uc3m Universidad Carlos III de Madrid	**UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID** EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO Curso **2020-2021** **MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**	

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá responder razonadamente a **cinco** preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.
CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos.
TIEMPO: 90 minutos.

A. 1. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera la matriz A

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 0 & b & 0 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}$$

a) Determine los valores de los parámetros reales a y b para los que $A = A^{-1}$.
b) Para $a = b = 2$, calcule la matriz inversa de A.

A. 2. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \frac{x^3 + 4}{x^2 - 1}$$

a) Determine el dominio de $f(x)$ y calcule sus asíntotas.
b) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 0$.

A. 3. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax & \text{si } x \leq 1 \\ \ln x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

denotando por ln la función logaritmo neperiano.

a) Determine para qué valores de $a \in \mathbb{R}$ la función $f(x)$ es continua en $\mathbb{R}$.
b) Para $a = 1$, halle el área de la región acotada delimitada por la función $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = -1, x = 0$.

A. 4. (Calificación máxima: 2 puntos)
El 60 % de los empleados de una multinacional teletrabaja desde que se declaró la situación de emergencia sanitaria por Covid-19. De estos, el 30 % padece trastornos del sueño, mientras que este porcentaje se eleva al 80 % para aquellos empleados que no teletrabajan. Seleccionado un empleado al azar, calcule la probabilidad de que:

a) No tenga trastornos del sueño y teletrabaje.
b) No teletrabaje, sabiendo que no tiene trastornos del sueño.

A. 5. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se quiere evaluar el uso de las redes sociales por parte de los menores de 14 años.

a) Se toma una muestra de 500 menores de 14 años, de los cuales 320 tienen cuenta en alguna red social. Calcule el intervalo de confianza al 96 % para estimar la proporción de menores de 14 años que tienen cuenta en alguna red social.
b) Suponiendo que la proporción poblacional es $P = 0,5$, determine el tamaño mínimo necesario de una muestra de menores de 14 años para garantizar que, con una confianza del 95 %, el margen de error en la estimación no supere el 5 %.

B. 1. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a:

$$\left\{\begin{array}{rr} x+y-z= & -1 \\ x-y+a^2z= & 3 \\ 2x-y+z= & 4 \end{array}\right.$$

a) Discuta el sistema en función de los valores del parámetro a.
b) Resuelva el sistema para $a = 1$.

B. 2. (Calificación máxima: 2 puntos)
Un almacén de frutos secos tiene un saco de 50 kg de almendras y otro de 25 kg de avellanas. Quiere mezclarlos para preparar bolsas mixtas para su venta. La cantidad de almendras de la mezcla ha de ser como mínimo 1,5 veces la cantidad de avellanas. Además, para que le sea rentable la preparación, deberá vender al menos 60 kg entre ambos tipos de frutos secos. Por otra parte, no puede vender más de 70 kg entre ambos. Represente la región factible. Calcule la cantidad de cada fruto seco que ha de contener la mezcla para obtener el máximo beneficio si un kg de almendras le deja un beneficio de 1 € y un kg de avellanas de 2 €, y obtenga el beneficio que se obtiene con la venta de esta mezcla.

B. 3.(Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera la función real de variable real, definida $f(x) = (x^2 - 3)e^x$.

a) Obtenga los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ y determine sus extremos relativos indicando si corresponden a máximos o mínimos.
b) Calcule

$$\int_1^2 e^{-x} f(x)\, dx$$

B. 4. Se consideran los sucesos A y B de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A) = 0,5 \quad P(\overline{B}|A) = 0,4 \quad P(A\cup B) = 0{,}9$$

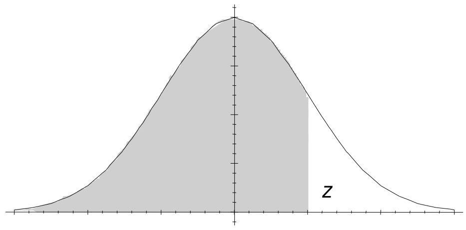
a) Calcule $P(B|\overline{A})$
b) Determine si son dependientes o independientes los sucesos A y B. Justifique la respuesta.

