

## EJERCICIOS DE ÁLGEBRA PAU - MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

### Ejercicio 1. (2021-2022)

Sea  $a \in \mathbb{R}$ . Considere las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -a & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \\ a & a & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- a) Determine los valores de  $a$  para que  $A$  tenga inversa.
- b) Calcule los valores de  $a$  para que la solución del sistema  $(A - B)X = Y$  sea

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

### Ejercicio 2. (2021-2022)

Considere el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro  $a \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x + 2y + z = 2 \\ ax - z = 0 \\ ay + z = a \end{cases}$$

- a) Determine  $a$  para que el sistema NO sea compatible determinado.
- b) Resuelva el sistema para  $a = 2$ .

### Ejercicio 3. (2021-2022)

Sea  $a \in \mathbb{R}$ . Considere las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -a & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- a) Determine los valores de  $a$  para que  $A$  tenga inversa.
- b) Calcule, para  $a = 1$ , la solución del sistema  $(A - B)X = Y$ .

### Ejercicio 4. (2021-2022)

Considere el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro  $a \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x + ay + z = 2 \\ x - az = 0 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$$

- a) Discuta la compatibilidad del sistema para los diferentes valores de  $a$ .
- b) Resuelva el sistema para  $a = 0$ .

### Ejercicio 5. (2021-2022)

Sea  $a \in \mathbb{R}$ . Considere las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

y  $B = A + aI$ , donde  $I$  es la matriz identidad de orden 3 y  $a$  es un número real.

- a) Calcule  $A(A^2 - A^4)$
- b) Calcule los valores de  $a$  para que las matrices  $B$  y  $AB$  sean invertibles.

**Ejercicio 6.** (2021-2022)

Considere el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro  $a \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} 2x + z = 1 \\ ax - y + z = 0 \\ ay + z = a + 1 \end{cases}$$

- a) Discuta la compatibilidad del sistema para los diferentes valores de  $a$ .  
b) Resuelva el sistema para  $a = 0$ .

**Ejercicio 7.** (2021-2022)

Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ a & -1 & 1 \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Determine los valores del parámetro real  $a$  para los cuales la matriz  $A$  es invertible.  
b) Calcule  $A^{-1}$  para  $a = 1$ .

**Ejercicio 8.** (2021-2022)

Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro  $a \in \mathbb{R}$  :

$$\begin{cases} x + ay + z = a \\ ax - y - az = 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

- a) Discuta la compatibilidad del sistema para los diferentes valores de  $a$ .  
b) Resuelva el sistema para  $a = 2$ .

**Ejercicio 9.** (2020-2021)

Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real  $a$  :

$$\begin{cases} x + 2ay + z = 0 \\ -x - ay = 1 \\ -y - z = -a \end{cases}$$

- a) Discuta el sistema en función de los valores del parámetro  $a$ .  
b) Resuelva el sistema para  $a = 3$ .

**Ejercicio 10.** (2020-2021)

Se consideran las matrices  $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & -a & -1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

- a) Calcule los valores del parámetro real  $a$  para los cuales la matriz  $A$  tiene inversa.  
b) Para  $a = 2$  calcule, si existe, la matriz  $X$  que satisface  $AX = B$ .

**Ejercicio 11.** (2020-2021)

Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real  $a$  :

$$\begin{cases} x + y - z = -1 \\ x - y + a^2z = 3 \\ 2x - y + z = 4 \end{cases}$$

- a) Discuta el sistema en función de los valores del parámetro  $a$ .  
b) Resuelva el sistema para  $a = 1$ .

**Ejercicio 12.** (2020-2021)

Se considera la matriz  $A$

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 0 & b & 0 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}$$

- a) Determine los valores de los parámetros reales  $a$  y  $b$  para los que  $A = A^{-1}$ .  
b) Para  $a = b = 2$ , calcule la matriz inversa de  $A$ .

**Ejercicio 13.** (2019-2020)

Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real  $a \in \mathbb{R}$  :

$$\left. \begin{array}{l} x - ay = 1 \\ ax - 4y - z = 2 \\ 2x + ay - z = a - 4 \end{array} \right\}$$

- a) Discuta el sistema para los diferentes valores de  $a$ .
- b) Resuelva el sistema para  $a = 3$ .

