uc3m Universidad Carlos III de Madrid	**UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID** EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO Curso **2020-2021** **MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**	

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá responder razonadamente a **cinco** preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.
CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos.
TIEMPO: 90 minutos.

A. 1. (Calificación máxima: 2 puntos)

Considere la región del plano S definida por

$$y \leq 5, \qquad 2x + 3y \leq 25, \qquad 3x + 2y \geq 10, \qquad 6y - x \geq 10$$

a) Represente la región S y calcule las coordenadas de sus vértices.
b) Obtenga el valor máximo de la función $f(x, y) = x + 3y$ en la región S, indicando el punto en el cual se alcanza dicho valor.

A. 2. (Calificación máxima: 2 puntos)

Considere la función real de variable real

$$f(x) = 3x^3 - ax + 1$$

a) Determine el valor del parámetro real a para que el punto de abscisa $x = 1$ de la función $f(x)$ sea un punto de tangente horizontal. Determine si es un máximo, mínimo o punto de inflexión.
b) Determine el valor del parámetro real a para que se cumpla que la $\int_0^1 f(x)dx = 1$.

A. 3. (Calificación máxima: 2 puntos)
Considere la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & 3a \end{pmatrix}$$

a) Calcule los valores del parámetro real a para que A sea invertible.
b) Para $a = 1$, calcule A^{-1}.

A. 4. (Calificación máxima: 2 puntos)
En un bar, a la hora del aperitivo, el 60 % de los clientes tienen más de 40 años. Los mayores de 40 años, en un 70 % prefieren tomar cerveza sin alcohol, mientras que en el resto solo un 25 % toman cerveza sin alcohol. Calcule la probabilidad de que un cliente al azar:

a) Tome cerveza sin alcohol.
b) Tenga 40 años o menos, dado que toma cerveza sin alcohol.

A. 5. (Calificación máxima: 2 puntos)
En el envasado de un determinado producto, medido en gramos (g), se establece que la cantidad de producto se puede aproximar por una distribución normal con media μ y desviación $\sigma = 6$g.
a) Se observa que el contenido en los envases del producto, en una muestra de tamaño $n = 36$, tiene una media de 500g. Calcule un intervalo de confianza al 95 % para la media μ.

b) Determine el tamaño de la muestra necesario para que un intervalo al 95 % tenga un error menor que 1,5g.

B. 1. (Calificación máxima: 2 puntos)
Considere el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$:

$$\left.\begin{array}{rcl} x+y+z & = & 9 \\ x+y-az & = & 0 \\ y+az & = & 3 \end{array}\right\}$$

a) Discuta el sistema para los diferentes valores de a.
b) Resuelva el sistema para $a = -2$.

B. 2. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \frac{9-x^2}{4-x^2}$$

a) Halle el dominio de la función y sus asíntotas.
b) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

B. 3. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = \sqrt{x^2-9}$$

a) Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto de abscisa $x = 5$.
b) Calcule $\int_3^5 9x\sqrt{x^2-9}dx$

B. 4. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se consideran los sucesos A y B tales que $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,4$ y $P(A \cap B) = 0,3$.

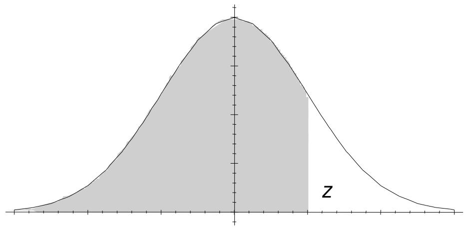
a) ¿Son independientes? Justifique su respuesta.
b) Calcule $P(\overline{B}|A)$.

B. 5. (Calificación máxima: 2 puntos)
El número de pasajeros en un día laborable en el metro de Madrid, medido en millones de individuos, se puede aproximar por una distribución normal con media μ y desviación σ = 0,1 millones.
a) Si $\mu = 2,2$ y se toma una muestra al azar de 25 días, calcule la probabilidad de que $\overline{X}$ no supere los 2,25 millones de pasajeros.
b) De una muestra de n = 16 días, tomados al azar, se obtuvo una media muestral de 2,19. Para esta muestra, calcule un intervalo de confianza para μ al 90 %.

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de *z*.



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II -

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos

Ejercicio A1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Representación correcta de la región factible.. 0,50 puntos.

Obtención correcta de los vértices... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Determinar máximo de la función.. 0,50 puntos.

