本文将从以下三个方面评估《象棋竞赛积分排名办法（试行）》(以下简称《方法》):

1. 积分时效性与准确性: 是否真实反映棋手实时水平
    - 第十五条 积分排名累加运动员最近连续 52 周内积分最高的 10 项赛事积分。
    - 第十六条 每个自然年第一站比赛至最后一站比赛称为一个赛季。同一赛事前一赛季所获得的积分将被新赛季所获得积分滚动覆盖。
2. 系统公平性: 是否存在头部固化/底层晋升困难
    - 第十条 运动员年龄按照自然年计算。青少年运动员因年龄增长升入上一年龄组别的，现有积分按照 50%计入新的年龄组别。
3. 生态健康度: 是否能激励持续参赛、促进选手流动
    - 第十九条 若两位或多位运动员积分相同，则参加赛事更多者排名更高，若相同以单个最高赛事积分依次排序。

一、数学模型构建

1. 动态积分评估模型

采用时间序列分析法，建立选手积分变化函数:

$$R(t) = \sum_{i=1}^{10} w_i S_i e^{-\lambda(t-t_i)}$$

其中w_i为赛事级别权重（A级1.0，B1级0.8，B2级0.6，C级0.5，D级0.4，E级0.3），S_i为单次赛事积分，λ为衰减系数（取0.005对应52周半衰期）。**该模型用以量化积分时效性影响。**

2. 公平性评价指标

构建洛伦兹曲线与基尼系数:

$$G = 1 - 2\int_0^1 L(p)dp$$

式中L(p)表示积分累计百分比函数. 将选手按人数等分为n个区间, 计算每个分位点的积分累计占比,利用数值积分计算基尼系数:

$$G = 1 - \sum_{i=1}^{n} (p_i - p_{i-1}) \times (L(p_i) + L(p_{i-1}))$$

- 若G=0.4，表示积分分布相对均衡
- 若G=0.6，说明前10%选手垄断了大部分积分（需规则调整）

3. 激励效果量化模型
建立马尔可夫链状态转移矩阵：

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots \\ p_{21} & \ddots & \\ \vdots & & p_{nn} \end{bmatrix}$$

将棋手排名按百分比划分为5个状态：前10%、10%-30%、30%-50%、50%-80%、后20%。

求解稳态分布 $\pi P = \pi$. 若"前10%→前10%"概率>90%，说明头部固化，需增加年轻棋手晋升通道。

二、数据准备

利用程序模拟出 1000 名棋手的参赛过程和积分演化过程，来应用上述模型检验《方法》。

定义每位棋手：

- 每周是否参赛
- 参赛的赛事级别（按概率）
- 该次比赛的成绩名次（通过能力值 + 随机性生成）
- 累积保存最近 52 周内最多 10 次积分

---

1. 定义模拟参数

```
N_PLAYERS = 1000        # 总共模拟1000位棋手
N_WEEKS = 52            # 模拟52周（一年）
MAX_EVENTS = 10         # 动态积分最多考虑最近10场
```

---

2. 模拟棋手能力值

```
player_strength = np.random.normal(loc=1500, scale=300, size=N_PLAYERS)
```

- 每位棋手的“实力”由一个正态分布模拟，平均值为1500，标准差为300

---

3. 定义赛事级别、权重、出现概率

```
event_levels = {
    'A': 1500, 'B1': 1000, 'B2': 750, 'C': 500, 'D': 300, 'E': 100
}
level_weights = {'A': 1.0, 'B1': 0.8, 'B2': 0.6, 'C': 0.5, 'D': 0.4, 'E': 0.3}
level_probs = [0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.34]
```

- `event_levels`：每种等级比赛的“冠军基础分”，A 级最多，E 级最少。
- `level_weights`：动态积分时，不同等级赛事的“重要性权重”。
- `level_probs`：某一周中不同等级比赛出现的概率。例如：
    - A级比赛一周只有 1% 概率发生；
    - E级赛事则很常见，有 34% 的概率。

---

4. 名次得分比例表

```python
rank_score_table = {
    1: 1.0, 2: 0.65, 3: 0.39, 4: 0.215, 5: 0.15, 10: 0.09, 20: 0.045, 32: 0.025, 64: 0.01
}
```