**Ejercicio 14.** (2019-2020)

Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5a \\ a & 3 \end{pmatrix}$  con  $a \in \mathbb{R}$ .

- a) Determine los valores del parámetro  $a$  para los que se verifica la igualdad  $A^2 - 5A = -I$ , donde  $I$  es la matriz identidad.
- b) Calcule  $A^{-1}$  para  $a = -1$ .

**Ejercicio 15.** (2019-2020)

Se considera la matriz  $A$  dada por

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & m & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

- a) Calcule el valor del parámetro real  $m$  para que  $A^2 - 5A = -4I$ , siendo  $I$  la matriz identidad.
- b) Para  $m = 1$ , indique si la matriz  $A$  es invertible y, en caso afirmativo, calcule su inversa.

**Ejercicio 16.** (2019-2020)

Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real  $a$  :

$$\left. \begin{array}{l} x + ay = 0 \\ x + 2z = 0 \\ x + ay + (a + 1)z = a \end{array} \right\}$$

- a) Discuta el sistema en función de los valores del parámetro  $a$ .
- b) Resuelva el sistema para  $a = 0$ .

**Ejercicio 17.** (2018-2019)

Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 10 \\ 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

y la matriz  $B$  es tal que

$$(AB)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$

- a) Calcúlese  $A^{-1}$ .
- b) Calcúlese  $B^{-1}$ .

**Ejercicio 18.** (2018-2019)

Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} a & 4 & 2 \\ 1 & a & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

- a) Calcúlense los valores de  $a$  para los cuales la matriz  $A$  no tiene matriz inversa.
- b) Para  $a = 3$ , calcúlese la matriz inversa de  $A$  y resuélvase la ecuación matricial  $A \cdot X = B$ .

**Ejercicio 19.** (2018-2019)

Se considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente de un parámetro real  $m$  :

$$\left. \begin{aligned} -x + y + z &= 0 \\ x + my - z &= 0 \\ x - y - mz &= 0 \end{aligned} \right\}$$

- a) Determinénse los valores del parámetro real  $m$  para que el sistema tenga soluciones diferentes a la solución trivial  $x = y = z = 0$ .  
b) Resuélvase el sistema para  $m = 1$ .

**Ejercicio 20.** (2018-2019)

Se consideran las siguientes matrices

$$A = \begin{pmatrix} k & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) Obtégase el valor de la constante  $k$  para que el determinante de la matriz  $A - 2B$  sea nulo.  
b) Determinése si las matrices  $C$  y  $(C^t \cdot C)$ , donde  $C^t$  denota la matriz traspuesta de  $C$ , son invertibles. En caso afirmativo, calcúlense las inversas.

**Ejercicio 21.** (2017-2018)

Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real  $a$ :

$$\left. \begin{aligned} x + 3y + z &= a \\ 2x + ay - 6z &= 8 \\ x - 3y - 5z &= 4 \end{aligned} \right\}$$

- a) Discútase en función de los valores del parámetro  $a$ .  
b) Resuélvase para  $a = 4$ .

**Ejercicio 22.** (2017-2018)

Considérense las matrices  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

- a) Calcúlese la matriz  $[(A \cdot A^t)^2 - 2A \cdot A^t]^{11}$   
b) Determinénse el número de filas y columnas de la matriz  $X$  que verifica que  $X \cdot A^t = B^t$ . Justifíquese si  $A^t$  es una matriz invertible y calcúlese la matriz  $X$ .  
Nota:  $M^t$  denota la matriz traspuesta de la matriz  $M$ .

**Ejercicio 23.** (2017-2018)

Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real  $a$ :

$$\left. \begin{aligned} x + ay + z &= 1 \\ ax + y + (a-1)z &= a \\ x + y + z &= a+1 \end{aligned} \right\}$$

- a) Discútase en función de los valores del parámetro  $a$ .  
b) Resuélvase para  $a = 3$ .

**Ejercicio 24.** (2017-2018)

Considérense las matrices  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}$

- a) Compruébese que  $B$  es la matriz inversa de  $A$ .  
b) Calcúlese la matriz  $X$  tal que  $A \cdot X = B$ .

