

CSCM603130: Sistem Cerdas Multi-Agent Systems: Game Theory

Fariz Darari, Aruni Yasmin Azizah

Fakultas Ilmu Komputer
Universitas Indonesia

2019/2020 • Semester Ganjil



Outline

- 1 Multi-Agent Systems
- 2 Game Theory: Single-move Games
 - Strategi Dominan
 - Equilibrium pada Pure Strategies
 - Equilibrium pada Mixed Strategies



Outline

1 Multi-Agent Systems

2 Game Theory: Single-move Games

- Strategi Dominan
- Equilibrium pada Pure Strategies
- Equilibrium pada Mixed Strategies



Multi Agent Systems

- Multi Agent System, biasanya melibatkan
 - banyak *agent* (dan *autonomous*)
 - beragam tujuan (divergen)
 - ada *agent-agent* yang saling berkompetisi (*competitive*) vs
 - ada *agent-agent* yang saling bekerja sama (*cooperative*)
- Ada banyak aspek yang dapat diterapkan pada *multi agent system*: komunikasi, koordinasi, *decision making*, koalisi, argumentation, bargaining, logical modelling, dll.

Decision Making dalam konteks Multi Agent Systems

Bagaimana sebuah *agent* mengambil suatu keputusan dalam lingkungan yang penuh ketidakpastian: keputusan yang diambil dipengaruhi oleh *agent* lain?



Outline

1 Multi-Agent Systems

2 Game Theory: Single-move Games

- Strategi Dominan
- Equilibrium pada Pure Strategies
- Equilibrium pada Mixed Strategies



Game Theory

Game Theory digunakan untuk menganalisa keputusan *agent* dan menghitung *expected utility* untuk setiap keputusan, dengan asumsi *agent* lain bertindak secara optimal.

- **Adversarial search**: turn-taking, fully observable
- **Game Theory**: imperfect information (partially observable), simultaneous move

Contoh: Two-Finger Morra game

Anto dan Budi, secara bersamaan, menunjukkan satu atau dua jarinya. Andaikan jumlah jari yang ditunjukkan adalah f . Jika f **ganjil**, maka Anto mendapatkan f dollar dari Budi. Sebaliknya, jika f **genap**, Budi mendapatkan f dollar dari Anto.



Single-move games

- Agent hanya dapat mengambil satu kali tindakan dan hasil permainan ditentukan dari tindakan-tindakan yang diambil oleh semua agent yang terlibat.
- Trivial, tapi menjadi dasar bagi banyak kasus yang melibatkan milyaran dolar dan ribuan nyawa manusia!
- Di antaranya:
 - memilih harga suatu produk baru yang juga dimiliki perusahaan lain
 - mengambil keputusan dalam lelang
 - mengambil tindakan agresif atau pasif dalam hubungan internasional
 - strategi perang



Komponen dari Single-move Game

- **Players**: agent yang mengambil tindakan; pada kuliah ini kita hanya fokus pada **two-player games**.
- **Actions**: tindakan yang dapat diambil player. Player dapat memiliki *action* yang sama atau berbeda dengan player lain.
- **Payoff Function**: nilai *utility* yang didapatkan setiap player untuk setiap kombinasi *action* yang diambil semua player.
Representasi fungsi *payoff* untuk *single-move game* dalam sebuah matriks:
Strategic form/Normal form .



Komponen dari Single-move Game

- **Players:** agent yang mengambil tindakan; pada kuliah ini kita hanya fokus pada **two-player games**.
- **Actions:** tindakan yang dapat diambil player. Player dapat memiliki *action* yang sama atau berbeda dengan player lain.
- **Payoff Function:** nilai *utility* yang didapatkan setiap player untuk setiap kombinasi *action* yang diambil semua player.
Representasi fungsi *payoff* untuk *single-move game* dalam sebuah matriks:
Strategic form/Normal form .

	<i>Anto : satu</i>	<i>Anto : dua</i>
<i>Budi : satu</i>	<i>Budi = 2, Anto = -2</i>	<i>Budi = -3, Anto = 3</i>
<i>Budi : dua</i>	<i>Budi = -3, Anto = 3</i>	<i>Budi = 4, Anto = -4</i>



Strategi pada Game

- Setiap player harus mengadopsi dan mengeksekusi suatu **strategy (policy)**.
 - **Pure Strategy**: *deterministic policy*. Mengambil sebuah tindakan secara deterministik.
 - **Mixed Strategy**: *randomized policy*. Mengambil sebuah tindakan berdasarkan suatu distribusi probabilitas $[p : a; (1 - p) : b]$. Contoh: $[0.4 : one; 0.6 : two]$
- **Strategy Profile** merupakan pemilihan suatu strategi untuk setiap player. Dari *strategy profile*, didapatkan **outcome** permainan (berupa nilai numerik) untuk setiap player.