- 用于决定某个名次能拿到的分数比例，例如：
    - 第1名拿100%
    - 第2名拿65%
    - 第10名拿9%
- 没有具体名次的用最后一个对应值；例如第40名属于小于64的，就得0.01倍。

---

5. 得分比例函数

```python
def get_score_ratio(rank):
    for cutoff in sorted(rank_score_table):
        if rank <= cutoff:
            return rank_score_table[cutoff]
    return 0
```

- 输入某个名次 `rank`，返回对应的得分比例。
- 如果超出了所有设定的范围，比如第70名，返回 `0` 分。

---

6. 模拟棋手比赛过程

```python
player_events = defaultdict(list)
```

- 创建一个字典记录每位棋手的比赛记录，格式为：

  ```
  player_events[棋手ID] = [(得分, 周数, 等级), ...]
  ```

---

7. 主模拟循环（逐周进行）

```
for week in range(N_WEEKS):  # 每周
    for level, prob in zip(event_levels, level_probs):  # 每个等级赛事
        if random.random() < prob:
            participants = np.random.choice(N_PLAYERS, size=random.randint(32, 128), repl
```

- 对每一周，尝试为每个等级赛事生成一场比赛（是否真的举办由 `prob` 决定）。
- 如果随机数小于该级别的概率，则“这周举办该级别的赛事”。
- 比赛的参与人数随机设定在 32 到 128 之间。
- 参赛棋手从1000人中随机选出。

---

8. 模拟比赛排名

```
            strength = player_strength[participants]
            ranking = participants[np.argsort(-strength + np.random.normal(0, 100, size=l
```

- 每个参赛棋手的实力加上一个随机误差（标准差为100），形成“比赛状态”。
- 以此对棋手进行排序，生成比赛排名（实力高 + 状态好 = 靠前名次）。

---

9. 计算每位参赛者得分 & 保存记录

```
            for i, pid in enumerate(ranking):
                base_score = event_levels[level]
                ratio = get_score_ratio(i+1)
                score = base_score * ratio
                player_events[pid].append((score, week, level))
```

- 对每个参赛者，根据名次（ `i+1` ）计算得分比例。
- 然后：
    - `score = base_score * 得分比例`
    - 比如：C级比赛冠军 = 500 * 1.0 = 500 分。

