \{1, 2, 3, \{4, 5\}\}$ – твердження істинне;
- $Q \in R$ – твердження істинне;
- $Q \cap R = R$ – твердження хибне;
- $Z \cup Q \subset Q \setminus N$ – твердження хибне;
- якщо $A \subset B$, то $A \setminus C \subset B \setminus C$ – твердження хибне, оскільки:



● $B \setminus C$
● $A \setminus C$

Отже, якщо $A \subset B$, то $B \setminus C \subset A \setminus C$, а не навпаки.

Завдання 4

Логічним методом довести тотожність:

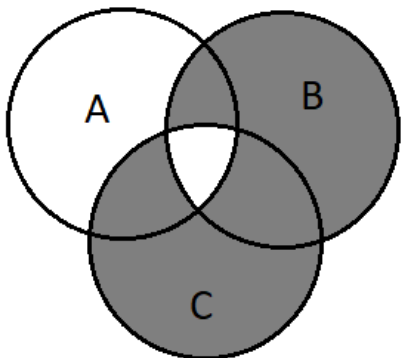
$$A \setminus B \cap C = (C \setminus A) \cup (B \cap C).$$

- $C \setminus A = C \cap \neg A$
Застосуємо закон дистрибутивності
- $(C \cap \neg A) \cup (B \cap C) = C \cap (\neg A \cup B) = A \setminus B \cap C$, що і треба було довести.

Завдання 5

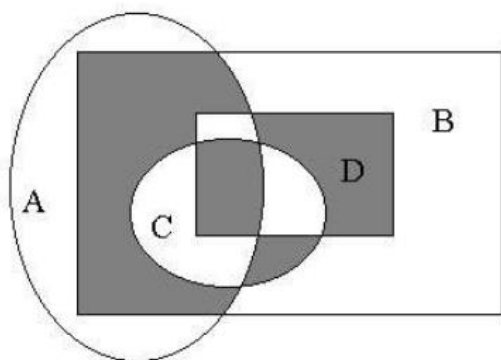
Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$(A \cap B \Delta C) \cup (B \setminus (A \setminus C)) .$$



Завдання 6

Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



$$(D \setminus A \setminus C) \cup (C \cap A \cap D) \cup (C \setminus D \setminus A) \cup ((A \cap B) \setminus (D \cup C))$$

Завдання 7

7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу): $(A \cap B \cap C) \cup (\neg B \cap C) \cup \neg C$.

$$(A \cap B \cap C) \cup (\bar{B} \cap C) \cup \bar{C} = A \cup \bar{B} \cup \bar{C}.$$

Завдання 8

У коробці знаходяться m кульок, які пополювині розмальовані двома кольорами – синім і жовтим. Половинки N кульок розмальовані синім кольором, а половинки K кульок – жовтим. L кульок мають і синю і жовту половинки. Скільки кульок не мають цих кольорів і скільки кульок розфарбовані лише цими кольорами?

1) $K \cap N \cap L$;

2) $K \Delta N \setminus L$.

Додаток 2

15. Ввести з клавіатури дві множини цілих чисел. Реалізувати операції об'єднання та перерізу над цими множинами. Вивести на екран новоутворені множини. Знайти програмно їх потужності.

Скріншоти коду:

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

void main(void) {
    int u, k, r, * p1, * p2, * p3, * ptr, * ptr1, t, counter1, * u1, * masp, amount = 0;
    printf("Enter the number of univesum: ");
    scanf("%d", &u);
    int* univesum = (int*)malloc(u * sizeof(int));
    int* mas10 = (int*)malloc(u * sizeof(int));
    masp = mas10;
    int* mas20 = (int*)malloc(u * sizeof(int));
    printf("\nUnivesum is: ");
    for (int i = 0; i < u; i++) {
        univesum[i] = i + 1;
        printf("%d ", univesum[i]);
    }
    printf("\nHow much elements will be in a 1 set? \n");
    scanf("%d", &k);
    int* mas1 = (int*)malloc(k * sizeof(int));
    p1 = mas1;
    printf("Enter them all, please:\n ");
    for (int i = 0; i < k; i++, p1++) {
        printf("Set 1 [%d] = ", i + 1);
        scanf("%d", p1);
        if (*p1 > u)
        {
            printf("Sorry, wrong numbers! Please try one more time!\n");
            exit(1);
        }
    }
    int tmp;
    for (int j = 0; j < k - 1; j++) {
        for (int i = 0; i < k - 1; i++) {
            if (mas1[i] > mas1[i + 1]) {
                tmp = mas1[i];
                mas1[i] = mas1[i + 1];
                mas1[i + 1] = tmp;
            }
        }
    }
    for (int i = 0; i < k; i++)
        printf("%d ", mas1[i]);
    printf("\n");
    for (int i = 0, *u1 = univesum; i < u; i++, u1++)
    {
        for (int j = 0; j < k; j++)
        {
            if (*u1 == mas1[j])
            {
                amount++;
                *masp = 1;
                masp++;
                break;
            }
        }
        if (amount == 0)
        {
            *masp = 0;
            masp++;
        }
    }
}
```