Solusi pada Game Theory

- **Solusi** pada game theory merupakan *strategy profile* dimana setiap player mengambil strategi **rasional**.
- **Solusi** merupakan konsep teoritis untuk menganalisis permainan.
- Sedangkan **Outcome** merupakan hasil aktual berupa nilai numerik yang didapatkan berdasarkan strategi yang diadopsi oleh player.



Outline

1 Multi-Agent Systems

2 Game Theory: Single-move Games

- Strategi Dominan
- Equilibrium pada Pure Strategies
- Equilibrium pada Mixed Strategies



Prisoner's Dilemma

Anto dan Budi tertangkap basah di TKP. Keduanya diinterogasi secara terpisah oleh polisi. Jaksa memberikan tawaran kepada mereka:



Prisoner's Dilemma

Anto dan Budi tertangkap basah di TKP. Keduanya diinterogasi secara terpisah oleh polisi. Jaksa memberikan tawaran kepada mereka:

- jika kamu mau bersaksi bahwa partner kamu yang melakukan, maka kamu bebas, dan partner kamu mendapat 10 tahun penjara.



Prisoner's Dilemma

Anto dan Budi tertangkap basah di TKP. Keduanya diinterogasi secara terpisah oleh polisi. Jaksa memberikan tawaran kepada mereka:

- jika kamu mau bersaksi bahwa partner kamu yang melakukan, maka kamu bebas, dan partner kamu mendapat 10 tahun penjara.
- namun jika baik kamu maupun partner kamu sama-sama bersaksi, maka masing-masing mendapatkan hukuman 5 tahun penjara.



Prisoner's Dilemma

Anto dan Budi tertangkap basah di TKP. Keduanya diinterogasi secara terpisah oleh polisi. Jaksa memberikan tawaran kepada mereka:

- jika kamu mau bersaksi bahwa partner kamu yang melakukan, maka kamu bebas, dan partner kamu mendapat 10 tahun penjara.
- namun jika baik kamu maupun partner kamu sama-sama bersaksi, maka masing-masing mendapatkan hukuman 5 tahun penjara.
- di sisi lain, jika baik kamu maupun partner kamu sama-sama menolak bersaksi, maka masing-masing mendapatkan hukuman 1 tahun penjara.



Prisoner's Dilemma

Anto dan Budi tertangkap basah di TKP. Keduanya diinterogasi secara terpisah oleh polisi. Jaksa memberikan tawaran kepada mereka:

- jika kamu mau bersaksi bahwa partner kamu yang melakukan, maka kamu bebas, dan partner kamu mendapat 10 tahun penjara.
- namun jika baik kamu maupun partner kamu sama-sama bersaksi, maka masing-masing mendapatkan hukuman 5 tahun penjara.
- di sisi lain, jika baik kamu maupun partner kamu sama-sama menolak bersaksi, maka masing-masing mendapatkan hukuman 1 tahun penjara.

Tindakan "terbaik" apa yang harus diambil?



Prisoner's Dilemma Payoff Matrix

	<i>Anto : bersaksi</i>	<i>Anto : menolak</i>
<i>Budi : bersaksi</i>	<i>Budi</i> = -5, <i>Anto</i> = -5	<i>Budi</i> = 0, <i>Anto</i> = -10
<i>Budi : menolak</i>	<i>Budi</i> = -10, <i>Anto</i> = 0	<i>Budi</i> = -1, <i>Anto</i> = -1



Prisoner's Dilemma Payoff Matrix

	<i>Anto : bersaksi</i>	<i>Anto : menolak</i>
<i>Budi : bersaksi</i>	$Budi = -5, Anto = -5$	$Budi = 0, Anto = -10$
<i>Budi : menolak</i>	$Budi = -10, Anto = 0$	$Budi = -1, Anto = -1$

Strategi Anto



Prisoner's Dilemma Payoff Matrix

	<i>Anto : bersaksi</i>	<i>Anto : menolak</i>
<i>Budi : bersaksi</i>	$Budi = -5, Anto = -5$	$Budi = 0, Anto = -10$
<i>Budi : menolak</i>	$Budi = -10, Anto = 0$	$Budi = -1, Anto = -1$

