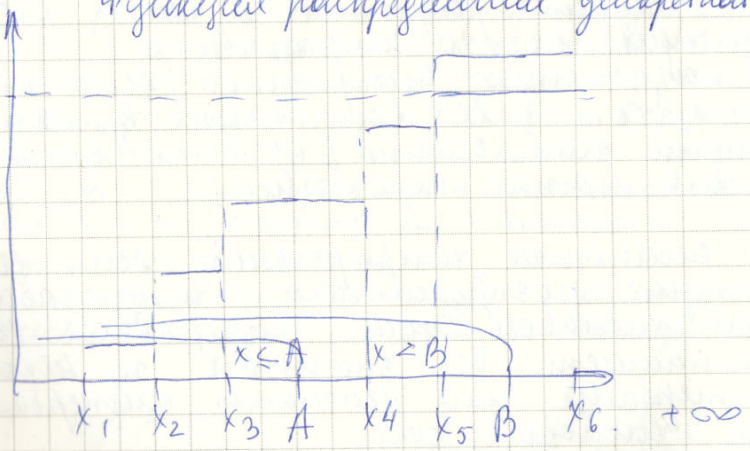
copybook

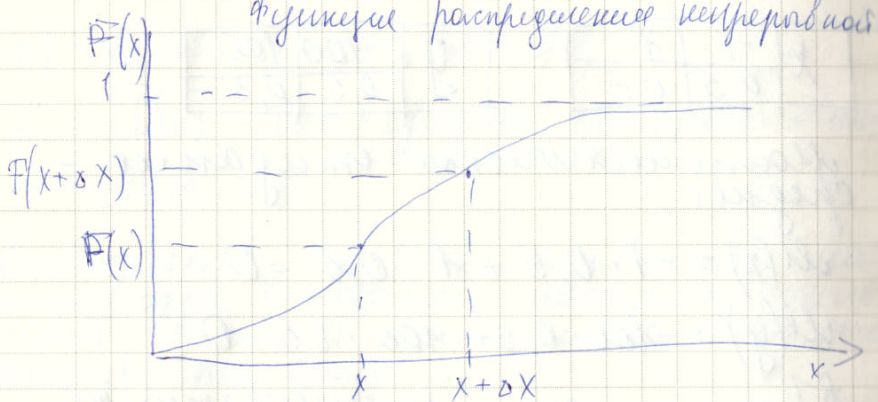
Законом распределения СВ называется любое правило, позволяющее определить её функцию распределения. О СВ говорят, что она распределена по данному закону или подчинена этому закону. Закон распределения полностью задает СВ. Однако часто встречаются случаи, когда достаточно знать лишь некоторые числовые параметры, характеризующие некоторые отдельные существенные свойства распределения СВ. Такие числа называют числовыми характеристиками СВ. Важнейшими из них являются математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание характеризует центр распределения СВ; это есть в некотором смысле среднее значение СВ. Дисперсия характеризует вопрос значения СВ относительно её математического ожидания.

Функция распределения дискретной СВ.



copybook

Функция распределения непрерывной СВ.



Probability density function

Дискретная случайная величина

Для того чтобы задать дискретную СВ ξ достаточно перечислить все ее возможные значения и указать с какими вероятностями она их принимает. Тогда закон распределения удобно задавать в виде таблицы, в которой перечислены все возможные значения $x_1, x_2 \dots x_n$ СВ ξ и соответствующие им вероятности $p_m = P(\xi = x_m)$, $m = 1, 2, \dots$

ξ	x_1	x_2	...	x_m
p	p_1	p_2	...	p_m

Эта таблица называется рядом распределения СВ

x	-1	1
	$0,5$	$0,5$

y	-100	100
	$0,5$	$0,5$

Математическое ожидание — среднее.

$M(x) = -1 \cdot 0,5 + 1 \cdot 0,5 = 0$

$M(y) = -100 \cdot 0,5 + 100 \cdot 0,5 = 0$

Применяем количественную оценку.

Дисперсия - мера рассеяния от математического.