Encontrar el punto de valor máximo (abscisa y ordenada) .... 0,50 puntos

Estándares de aprendizaje evaluables: Aplica las técnicas gráficas de programación lineal bidimensional para resolver problemas de optimización de funciones lineales que están sujetas a restricciones e interpreta los resultados obtenidos en el contexto del problema.

Ejercicio A2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Determinación correcta de la derivada .... 0,25 puntos.

Determinación correcta de parámetro .... 0,50 puntos.

Justificación del tipo de extremo.. 0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de la primitiva .... 0,25 puntos.

Cálculo correcto de la integral definida……………………………….0,50 puntos.

Obtención del parámetro .... 0,25 puntos

Estándares de aprendizaje evaluables: Extrae conclusiones a partir de datos relativos a propiedades locales o globales. Aplica los conceptos de límite y derivadas. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación. Obtiene la expresión algebraica a partir de datos relativos a sus propiedades locales o globales. Aplica la regla de Barrow al cálculo de integrales definidas de funciones elementales inmediatas.

Ejercicio A3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Expresión correcta de la condición de existencia de la inversa............. 0,25 puntos.

Cálculo correcto del parámetro .... 0,75 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto .... 0,25 puntos.

Cálculo correcto de la inversa .... 0,75 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Realiza operaciones con matrices y aplica las propiedades de estas operaciones adecuadamente de forma manual. Analiza y comprende el enunciado a resolver (datos, relaciones entre los datos, condiciones, conocimientos matemáticos necesarios, etc.).

Ejercicio A4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento. Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes.

Ejercicio A 5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ .... 0,25 puntos.

Expresión correcta de la fórmula del intervalo de confianza .... 0,25 puntos.

Determinación correcta del intervalo .... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ .... 0,25 puntos.

Expresión correcta de la fórmula del error... 0,25 puntos.

Determinación correcta del tamaño de la muestra .... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula probabilidades asociadas a la distribución de la media muestral y de la proporción, aproximándolas por la distribución normal de parámetros adecuados a cada situación, y lo aplica a problemas de situaciones reales. Construye, en contextos reales, un intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución normal con desviación típica conocida.

Ejercicio B1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de los valores críticos... 0,50 puntos.

Discusión correcta.. 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Solución correcta del sistema .... 1,00 punto.

Estándares de aprendizaje evaluables: Manipula el sistema de ecuaciones lineales de tres ecuaciones y tres incógnitas y lo resuelve en los casos en que sea posible. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación. El sistema de ecuaciones lineales planteado (como máximo de tres ecuaciones y tres incógnitas), lo resuelve en los casos que sea posible, y lo aplica para resolver problemas en contextos reales.

Ejercicio B2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Determinación correcta del dominio .... 0,25 puntos.

Obtención correcta de las asíntotas verticales....................................... 0,25 puntos.

Obtención correcta de la asíntota horizontal .... 0,50 puntos

Apartado (b): 1 punto

Obtención correcta de la derivada... 0,50 puntos.

Obtención correcta de los intervalos .... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula las asíntotas de funciones racionales. Extrae conclusiones a partir de datos relativos a propiedades locales o globales. Aplica los conceptos de límite y derivadas. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación.

Ejercicio B3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Expresión correcta de la ecuación de la recta tangente .... 0,25 puntos.

Cálculo correcto de la pendiente de la tangente .... 0,50 puntos.

Ecuación correcta de la recta tangente .... 0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de la integral indefinida .... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la integral definida .... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Extrae conclusiones a partir de datos relativos a propiedades locales o globales. Aplica los conceptos de límite y derivadas. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación. Obtiene la expresión algebraica a partir de datos relativos a sus propiedades locales o globales. Aplica la regla de Barrow al cálculo de integrales definidas de funciones elementales inmediatas. .

Ejercicio B4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la condición de independencia .... 0,50 puntos.

Justificación correcta de la respuesta .... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento. Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes.

Ejercicio B5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Expresión de la distribución de la media muestral .... 0,25 puntos.

Tipificación correcta de la variable .... 0,25 puntos.

Obtención correcta de la probabilidad.. 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ .... 0,25 puntos.

Expresión correcta de la fórmula del intervalo de confianza .... 0,25 puntos.

Determinación correcta del intervalo .... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula probabilidades asociadas a la distribución de la media y proporción muestral, aproximándolas por la distribución normal de parámetros adecuados a cada situación, y lo aplica a problemas de situaciones reales. Construye, en contextos reales, un intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución normal con desviación típica conocida.

NOTA: La resolución de los ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados