uc3m Universidad Carlos III de Madrid	**UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID** EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO Curso **2020-2021** **MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**	

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá responder razonadamente a **cinco** preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.
CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos.
TIEMPO: 90 minutos.

A.1. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & -a & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

a) Calcule los valores del parámetro real a para los cuales la matriz A tiene inversa.
b) Para $a = 2$ calcule, si existe, la matriz X que satisface $AX = B$.

A 2. (Calificación máxima: 2 puntos).
Una empresa tecnológica se plantea la producción y lanzamiento de dos nuevos cables de fibra óptica, el modelo A2020 y el modelo B2020. El coste de producir un metro del modelo A2020 es igual a 2 euros, mientras que el coste de producir un metro del modelo B2020 es igual a $0,5$ euros . Para realizar el lanzamiento comercial se necesitan al menos 6000 metros de cable, aunque del modelo B2020 no podrán fabricarse más de 5000 metros y debido al coste de producción no es posible fabricar más de 8000 metros entre los dos modelos. Además se desea fabricar una cantidad de metros del modelo B2020 mayor o igual a la de metros del modelo A2020.

a) Represente la región factible y calcule las coordenadas de sus vértices.
b) Determine el número de metros que deben producirse de cada uno de los modelos para minimizar el coste.

A 3. (Calificación máxima: 2 puntos)
Dada la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1 & si \quad x \leq 3 \\ \dfrac{3a}{x} & si \quad x > 3 \end{cases}$$

a) Determine el valor del parámetro real a para que la función $f(x)$ sea continua en todo su dominio. ¿Para ese valor de a es $f(x)$ derivable?
b) Para $a = 1$, calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 1$.

A 4. (Calificación máxima: 2 puntos)
Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio, tales que $P(A) = 0,5$, $P(\overline{B}) = 0,8$ y $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0,9$.

a) Estudie si los sucesos A y B son independientes.
b) Calcule $P(\overline{A}|\overline{B})$.

A 5. (Calificación máxima: 2 puntos)
El peso de los huevos producidos en una granja avícola se puede aproximar por una variable aleatoria de distribución normal de media μ gramos y desviación típica $\sigma = 8$ gramos.

a) Se toma una muestra aleatoria simple de 20 huevos, obteniéndose una media muestral de 60 gramos. Determine un intervalo de confianza al $95\,\%$ para μ.
b) Suponga que $\mu = 59$ gramos. Calcule la probabilidad de que al tomar una muestra aleatoria simple de 10 huevos, la media muestral, $\overline{X}$, esté comprendida entre 57 y 61 gramos.

B 1. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a:

$$\left.\begin{aligned} x + 2ay + z &= 0 \\ -x - ay &= 1 \\ -y - z &= -a \end{aligned}\right\}$$

a) Discuta el sistema en función de los valores del parámetro real a.
b) Resuelva el sistema para $a = 3$.

B 2. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera la función real de variable real $f(x) = \dfrac{x^3 - 2x^2}{(x-1)^2}$

a) Calcule el dominio y las asíntotas de $f(x)$.
b) Determine sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

B 3. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se sabe que la derivada de una función real $f(x)$ de variable real es:

$$f'(x) = 3x^2 + 8x$$

a) Determine la expresión de $f(x)$ sabiendo que $f(1) = 11$.
b) Determine los máximos y mínimos locales de $f(x)$, si los hubiera.

B 4. (Calificación máxima: 2 puntos)
Un colegio tiene alumnos matriculados que residen en dos municipios distintos, A y B, siendo el número de alumnos matriculados residentes en el municipio A el doble de los del municipio B. Se sabe que la probabilidad de fracaso escolar si se habita en el municipio A es de $0,02$, mientras que esa probabilidad si se habita en el municipio B es de $0,06$. Calcule la probabilidad de que un alumno de dicho colegio elegido al azar:

a) No sufra fracaso escolar.
b) Sea del municipio A si se sabe que ha sufrido fracaso escolar.

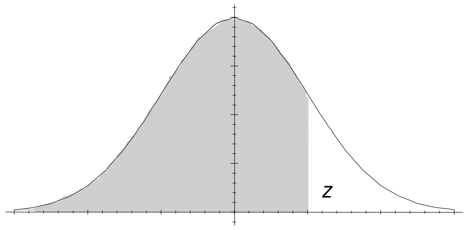
B 5. (Calificación máxima: 2 puntos)
El tiempo necesario para cumplimentar un test psicotécnico se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ minutos y desviación típica $\sigma = 3$ minutos.

a) Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria simple para que el error máximo cometido en la estimación de μ sea menor de 1 minuto con un nivel de confianza del $95\,\%$.
b) Suponga que $\mu = 32$ minutos. Calcule la probabilidad de que al tomar una muestra aleatoria simple de tamaño $n = 16$ pruebas, el tiempo medio empleado en su realización, $\overline{X}$, sea menor que $30,5$ minutos.