**Ejercicio 25.** (2016-2017)

Considérense las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Determínese la matriz  $C^{40}$ .  
 b) Calcúlese la matriz  $X$  que verifica

$$X \cdot A + 3B = C$$

**Ejercicio 26.** (2016-2017)

Considérese el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real  $a$  :

$$\begin{cases} x - 2y - z = -2 \\ -2x - ax = 2 \\ y + az = -2 \end{cases}$$

- a) Discútase en función de los valores del parámetro  $a$ .  
 b) Resuélvase para  $a = 4$ .

**Ejercicio 27.** (2016-2017)

Considérese el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real  $a$  :

$$\begin{cases} x - ay + 2z = 0 \\ ax - 4y - 4z = 0 \\ (2 - a)x + 3y - 2z = 0 \end{cases}$$

- a) Discútase en función de los valores del parámetro  $a$ .  
 b) Resuélvase para  $a = 3$ .

**Ejercicio 28.** (2016-2017)

Considérense las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -k \\ 1 & -2 & 1 \\ k & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- a) Discútase para qué valores del parámetro real  $k$  la matriz  $A$  tiene matriz inversa.  
 b) Determínese para  $k = 0$  la matriz  $X$  que verifica la ecuación  $A \cdot X = B$ .

**Ejercicio 29.** (2015-2016)

Se considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} k & -1 & 0 \\ -7 & k & k \\ -1 & -1 & k \end{pmatrix}$

- a) Estúdiase para qué valores del parámetro real  $k$  la matriz  $A$  tiene inversa.  
 b) Determínese, para  $k = 1$ , la matriz  $X$  tal que  $X \cdot A = Id$ .

Nota:  $Id$  denota la matriz identidad de tamaño  $3 \times 3$ .

**Ejercicio 30.** (2015-2016)

Se considera el sistema de ecuaciones dependientes del parámetro real  $a$  :

$$\begin{cases} (a - 1)x + y + z = 1 \\ x + (a - 1)y + (a - 1)z = 1 \\ x + az = 1 \end{cases}$$

- a) Discútase el sistema según los valores de  $a$ .  
 b) Resuélvase el sistema para  $a = 3$ .

**Ejercicio 31.** (2015-2016)

Se considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 3z = 0 \\ x + ay + 2z = 0 \end{cases}$$

- a) Discútase para los diferentes valores del parámetro  $a \in \mathbb{R}$ .  
 b) Resuélvase para  $a = 0$ .

**Ejercicio 32.** (2015-2016)

Considérense las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 7 & 4 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Calcúlese el determinante de la matriz

$$A \cdot C \cdot C^T \cdot A^{-1}$$

b) Calcúlese la matriz  $M = A \cdot B$ . ¿Existe  $M^{-1}$ ?

Nota:  $C^T$  denota la matriz traspuesta de la matriz  $C$ .

**Ejercicio 33.** (2014-2015)

Considérese el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real  $a$  :

$$\begin{cases} x + y + az = a + 1 \\ ax + y + z = 1 \\ x + ay + az = a \end{cases}$$

a) Discútase el sistema en función de los valores de  $a$ .

b) Resuélvase el sistema para  $a = 2$ .

**Ejercicio 34.** (2014-2015)

Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -6 & -2 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Calcúlese  $A^{15}$  e indíquese si la matriz  $A$  tiene inversa.

b) Calcúlese el determinante de la matriz  $(B \cdot A^t B^{-1} - 2 \cdot Id)^3$ .

Nota:  $A^t$  denota la matriz traspuesta de  $A$ .  $Id$  es la matriz identidad de orden 2.

**Ejercicio 35.** (2014-2015)

Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & k & 2 \end{pmatrix}$$

a) Estúdiese el rango de  $A$  según los valores del parámetro real  $k$ .

b) Calcúlese, si existe, la matriz inversa de  $A$  para  $k = 3$ .

**Ejercicio 36.** (2014-2015)

Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real  $a$  :

$$\begin{cases} 3x + y - z = 8 \\ 2x + az = 3 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$$

a) Discútase en función de los valores del parámetro  $a$ .

b) Resuélvase para  $a = 1$ .

**Ejercicio 37.** (2013-2014)

Considérese la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Calcúlese  $(A \cdot A^t)^{200}$ .

b) Calcúlese  $(A \cdot A^t - 3I)^{-1}$

Nota:  $A^t$  denota a la traspuesta de la matriz  $A$ .  $I$  es la matriz identidad de orden 3.

**Ejercicio 38.** (2013-2014)

Considérese el siguiente sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real  $\lambda$  :

$$\begin{cases} 2x - \lambda y + z = -\lambda \\ 4x - 2\lambda y + 2z = \lambda - 3 \end{cases}$$

- a) Determinénse los valores del parámetro real  $\lambda$  que hacen que el sistema sea incompatible.
- b) Resuélvase el sistema para  $\lambda = 1$ .

**Ejercicio 39.** (2013-2014)

Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real  $a$  :

$$\begin{cases} x + y + az = 2 \\ 3x + 4y + 2z = a \\ 2x + 3y - z = -1 \end{cases}$$

- a) Discútase el sistema según los diferentes valores de  $a$ .
- b) Resuélvase el sistema en el caso  $a = -1$ .

**Ejercicio 40.** (2013-2014)

Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

- a) Calcúlese  $(A^t B)^{-1}$ , donde  $A^t$  denota a la matriz traspuesta de la matriz  $A$ .
- b) Resuélvase la ecuación matricial  $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ .

**Ejercicio 41.** (2012-2013)

Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real  $a$  :

$$\begin{cases} ax - 2y = 2 \\ 3x - y - z = -1 \\ x + 3y + z = 1 \end{cases}$$

- a) Discútase en función de los valores del parámetro  $a \in \mathbb{R}$ .
- b) Resuélvase para  $a = 1$ .

**Ejercicio 42.** (2012-2013)

Se consideran las matrices  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} -3 & 8 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$ .

- a) Calcúlese la matriz inversa de  $A$ .
- b) Resuélvase la ecuación matricial  $A \cdot X = B - I$ , donde  $I$  es la matriz identidad.

**Ejercicio 43.** (2012-2013)

Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Calcúlese  $A^{-1}$ .
- b) Resuélvase el sistema de ecuaciones dado por:

$$A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

**Ejercicio 44.** (2012-2013)

Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real  $k$  :

$$\begin{cases} kx + y = 0 \\ x + ky - 2z = 1 \\ kx - 3y + kz = 0 \end{cases}$$

- a) Discútase el sistema para los diferentes valores de  $k$ .  
 b) Resuélvase el sistema para  $k = 1$ .

**Ejercicio 45.** (2011-2012)

Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real  $a$  :

$$\begin{cases} x + ay - 7z = 4a - 1 \\ x + (1 + a)y - (a + 6)z = 3a + 1 \\ ay - 6z = 3a - 2 \end{cases}$$

- a) Discútase el sistema para los diferentes valores de  $a$ .  
 b) Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.  
 c) Resuélvase el sistema para  $a = -3$ .

**Ejercicio 46.** (2011-2012)

Un estadio de fútbol con capacidad para 72000 espectadores está lleno durante la celebración de un partido entre los equipos A y B. Unos espectadores son socios del equipo A, otros lo son del equipo B, y el resto no son socios de ninguno de los equipos que están jugando. A través de la venta de localidades sabemos lo siguiente:

- a) No hay espectadores que sean socios de ambos equipos simultáneamente.  
 b) Por cada 13 socios de alguno de los dos equipos hay 3 espectadores que no son socios.  
 c) Los socios del equipo B superan en 6500 a los socios del equipo A.  
 ¿Cuántos socios de cada equipo hay en el estadio viendo el partido?

**Ejercicio 47.** (2010-2011)

Se considera el sistema lineal de ecuaciones dependiente del parámetro real  $a$  :

$$\begin{cases} ax + y + z = a \\ ay + z = 1 \\ ax + y + az = a \end{cases}$$

- a) Discútase el sistema para los distintos valores de  $a$ .  
 b) Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.  
 c) Resuélvase el sistema para  $a = 3$ .

**Ejercicio 48.** (2010-2011)

Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 3 & k & 0 \\ -k & 1 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) Calcúlense los valores de  $k$  para los cuales la matriz  $A$  no es invertible.  
 b) Para  $k = 0$ , calcúlese la matriz inversa  $A^{-1}$ .  
 c) Para  $k = 0$ , resuélvase la ecuación matricial  $AX = B$ .