B. 5. (Calificación máxima: 2 puntos)
El consumo diario de pan de un estudiante de secundaria sigue una distribución normal de media μ y desviación típica 20 gramos.
a) Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 36. Calcule la probabilidad de que la media muestral $\overline{X}$ no supere los 125 gramos si $\mu = 120$ gramos.
b) Sabiendo que para una muestra aleatoria simple de 81 estudiantes de secundaria se ha obtenido el intervalo de confianza (117,3444; 124,6556) para μ, determine el nivel de confianza con el que se obtuvo dicho intervalo.

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de *z*.



z	**,00**	**,01**	**,02**	**,03**	**,04**	**,05**	**,06**	**,07**	**,08**	**,09**
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II – R6

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos. En todos los casos, se valorará el razonamiento correcto.

Ejercicio A1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto.. 0,5 puntos.
Cálculo correcto de las valores de a y b .... 0,5 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto.. 0,25puntos.
Determinación correcta de la inversa .... 0,75 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Realiza operaciones con matrices y aplica las propiedades de estas operaciones adecuadamente de forma manual. Analiza y comprende el enunciado a resolver (datos, relaciones entre los datos, condiciones, conocimientos matemáticos necesarios, etc.).

Ejercicio A2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Determinación del dominio... 0,25 puntos.
Determinación de las asíntotas verticales... 0,25 puntos.
Determinación de la asíntota oblicua, excluyendo la existencia de AH: 0,50 puntos

Apartado (b): 1 punto.

Expresión correcta de la ecuación de la tangente.................................. 0,25 puntos
Obtención correcta de la pendiente de la tangente en el punto… ... ……0,5puntos
Ecuación de la tangente…………………………………………………0,25 puntos

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula las asíntotas de funciones racionales. Extrae conclusiones a partir de datos relativos a propiedades locales o globales. Aplica los conceptos de límite y derivadas. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación.

Ejercicio A3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Estudio de la continuidad si *x* no es 1 .... 0,25 puntos.
Planteamiento de la condición de continuidad en *x*=1 .... 0,25 puntos.
Cálculo de los límites laterales y conclusión... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto

Planteamiento... 0,25 puntos.
Cálculo correcto de la primitiva .... 0,50 puntos.
Cálculo el área (regla de Barrow)……………………………………0,25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Extrae conclusiones a partir de datos relativos a propiedades locales o globales. Aplica los conceptos de límite y derivadas. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación.Obtiene la expresión algebraica a partir de datos relativos a sus propiedades locales o globales. Aplica la regla de Barrow al cálculo de integrales definidas de funciones elementales inmediatas. Estudia la continuidad en un punto de una función definida a trozos utilizando el concepto de límite.

Ejercicio A4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Identificación correcta de los sucesos, y sus probabilidades……………0,5 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad.. 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,50 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad.. 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento. Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes.

Ejercicio A5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ .... 0,25 puntos.

Planteamiento correcto.. 0,25 puntos.

Obtención correcta del intervalo .... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ .... 0,25 puntos.

Expresión correcta del error .... 0,25 puntos.

Determinación correcta del tamaño de la muestra .... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula probabilidades asociadas a la distribución de la media muestral o de la proporción, aproximándolas por la distribución normal de parámetros adecuados a cada situación, y lo aplica a problemas de situaciones reales. Construye, en contextos reales, un intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución normal con desviación típica conocida.

Ejercicio B1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de los valores críticos.. 0,50 puntos.

Discusión correcta... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Solución correcta del sistema .... 1,00 punto.

Estándares de aprendizaje evaluables: Manipula el sistema de ecuaciones lineales de tres ecuaciones y tres incógnitas y lo resuelve en los casos en que sea posible. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación. El sistema de ecuaciones lineales planteado (como máximo de tres ecuaciones y tres incógnitas), lo resuelve en los casos que sea posible, y lo aplica para resolver problemas en contextos reales.

Ejercicio B2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Identificación de las variables .... 0,25 puntos.

Expresión correcta de la función objetivo……………………………….0,25 puntos.

Establecer correctamente las restricciones .... 0,50 puntos.

Representación correcta de la región factible……………………………0,50 puntos

Determinar correctamente las cantidades pedidas................................. ..0,25 puntos

Obtención correcta del beneficio obtenido …………………………… ..0,25 puntos

Estándares de aprendizaje evaluables: Aplica las técnicas gráficas de programación lineal bidimensional para resolver problemas de optimización de funciones lineales que están sujetas a restricciones e interpreta los resultados obtenidos en el contexto del problema.

Ejercicio B3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Expresión correcta de la derivada .... 0,25 puntos.

Obtención de los puntos críticos .... 0,25 puntos.

Determinación de los intervalos pedidos……………………………….0,25 puntos.

Clasificación de los puntos críticos.. 0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto .... 0,25 puntos.

Cálculo correcto de la integral indefinida .... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la integral definida………….. …………………….0,25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Aplica los conceptos de derivada a la resolución de problemas. Aplica la regla de Barrow al cálculo de integrales definidas de funciones elementales inmediatas.

Ejercicio B4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,5 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la condición de independencia..................... 0,25 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad de la intersección........................... 0,50 puntos.

Conclusión………………………………………………………………0,25 puntos

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento. Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes.

Ejercicio B5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Expresión de la distribución de la media... 0,25 puntos.

Tipificación correcta de la variable... 0,25 puntos.

Obtención correcta de la probabilidad... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto del error .... 0,25 puntos

Planteamiento correcto…………………………………………………0,25 puntos

Determinación correcta del nivel de confianza .... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula probabilidades asociadas a la distribución de la media muestral y de la proporción, aproximándolas por la distribución normal de parámetros adecuados a cada situación, y lo aplica a problemas de situaciones reales. Construye, en contextos reales, un intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución normal con desviación típica conocida.

NOTA: La resolución de los ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SOCIALES II

SOLUCIONES

(Documento de trabajo orientativo)

A.1

a) Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 0 & b & 0 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}$.

Si $A = A^{-1}$, entonces $A^2 = A \cdot A = A \cdot A^{-1} = I$

$$A^2 = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 0 & b & 0 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 0 & b & 0 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2+1 & 0 & 2a \\ 0 & b^2 & 0 \\ 2a & 0 & a^2+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como $a^2 + 1 = 1$ y $2a = 0$, se tiene que a=0.

$b^2 = 1$, entonces $b = \pm 1$.

b) Si $a = b = 2$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $|A| = 6$.

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} Adj(A^t) = Adj(A^t)$.

$A^t = A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $\quad Adj(A^t) = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ $\quad A^{-1} = \frac{1}{|A|} Adj(A^t) = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0{,}5 & 0 \\ -\frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$

A. 2.

a) El dominio de f es el conjunto de puntos de $\mathbb{R}$ para los cuales no se anula el denominador de $f(x)$: $Dom\, f(x) = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$.

- Asíntotas horizontales: no tiene.
- Asíntotas verticales: $x = 1$ y $x = -1$
- Asíntotas oblicuas: $m = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{x^3+4}{x^3-x} = 1$

$$n = \lim_{x \to \pm\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \to \pm\infty} \left(\frac{x^3+4}{x^2-1} - x \right) = \lim_{x \to \pm\infty} \left(\frac{x^3 + 4 - x^3 + x}{x^2 - 1} \right) = 0$$

La asíntotas oblicuas es: $y = mx + n = x$

b) $f(x) = \frac{x^3+4}{x^2-1}$ y $f'(x) = \frac{3x^2(x^2-1) - (x^3+4)2x}{(x^2-1)^2}$

$f(0) = -4$ y $f'(0) = 0$

Ecuación de la recta tangente: $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$

$$y + 4 = 0 \Rightarrow y = -4$$

A. 3. (Calificación máxima: 2 puntos)

a) $\quad f(x) = \begin{cases} x^2 - ax & \text{si } x \leq 1, \\ Ln(x) & \text{si } x > 1. \end{cases}$

En $x \neq 1$, f es continua porque las funciones lo son.

En $x = 1$, f es continua sii $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = f(1)$.