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de z.



z	**,00**	**,01**	**,02**	**,03**	**,04**	**,05**	**,06**	**,07**	**,08**	**,09**
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II – R3

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos. En todos los casos, se valorará el razonamiento correcto.

Ejercicio A1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Expresar correctamente la condición de existencia de inversa............... 0,25 puntos.

Planteamiento correcto .... 0,50 puntos.

Determinación correcta del valor del parámetro……………………….0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto ....0,50 puntos.

Determinación correcta de la matriz X………………………………..0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Realiza operaciones con matrices y aplica las propiedades de estas operaciones adecuadamente de forma manual. Analiza y comprende el enunciado a resolver (datos, relaciones entre los datos, condiciones, conocimientos matemáticos necesarios, etc.).

Ejercicio A2. (Puntuación máxima: 2 puntos)..

Apartado (a): 1 punto.

Representación correcta de la región factible... .0,50 puntos.

Cálculo correcto de los vértices ....0,5o puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Expresión correcta de la función objetivo ....0,25 puntos.

Cálculo correcto de las cantidades pedidas………………………………0,75 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Aplica las técnicas gráficas de programación lineal bidimensional para resolver problemas de optimización de funciones lineales que están sujetas a restricciones e interpreta los resultados obtenidos en el contexto del problema.

Ejercicio A3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Estudio de la continuidad si x no es 3 .... 0,25 puntos.

Estudio correcto de la continuidad en x=3 .... 0,25 puntos.

Determinación correcta de $f'(x)$ (donde exista) .... 0,25 puntos.

Estudio correcto de la derivabilidad de la función…………….………0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto

Expresión correcta de la ecuación de la tangente .... 0,25 puntos.

Elección correcta de la expresión de f(x) para el punto pedido .... 0,25 puntos.

Cálculo correcto de la pendiente de la derivada………………………..0, 25 puntos.

Ecuación correcta de la tangente ………………………………………0,25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Aplica los conceptos de límite y derivadas. Estudia la continuidad en un punto de una función definida a trozos utilizando el concepto de límite. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación. Obtiene la expresión algebraica la tangente de a partir de datos relativos a sus propiedades locales o globales.

Ejercicio A4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la condición de independencia .... 0,25 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad de la intersección........................... 0,50 puntos.

Conclusión……………………………………………………………0,25 puntos

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento. Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes.

Ejercicio A5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ .... 0,25 puntos.

Planteamiento correcto.. 0,25 puntos.

Obtención correcta del intervalo .... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Expresión correcta de la distribución de la media................................. 0,25 puntos.

Tipificación correcta de la variable .... 0,25 puntos.

Obtención correcta de la probabilidad... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula probabilidades asociadas a la distribución de la media muestral y de la proporción, aproximándolas por la distribución normal de parámetros adecuados a cada situación, y lo aplica a problemas de situaciones reales. Construye, en contextos reales, un intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución normal con desviación típica conocida.

Ejercicio B1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Obtención correcta de los valores críticos... 0,50 puntos.

Discusión correcta del sistema .... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Solución correcta del sistema .... 1,00 punto.

Estándares de aprendizaje evaluables: Manipula el sistema de ecuaciones lineales de tres ecuaciones y tres incógnitas y lo resuelve en los casos en que sea posible. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación. El sistema de ecuaciones lineales planteado (como máximo de tres ecuaciones y tres incógnitas), lo resuelve en los casos que sea posible, y lo aplica para resolver problemas en contextos reales.

Ejercicio B2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Determinación del dominio…………………………………………….0,25 puntos.

Determinación de la asíntota vertical…………………………..........0,25 puntos.

Determinación de la asíntota oblicua, excluyendo la existencia de AH: 0,50 puntos

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de la derivada……………………………………..0,50 puntos.

Determinación correcta de los intervalos………………………………0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula las asíntotas de funciones racionales. Extrae conclusiones a partir de datos relativos a propiedades locales o globales. Aplica los conceptos de límite y derivadas. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación.

Ejercicio B3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto.. 0,25 puntos.

Cálculo correcto de la primitiva .... 0,50 puntos.

Determinación correcta de la constante de integración…………………0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto………………………………………………….0,25 puntos.

Determinación correcta de los puntos críticos .... 0,25 puntos.

Clasificación correcta de los puntos críticos .... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Aplica los conceptos de límite y derivadas. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación. Obtiene la expresión algebraica la función a partir de datos relativos a sus propiedades locales o globales.

Ejercicio B4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,5 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,5 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento. Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes.

Ejercicio B5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ .... 0,25 puntos.

Expresión correcta del error .... 0,25 puntos.

Determinación correcta del tamaño de la muestra .... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Expresión correcta de la distribución de la media……………………..0,25 puntos.

Tipificación correcta de la variable .... 0,25 puntos.

Obtención correcta de la probabilidad.. 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula probabilidades asociadas a la distribución de la media muestral y de la proporción, aproximándolas por la distribución normal de parámetros adecuados a cada situación, y lo aplica a problemas de situaciones reales. Construye, en contextos reales, un intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución normal con desviación típica conocida.

NOTA: La resolución de los ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados

MATEMÁTICAS ACS II

SOLUCIONES

(**Documento de trabajo orientativo**)

A.1

a) $|A| = \begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & -a & -1 \end{vmatrix} = -a - 1 = 0$

Y, por lo tanto, para que exista la inversa de A debe darse que $a \neq -1$.

b)

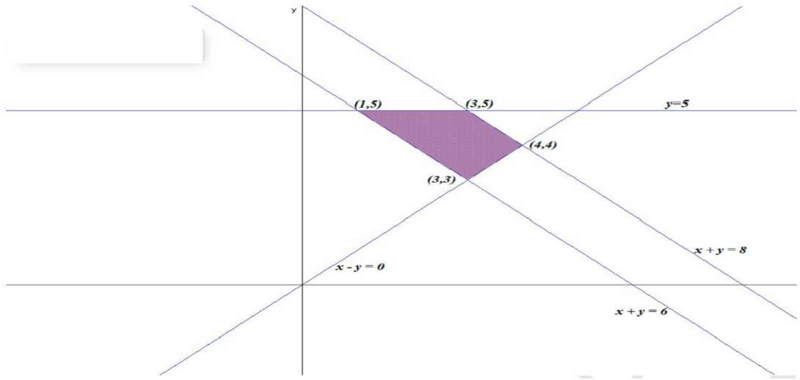
$$X = A^{-1}B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5/3 \\ -1/3 \\ 5/3 \end{pmatrix}$$

A.2

a) El conjunto de restricciones del problema

$$S : \{x + y \geq 6; \quad y \leq 5; \quad x + y \leq 8; \quad y \geq x; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0\}$$

La región S dibujada es:



Con vértices A=(1,5), B=(3,5), C(3,3) y D=(4,4)

b) La región es cerrada y acotada, para calcular el mínimo de la función $f(x) = 2x + 0,5y$ se evalua en los vértices de S:

- $f(1,5) = 4,5 \rightarrow$ Mínimo
- $f(3,5) = 8,5$
- $f(3,3) = 7,5$
- $f(4,4) = 10$

El mínimo igual a $4,5$ se obtendría en el punto $A = (1,5)$ que corresponde a 1000 metros del modelo A2020 y 5000 metros del modelo B2020.

A.3

a) La función es continua y derivable en todo su dominio salvo en el punto $x = 3$ que estudiamos a continuación:

$$lim_{x\to 3^-} f(x) = lim_{x\to 3^-} (x^2 - x - 1) = 5$$
$$lim_{x\to 3^+} f(x) = lim_{x\to 3^+} \left(\frac{3a}{x}\right) = a$$

Y, por lo tanto, para $a = 5$ la función será continua en $x = 3$.

Para $a = 5$, la función es derivable si:

$$f'(3^+) = \frac{-15}{9} = -1,66667$$
$$f'(3^-) = 2x - 1 = 5$$

Y, por lo tanto, la función no es derivable en $x = 3$.

b) $f'(x) = 2x - 1$ y, por lo tanto, en $x = 1$, la ecuación de la recta tangente es $y = mx + b$ donde $m = f'(1) = 1$; $y = f(1) = -1$ y $b = f(1) - m \cdot 1 = -2$. La tangente es $y = -x - 2$

A.4

a) Para demostrar independencia $P(B|A) = P(B)$

$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 0,9 \to P(A \cap B) = 0,1$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,1}{0,5} = 0,2 = P(B)$$

Luego, sí son independientes.

b)

$$P(\overline{A}|\overline{B}) = \frac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{P(\overline{A \cup B})}{P(\overline{B})} = \frac{1 - P(A \cup B)}{P(\overline{B})} = \frac{1 - 0,6}{0,8} = 0,5$$

A.5

a) $IC_{95\,\%}(\mu) = \overline{x} \pm z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 60 \pm 1'96 \cdot 8/\sqrt{20} = 60 \pm 3,5062 = (56,4938; 63,5062)$

b) La variable aleatoria $\overline{X}$ sigue una distribución $N(59, 8/\sqrt{10})$

$P(57 < \overline{X} < 61) = P(\frac{57-59}{8/\sqrt{10}} < Z < \frac{61-59}{8/\sqrt{10}}) = P(-0,79 < Z < 0,79) = 0,7852 - (1 - 0,7852) = 0,5704$

B.1 a) La matriz de coeficientes es:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2a & 1 \\ -1 & -a & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Cuyo determinante es $|A| = -a + 1$.
Por lo tanto:

- Si $a \neq 1 \Rightarrow |A| \neq 0 \Rightarrow rango(A) = 3 =$ número de incógnitas = rango de la ampliada y, por lo tanto, SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO.
- Si $a = 1 \Rightarrow |A| = 0$, $rango(A) = 2 = Rango(A^*) = 2 <$ número de incógnitas, y por lo tanto, SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO.

b) Para $a = 3$ el sistema es compatible determinado. Resulta:

$$\left.\begin{aligned} x + 6y + z &= 0 \\ -x - 3y &= 1 \\ -y - z &= -3 \end{aligned}\right\}$$

Aplicando por ejemplo la regla de Cramer obtenemos que la solución es:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 6 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ -3 & -1 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 6 & 1 \\ -1 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix}} = 2; \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 6 & 1 \\ -1 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix}} = -1; \quad z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 6 & 0 \\ -1 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 6 & 1 \\ -1 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix}} = 4$$

B.2
a) Dom $f(x) = \mathbb{R} - \{1\}$

- Asíntotas horizontales:
  $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow$ no tiene asíntota horizontal cuando x tiende a $-\infty$; $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty \Rightarrow$ no tiene asíntota horizontal cuando x tiende a ∞.
- Asíntotas verticales:
  $\lim_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$; $\quad \lim_{x\to 1^+} f(x) = -\infty$. En $x = 1$ tiene una asíntota vertical.
- Asíntotas oblicuas:
  $m = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^3-2x^2}{x(x-1)^2} = 1$, $\quad n = \lim_{x\to\pm\infty} \left(\frac{x^3-2x^2}{(x-1)^2} - x\right) = 0$.
  Por lo tanto la función tiene una asíntota oblicua en $y = x$.

b) La derivada es $f'(x) = \frac{x(x^2-3x+4)}{(x-1)^3} = 0$ y, por lo tanto, $x = 0$

Mirando ahora el signo:

- En $(-\infty, 0)$ la derivada es positiva y por tanto la función es creciente en $(-\infty, 0)$.
- En $(0, 1)$ la derivada es negativa y por tanto la función decrece en $(0, 1)$.
- En $(1, \infty)$ la derivada es positiva y por tanto la función es creciente en $(1, \infty)$.

B.3

a)

$$f(x) = \int (3x^2 + 8x)dx = x^3 + 4x^2 + C$$
$$f(1) = 1 + 4 + C = 11 \Rightarrow C = 6$$

La función es, por tanto,

$$f(x) = x^3 + 4x^2 + 6$$

b) La derivada es $f'(x) = 3x^2 + 8x$ y tiene puntos críticos en $x = -8/3$ y $x = 0$.

- En $(-\infty, -8/3)$ y $(0, \infty)$ la derivada es positiva y por tanto la función es creciente.
- En $(-8/3, 0)$ la derivada es negativa y por tanto la función decrece.
- $x = -8/3$ es un máximo local.
- $x = 0$ es un mínimo local.

B.4

a) Considere los sucesos A= alumno residente en municipio A; B=alumno residente en municipio B, F=alumno sufre fracaso escolar y NF=alumno no sufre fracaso escolar.

$P(NF) = P(A) \cdot P(NF|A) + P(B) \cdot P(NF|B) = 2/3 \cdot 0,98 + 1/3 \cdot 0,94 = 0,967.$

b) $P(A|F) = \frac{P(F|A) \cdot P(A)}{1 - P(NF)} = \frac{0,02 \cdot 2/3}{1 - 0,967} = 0,404.$

B.5

a) Se tiene $E = 1, \sigma = 3$ y $z_{\alpha/2} = 1,96$

$$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 1 = 1,96 \frac{3}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 34,5744$$

Luego el tamaño mínimo de la muestra debe ser de $n = 35$ pruebas.

b) La variable aleatoria $\overline{X}$ sigue una distribución $N(32, 3/\sqrt{16})$

$P(\overline{X} < 30,5) = P(Z < \frac{30,5-32}{3/\sqrt{16}}) = P(Z < -2) = 0,0228$