```

        amount = 0;
    }
    for (int i = 0; i < u; i++)
    {
        printf("%d ", mas10[i]);
    }
    printf("\nHow much elements will be in a 2 set? \n");
    scanf("%d", &r);
    int* mas2 = (int*)malloc(r * sizeof(int));
    p2 = mas2;
    printf("Enter them all, please:\n ");
    for (int i = 0; i < r; i++, p2++) {
        printf("Set 2 [%d] = ", i + 1);
        scanf("%d", p2);
        if (*p2 > u)
        {
            printf("Sorry, wrong numbers! Please try one more time!\n");
            exit(1);
        }
    }
    for (int j = 0; j < r - 1; j++) {
        for (int i = 0; i < r - 1; i++) {
            if (mas2[i] > mas2[i + 1]) {
                tmp = mas2[i];
                mas2[i] = mas2[i + 1];
                mas2[i + 1] = tmp;
            }
        }
    }
    masp = mas20;
    for (int i = 0; i < r; i++)
        printf("%d ", mas2[i]);
    printf("\n");
    for (int i = 0, *u1 = universum; i < u; i++, u1++)
    {
        for (int j = 0; j < k; j++)
        {
            if (*u1 == mas2[j])
            {
                amount++;
                *masp = 1;
                masp++;
                break;
            }
        }
        if (amount == 0)
        {
            *masp = 0;
            masp++;
        }
        amount = 0;
    }
    for (int i = 0; i < u; i++)
    {
        printf("%d ", mas20[i]);
    }
    int countc = 0;
    printf("\nCombining sets: \n");
    int* mas4 = (int*)malloc(u * sizeof(int));
    for (int i = 0; i < u; i++)
    {
        mas4[i] = mas10[i] | mas20[i];
        if (mas4[i] == 1)
            countc++;
    }
    for (int i = 0; i < u; i++)
        printf("%d ", mas4[i]);
    puts(" ");

```



```

printf("Powerset of combining is %d", countc);
int counti = 0;
printf("\nIntersection of sets: \n");
int* mas3 = (int*)malloc(u * sizeof(int));
for (int i = 0; i < u; i++)
{
    mas3[i] = mas1[i] & mas2[i];
    if (mas3[i] == 1)
        counti++;
}
for (int i = 0; i < u; i++)
    printf("%d ", mas3[i]);
puts(" ");
printf("\nPowerset of intersection is %d", counti);
}

```

Результати виконання:

```

Enter the number of universum:20

Universum is: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
How much elements will be in a 1 set?
5
Enter them all, please:
Set 1 [1] =7
Set 1 [2] =4
Set 1 [3] =9
Set 1 [4] =13
Set 1 [5] =19
4 7 9 13 19
0 0 0 1 0 0 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0
How much elements will be in a 2 set?
5
Enter them all, please:
Set 2 [1] =9
Set 2 [2] =5
Set 2 [3] =2
Set 2 [4] =4
Set 2 [5] =7
2 4 5 7 9
0 1 0 1 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
Combining sets:
0 1 0 1 1 0 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0
Powerset of combining is 7
Intersection of sets:
0 0 0 1 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
Powerset of intersection is 3

```

У програмі наявна також перевірка на коректне введення даних (елемент множини не може бути більшим, ніж елементи універсуму):

```
Enter the number of universum:20

Universum is: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
How much elements will be in a 1 set?
5
Enter them all, please:
Set 1 [1] =2
Set 1 [2] =21
Sorry, wrong numbers! Please try one more time!
```

Висновок

Ми на практиці ознайомились із основними поняттями теорії множин, навчилися будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використали закони алгебри множин, освоїли принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.