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} Ln(x) = 0$$
$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} (x^2 - ax) = 1 - a$$
$$f(1) = 1 - a$$

La función es continua si $a = 1$.

b) $\int_{-1}^{0} (x^2 - x)dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right]_{-1}^{0} = \frac{5}{6}$

A. 4. (Calificación máxima: 2 puntos)

Sean los sucesos T="Teletrabajar" $P(T)=0{,}6$ y $P(\bar{T})=0{,}4$
S="Tener transtornos de sueño" $P(S|T)=0{,}3$ y $P(\bar{S}|T)=0{,}7$
$P(S|\bar{T})=0{,}8$ y $P(\bar{S}|\bar{T})=0{,}2$

a) $P(\bar{S}\cap T)=P(T)\cdot P(\bar{S}|T)=0{,}6\cdot 0{,}7=0{,}42.$

b) $P(S)=P(T)\cdot P(S|T)+P(\bar{T})\cdot P(S|\bar{T})=0{,}6\cdot 0{,}3+0{,}4\cdot 0{,}8=0{,}5$ y $P(\bar{S})=1-P(S)=0{,}5$

$$P(\bar{T}/\bar{S})=\frac{P(\bar{T}\cap\bar{S})}{P(\bar{S})}=\frac{P(\bar{T})\cdot P(\bar{S}|\bar{T})}{P(\bar{S})}=\frac{0{,}4\cdot 0{,}2}{0{,}5}=0{,}16.$$

A. 5.

a) $n=500$; $a=320$; $p=\frac{a}{n}=\frac{320}{500}=0{,}64$; $q=1-p=0{,}36$

$1-\alpha=0{,}96$; $z_{\alpha/2}=2{,}055.$

$$I=\left(p-\sqrt{\frac{pq}{n}}z_{\frac{\alpha}{2}},p+\sqrt{\frac{pq}{n}}z_{\frac{\alpha}{2}}\right)=\left(0{,}64-\sqrt{\frac{0{,}64\cdot 0{,}36}{500}}2{,}055,0{,}64+\sqrt{\frac{0{,}64\cdot 0{,}36}{500}}2{,}055\right).$$

$$I=(0{,}5959,0{,}6841)$$

b) $P=0{,}5$; $E\le 0{,}05$; $1-\alpha=0{,}95$; $z_{\alpha/2}=1{,}96$

$$E=\sqrt{\frac{PQ}{n}}z_{\alpha/2}\le 0{,}05; \qquad n\ge\frac{PQ}{E^2}\left(z_{\frac{\alpha}{2}}\right)^2=\left(\frac{0{,}5}{0{,}05}1{,}96\right)^2$$

$$\sqrt{\frac{PQ}{n}}z_{\alpha/2}\le 0{,}05; \qquad \frac{6\cdot 1{,}96}{1{,}5}\le\sqrt{n}; \qquad n\ge\left(\frac{6\cdot 1{,}96}{1{,}5}\right)^2=384{,}16$$

El tamaño muestral mínimo debe ser de 385 menores de 14 años.

B. 1.

a) $$\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&-1&-1\\1&-1&a^2&3\\2&-1&1&4\end{array}\right)\xrightarrow[F_3-2F_1]{F_2-F_1}\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&-1&-1\\0&-2&1+a^2&4\\0&-3&3&6\end{array}\right)$$

$|A|=3a^2-3.$

Es compatible determinado si $3a^2-3\neq 0$, $a\neq\pm 1$.

Es compatible indeterminado si $a=\pm 1$ porque $Rg(A)=2=Rg(A/B)<3$.

b) Si $a=1$,

$$\left.\begin{array}{r}x+y-z=-1\\x-y+z=3\\2x-y+z=4\end{array}\right\}\to\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&-1&-1\\0&-2&2&4\\0&0&0&0\end{array}\right) \qquad z=y+2; \qquad x=-y+z-1=-y+y+2-1=1$$