- 最后把这个结果 `(score, week, level)` 添加到该棋手的记录中。

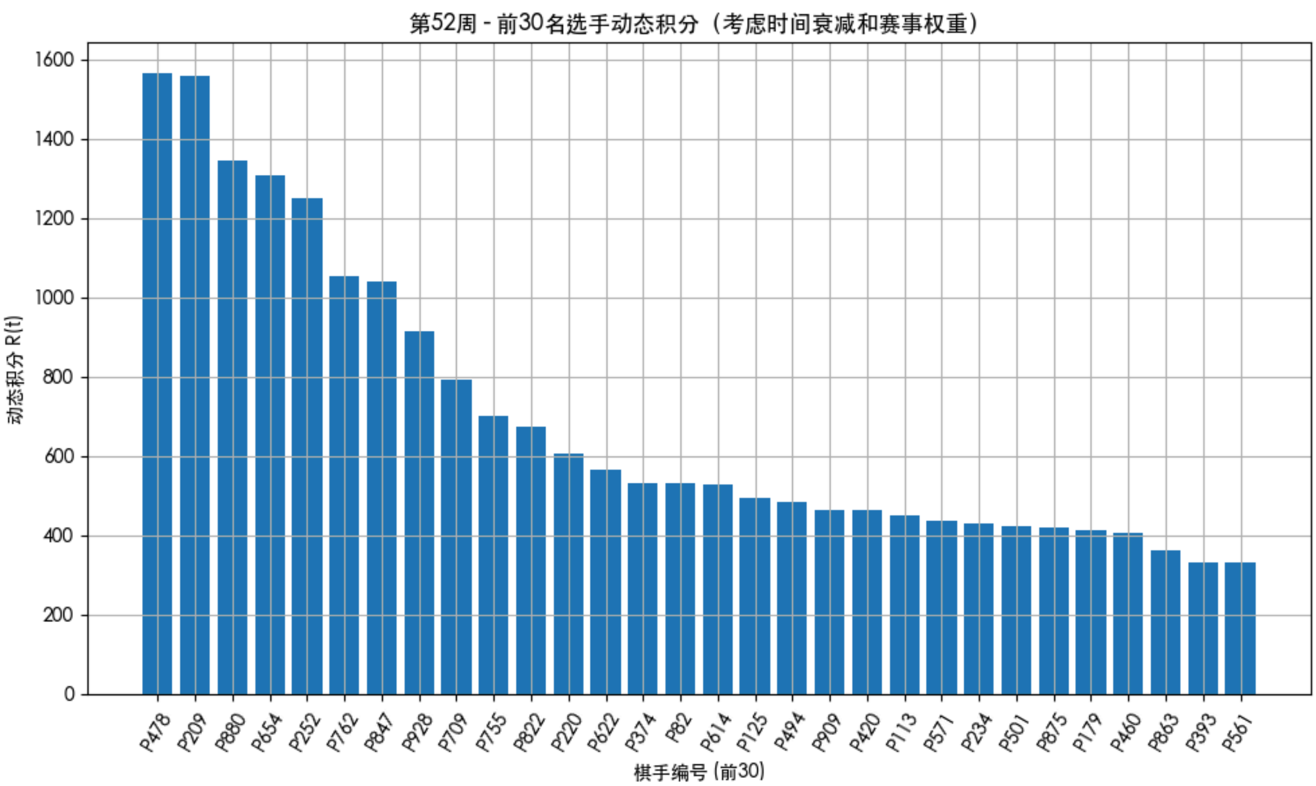
三、模型验证

1. 动态积分评估模型

利用上述的选手积分变化函数：

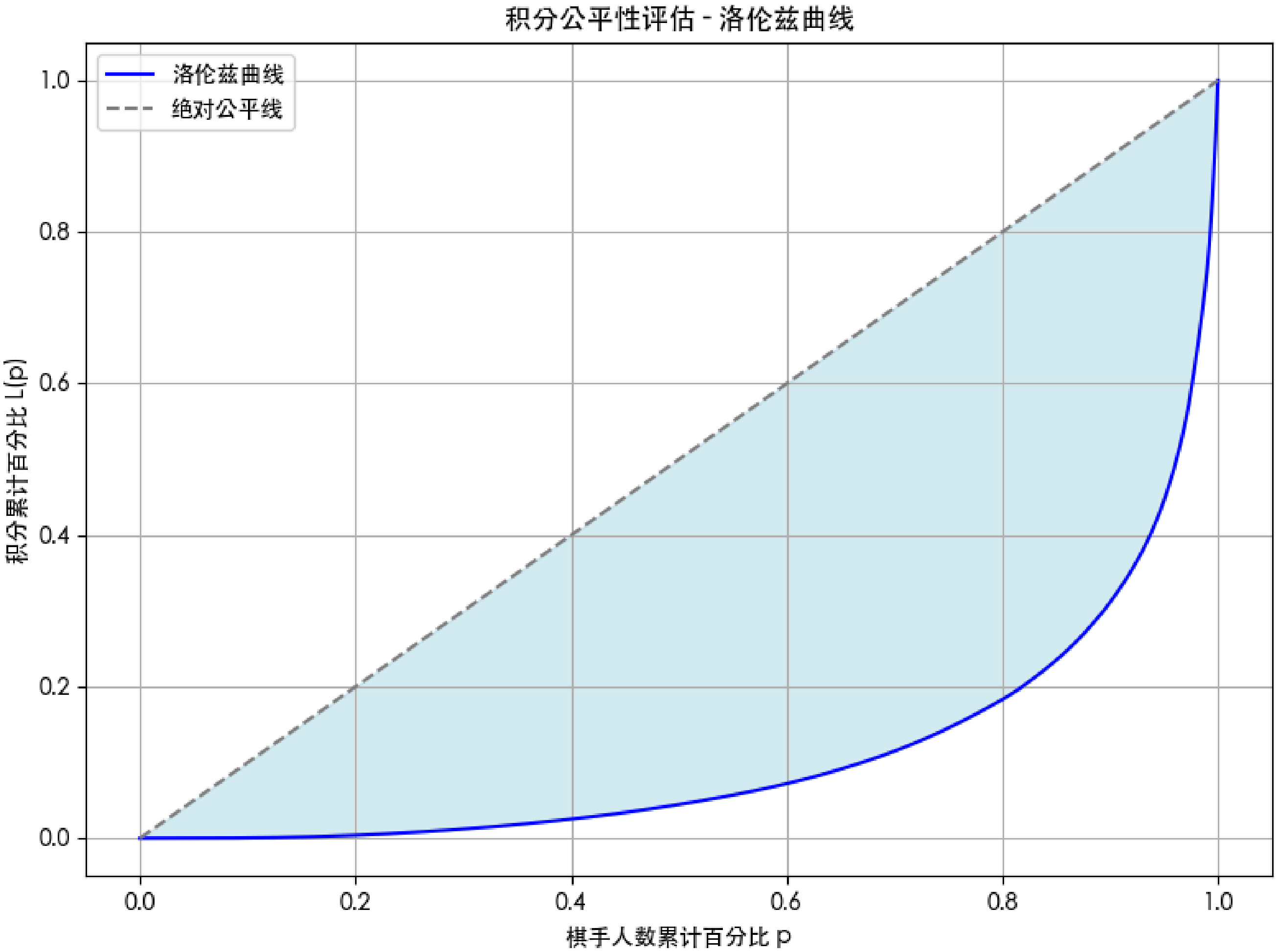
$$R(t)=\sum_{i=1}^{10} w_i S_i e^{-\lambda(t-t_i)}$$

和模拟出的数据，得到计算所有棋手在最后一周（week 51）的动态积分:



2. 公平性评价指标

利用模拟出的数据，做出洛伦兹曲线如下：



输出得到基尼系数基尼系数 G = 0.7810。

- 理论标准：
    - G < 0.3 极度公平
    - 0.3 < G < 0.4 相对公平
    - G ≈ 0.6 → 明显不公平
    - G > 0.7 → 垄断严重（积分制度失衡）

模拟结果中，G = 0.7810，表明积分集中程度极高，前10%棋手垄断了大部分积分资源，形成"强者越强"的马太效应。

3. 激励效果量化模型

建立马尔可夫链状态转移矩阵：

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots \\ p_{21} & \ddots & \\ \vdots & & p_{nn} \end{bmatrix}$$

将棋手排名按百分比划分为5个状态：

状态编号	区间	说明
0	前10%	头部选手
1	10%-30%	精英选手
2	30%-50%	中等选手
3	50%-80%	普通选手
4	后20%	边缘选手

具体步骤如下:

- Step 1：按照季度重新计算每个棋手的动态积分
- Step 2：在每个季度根据积分给棋手划分“状态”
- Step 3：统计状态转移次数，计算转移概率矩阵
- Step 4：求马尔可夫稳态分布，分析是否“头部固化”

得到输出如下:

```
马尔可夫转移概率矩阵 P：
[[0.3   0.237 0.113 0.237 0.113]
 [0.118 0.205 0.217 0.303 0.157]
 [0.065 0.202 0.22  0.343 0.17 ]
 [0.067 0.193 0.193 0.423 0.123]
 [0.067 0.185 0.217 0.1   0.432]]

稳态分布 π（长远棋手分布）：
状态0（Top 10%）: π = 0.100
状态1（10-30%）: π = 0.200
状态2（30-50%）: π = 0.200
状态3（50-80%）: π = 0.300
状态4（Bottom 20%）: π = 0.200
```

上述结果看出:

- **Top10%保留率仅为30%，表明选手具备“向上流动”的机会，非固化**；
- 状态 3 和 4 也有向前转移的可能性，说明机制具有生态健康度和激励活性；

四、改进建议

1. 晋升通道建设

- **问题**：基尼系数0.78显示底层选手晋升困难
- **方案**：
  - **黑马赛机制**：每赛季举办两次仅限积分后50%选手参加的专属赛事（B2级权重），冠军直接获得当年A级赛参赛资格
  - **跨级挑战奖励**：首次进入前30%排名时给予30%积分加成（公式：$\Delta S = \text{原积分} \times \max(0, 0.3 \times (1 - \text{当前排名百分比}/30\%))$）

2. 赛事参与激励机制

- **问题**：现行规则对低活跃度选手约束不足
- **方案**：

- **动态参赛系数**：以最近13周参赛次数为基准，计算活跃度调整因子（公式：$\alpha = 1 + \ln(1 + \text{周参赛次数})/5$）
- **阶梯奖励**：年度参赛超过15场者，第16场起每场额外获取5%积分加成（上限30%）