$D(x) = M[(x - M(x))^2]$

x	-5	$2,5$	10
	$0,5$	$0,4$	$0,1$

$M(x) = (-5 \cdot 0,5) + (2,5 \cdot 0,4) + (10 \cdot 0,1) =$

$-2,5 + 1 + 1 = -0,5$

x	-5	$2,5$	10
	$0,5$	$0,4$	$0,1$
$x_i - M(x)$	$-4,5$	3	$10,5$
$(x_i - M(x))^2$	$20,25$	9	$110,25$
$(x_i - M(x))^2 \cdot p_i$	$10,125$	$3,6$	$11,025$

$D(x) = 10,125 + 3,6 + 11,025 = 24,75.$

$\sigma = \sqrt{D(x)}$ - СКО (среднее квадратическое отклонение).

$\sigma = \sqrt{24,75} \approx 5.$

Дисперсией $D\xi$ СВ ξ называется математическое ожидание квадрата отклонения СВ от ее математического ожидания, то есть

$$D\xi = M(\xi - M\xi)^2$$

Для вычисления дисперсии в большинстве случаев удобнее использовать формулу:

$$D\xi = M(\xi^2) - (M\xi)^2$$

т.е. дисперсия СВ равна разности между математическим ожиданием квадрата этой СВ и квадрата ее математического ожидания. Для дискретной СВ

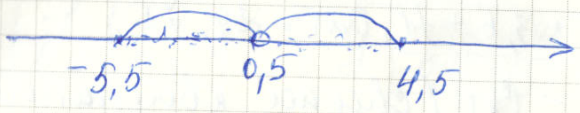
$$M(\xi^2) = x_1^2 p_1 + x_2^2 p_2 + \ldots + x_m^2 p_m + \ldots$$

Чтобы написать далее мы используем оценку среднего квадратического отклонения, СКО, стандарт отклонения.

$(M(x) - \sigma(x) ; M(x) + \sigma(x))$

$(-0,5 - 5 ; -0,5 + 0,5) \Rightarrow (-5,5 ; 4,5)$

copybook



$x_1 = -5$
$p_1 = 0,5$
$x_2 = 2,5$
$p_2 = 0,4$.

Если мы в 10 раз увеличим наши данные то математическое ожидание увеличится в 10 раз, а дисперсия в 100 раз.

x_1	-2	0	3	7
p_1	0,4	0,1	0,3	0,2

$M(x) = \sum x_i p_i = 1,5$

$D(x) = M(x^2) - (M(x))^2 = 1,6 - 2,25 = 0,61$

Дискретная случайная величина x может принимать только 2 значения: x_1 и x_2, причем $x_1 < x_2$. Известна вероятность x_1 $p_1 = 0,4$, математическое ожидание $M(x) = 3,6$ и дисперсия $D(x) = 0,24$

Найти x_1, x_2, p_2.

$M(x) = 1,5$

$D(x) = 11,85$. $\sigma(x) = \sqrt{11,85} \approx 3,44$.

copybook

x_1	-2	0	3	7	Сумма
p_1	0,4	0,1	0,3	0,2	1
$x_1 p_1$	-0,8	0	0,9	1,4	1,5
$x_1^2 p_1$	1,6	0	2,7	9,8	14,1

$p_1 + p_2 = 1$

$p_2 = 1 - p_1 = 0,6$

$D(x) = M(x^2) + (M(x))^2 = 0,24$

$M(x) = x_1 p_1 + x_2 p_2$

$(x_1 \cdot 0,4) + (x_2 \cdot 0,6) = 3,6$

$3,6 = 0,4x_1 + 0,6x_2$

$0,4x_1 + 0,6x_2 = 3,6$

$0,24 = 0,4x_1^2 + 0,6x_2^2 - (3,6)^2$

$0,24 = 0,4x_1^2 + 0,6x_2^2 - 12,96$

$13,2 = 0,4x_1^2 + 0,6x_2^2$

$0,4x_1^2 + 0,6x_2^2 = 13,2$

$$\begin{cases} 0,4x_1 + 0,6x_2 = 3,6 \\ 0,4x_1^2 + 0,6x_2^2 = 13,2 \end{cases}$$

copybook

$$\begin{cases} 4x_1^2 + 6x_2 = 36 \\ 4x_1^2 + 6x_2^2 = 132 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1^2 + 3x_2 = 18 \\ 2x_1^2 + 3x_2^2 = 66 \end{cases}$$

$$2x_1 = 18 - 3x_2 \Rightarrow x_1 = 9 - \frac{3}{2}x_2$$

$$2\left(9 - \frac{3}{2}x_2\right)^2 + 3x_2^2 = 66$$

copybook