Solución: $(1,y,y+2)$

B. 2.

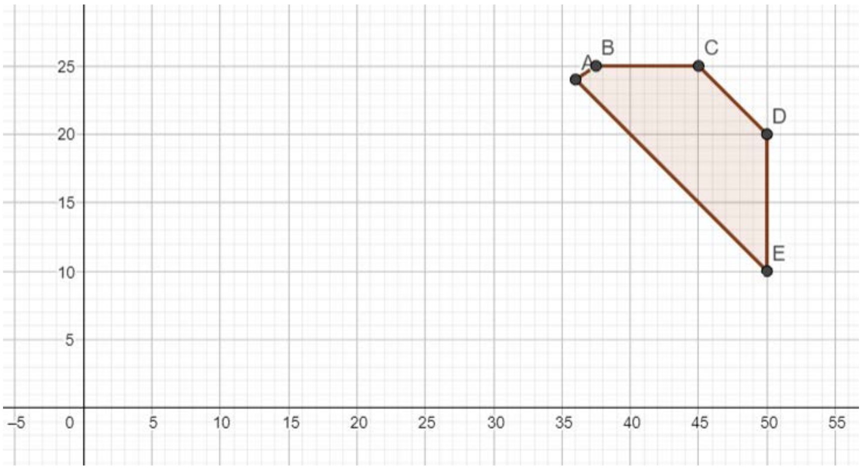
Sea x la variable que representa los kg. de almendras e y la variable que representa los kg. de avellanas. La región del plano viene definida por las restricciones:

$$x\le 50; \qquad y\le 25; \qquad x\ge 1{,}5y; \qquad x+y\ge 60; \quad x+y\le 70.$$

Y la función objetivo es:

$$f(x,y)=x+2y$$

La región S dibujada es



Está determinada por los vértices A=(36;24), B=(37,5;25), C=(45;25), D=(50;20) y E=(50;10).
La región es cerrada y acotada, para calcular el valor máximo de la función $f(x,y)$ se evalúa en los vértices de S:

$f(36;24) = 36 + 2 \cdot 24 = 84$
$f(37{,}5;25) = 37{,}5 + 2 \cdot 25 = 87{,}5$
$f(45;25) = 45 + 2 \cdot 25 = 95$
$f(50;20) = 50 + 2 \cdot 20 = 90$
$f(50;20) = 50 + 2 \cdot 10 = 70$

El punto de la región en el cuál se alcanza el máximo es C, siendo 95 el valor máximo alcanzado.
La mezcla contendrá 45 kg. de almendras y 25 kg. de avellanas, dejándole un beneficio de 95€

B. 3.

a) $f(x) = (x^2 - 3)e^x$
$f'(x) = (x^2 + 2x - 3)e^x = 0 \Leftrightarrow x = 1, \quad x = -3$
La función crece en $(-\infty, -3), (1, \infty)$ y decrece en $(-3,1)$
Hay un máximo en $x = -3$ y un mínimo $x = 1$
b) $\int_1^2 e^{-x} f(x)dx = \int_1^2 (x^2 - 3)dx = \left[\frac{x^3}{3} - 3x\right]_1^2 = \frac{-2}{3}$

B. 4.

$P(A) = 0{,}5 \qquad P(\bar{B}|A) = 0{,}4 \qquad P(A \cup B) = 0{,}9$

a) $P(B|A) = 0{,}6$, entonces $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = 0{,}3$
$P(B) = P(A \cup B) - P(A) + P(A \cap B) = 0{,}9 - 0{,}5 + 0{,}3 = 0{,}7$
$P(B \cap \bar{A}) = P(B) - P(B \cap A) = 0{,}7 - 0{,}3 = 0{,}4$

$$P(B|\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{0{,}4}{0{,}5} = 0{,}8$$

b) Los sucesos A y B no son independientes puesto que $P(B \,/\, A) \neq P(B)$

B. 5.

X sigue una distribución $N(\mu, 20)$.

a) $n = 36 \qquad \bar{X} \equiv N\left(120; \frac{20}{\sqrt{36}}\right) = N(120; 3{,}33)$.
$P(\bar{X} \leq 125) = P\left(\frac{\bar{X}-120}{3{,}33} \leq \frac{125-120}{3{,}33}\right) = P(N(0,1) \leq 1{,}5) = 0{,}9332$.

b) $n = 81$, $I = (117{,}3444;\ 124{,}6556) 2E = 7{,}3112$.
$3{,}6556 = E = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2} = \frac{20}{9} z_{\alpha/2}$.

$$z_{\alpha/2} = \frac{9 \cdot 3{,}6556}{20} = 1{,}645$$

El nivel de confianza es por tanto del 90%.