**Ejercicio 49.** (2010-2011)

Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 1 & b \end{pmatrix}; \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & = \end{pmatrix}$$

- a) Calcúlense  $a, b$  para que se verifique la igualdad  $AB = BA$ .  
 b) Calcúlense  $c, d$  para que se verifique la igualdad  $A^2 + cA + dI = O$ .  
 c) Calcúlense todas las soluciones del sistema lineal

$$(A - I) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



**Ejercicio 50.** (2009-2010)

Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real  $k$  :

$$\begin{cases} x - y + kz = 1 \\ 2x - ky + z = 2 \\ x - y - z = k - 1 \end{cases}$$

- a) Discútase el sistema para los distintos valores de  $k$ .
- b) Resuélvase el sistema para el valor de  $k$  para el cual tiene infinitas soluciones.
- c) Resuélvase el sistema para  $k = 3$ .

**Ejercicio 51.** (2009-2010)

Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real  $k$  :

$$\begin{cases} kx - 2y + 7z = 8 \\ x - y + kz = 2 \\ -x + y + z = 2 \end{cases}$$

- a) Discútase el sistema para los distintos valores de  $k$ .
- b) Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.
- c) Resuélvase el sistema para  $k = 0$ .

**Ejercicio 52.** (2009-2010)

Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones dependiente del parámetro real  $a$  :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 2 \\ -4 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 22 \\ 7a \end{pmatrix}$$

- a) Discútase el sistema para los distintos valores del parámetro  $a$ .
- b) Resuélvase el sistema para el valor de  $a$  para el cual el sistema tiene infinitas soluciones.
- c) Resuélvase el sistema para  $a = 0$ .

**Ejercicio 53.** (2009-2010)

Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} a-3 & 2 & -1 \\ 2 & a & 2 \\ 2a & 2(a+1) & a+1 \end{pmatrix}; X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}; O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- a) Calcúlense los valores de  $a$  para los cuales no existe la matriz inversa  $A^{-1}$ .
- b) Para  $a = -1$ , calcúlese la matriz inversa  $A^{-1}$ .
- c) Para  $a = 0$ , calcúlense todas las soluciones del sistema lineal  $AX = O$ .

**Ejercicio 54.** (2008-2009)

Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real  $k$  :

$$\begin{cases} x + y + kz = 4 \\ 2x - y + 2z = 5 \\ -x + 3y - z = 0 \end{cases}$$

- a) Discútase el sistema para los distintos valores de  $k$ .
- b) Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.
- c) Resuélvase el sistema para  $k = 0$ .

**Ejercicio 55.** (2008-2009)

Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real  $k$  :

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + ky + z = 3 \\ kx - 3z = 6 \end{cases}$$

- a) Discútase el sistema para los distintos valores de  $k$ .
- b) Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.
- c) Resuélvase el sistema para  $k = 3$ .

**Ejercicio 56.** (2007-2008)

Un agricultor tiene repartidas sus 10 hectáreas de terreno en barbecho, cultivo de trigo y cultivo de cebada. La superficie dedicada al trigo ocupa 2 hectáreas más que la dedicada a la cebada, mientras que en barbecho tiene 6 hectáreas menos que la superficie total dedicada al cultivo de trigo y cebada. ¿Cuántas hectáreas tiene dedicadas a cada uno de los cultivos y cuántas están en barbecho?

**Ejercicio 57.** (2007-2008)

Una empresa instala casas prefabricadas de tres tipos A, B Y C. Cada casa de tipo A necesita 10 horas de albañilería, 2 de fontanería y 2 de electricista. Cada casa de tipo B necesita 15 horas de albañilería, 4 de fontanería y 3 de electricista. Cada casa de tipo C necesita 20 horas de albañilería, 6 de fontanería y 5 de electricista. La empresa emplea exactamente 270 horas de trabajo al mes de albañilería, 68 de fontanería y 58 de electricista. ¿Cuántas casas de cada tipo instala la empresa en un mes?

**Ejercicio 58.** (2006-2007)

Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real  $a$  :

$$\begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 3x + 2y - 2z = 3 \\ 2x + 2y + az = 8 \end{cases}$$

- a) Discutir el sistema para los distintos valores de  $a$ .
- b) Resolver el sistema para  $a = 4$ .

**Ejercicio 59.** (2006-2007)

Dado el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real  $a$  :

$$\begin{cases} x + ay + z = 1 \\ 2y + az = 2 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

- a) Discutir el sistema para los distintos valores de  $a$ .
- b) Resolver el sistema para  $a = 3$  y  $a = 1$ .