Strategi Anto

- Jika Budi bersaksi:



Prisoner's Dilemma Payoff Matrix

	<i>Anto : bersaksi</i>	<i>Anto : menolak</i>
<i>Budi : bersaksi</i>	<i>Budi = -5, Anto = -5</i>	<i>Budi = 0, Anto = -10</i>
<i>Budi : menolak</i>	<i>Budi = -10, Anto = 0</i>	<i>Budi = -1, Anto = -1</i>

Strategi Anto

- Jika Budi bersaksi:
- Jika Budi menolak:



Prisoner's Dilemma Payoff Matrix

	<i>Anto : bersaksi</i>	<i>Anto : menolak</i>
<i>Budi : bersaksi</i>	<i>Budi = -5, Anto = -5</i>	<i>Budi = 0, Anto = -10</i>
<i>Budi : menolak</i>	<i>Budi = -10, Anto = 0</i>	<i>Budi = -1, Anto = -1</i>

Strategi Anto

- Jika Budi bersaksi:
→ bersaksi (-5) vs menolak (-10)
- Jika Budi menolak:



Prisoner's Dilemma Payoff Matrix

	<i>Anto : bersaksi</i>	<i>Anto : menolak</i>
<i>Budi : bersaksi</i>	<i>Budi = -5, Anto = -5</i>	<i>Budi = 0, Anto = -10</i>
<i>Budi : menolak</i>	<i>Budi = -10, Anto = 0</i>	<i>Budi = -1, Anto = -1</i>

Strategi Anto

- Jika Budi bersaksi:
→ bersaksi (-5) vs menolak (-10)
- Jika Budi menolak:
→ bersaksi (0) vs menolak (-1)



Prisoner's Dilemma Payoff Matrix

	<i>Anto : bersaksi</i>	<i>Anto : menolak</i>
<i>Budi : bersaksi</i>	<i>Budi = -5, Anto = -5</i>	<i>Budi = 0, Anto = -10</i>
<i>Budi : menolak</i>	<i>Budi = -10, Anto = 0</i>	<i>Budi = -1, Anto = -1</i>

Strategi Anto

- Jika Budi bersaksi:
→ bersaksi (-5) vs menolak (-10)
- Jika Budi menolak:
→ bersaksi (0) vs menolak (-1)

Strategi terbaik: bersaksi



Prisoner's Dilemma Payoff Matrix

	<i>Anto : bersaksi</i>	<i>Anto : menolak</i>
<i>Budi : bersaksi</i>	<i>Budi = -5, Anto = -5</i>	<i>Budi = 0, Anto = -10</i>
<i>Budi : menolak</i>	<i>Budi = -10, Anto = 0</i>	<i>Budi = -1, Anto = -1</i>

Strategi Anto

- Jika Budi bersaksi:
→ bersaksi (-5) vs menolak (-10)
- Jika Budi menolak:
→ bersaksi (0) vs menolak (-1)

Strategi terbaik: bersaksi

Strategi Budi

- Jika Anto bersaksi:
→ bersaksi (-5) vs menolak (-10)
- Jika Anto menolak:
→ bersaksi (0) vs menolak (-1)

Strategi terbaik: bersaksi



Prisoner's Dilemma Payoff Matrix

	<i>Anto : bersaksi</i>	<i>Anto : menolak</i>
<i>Budi : bersaksi</i>	<i>Budi = -5, Anto = -5</i>	<i>Budi = 0, Anto = -10</i>
<i>Budi : menolak</i>	<i>Budi = -10, Anto = 0</i>	<i>Budi = -1, Anto = -1</i>

Strategi Anto

- Jika Budi bersaksi:
→ bersaksi (-5) vs menolak (-10)
- Jika Budi menolak:
→ bersaksi (0) vs menolak (-1)

Strategi terbaik: bersaksi

Strategi Budi

- Jika Anto bersaksi:
→ bersaksi (-5) vs menolak (-10)
- Jika Anto menolak:
→ bersaksi (0) vs menolak (-1)

Strategi terbaik: bersaksi

Dominant Strategy

Anto mendapatkan pencerahan bahwa *Bersaksi* adalah *dominant strategy* dari permainan ini.



Strategi Dominan

- Strategi s untuk player p dikatakan *strongly dominates* strategi s' , jika
 - outcome s **selalu lebih baik** untuk p daripada outcome s' , apapun yang dilakukan player lain.
- Strategi s untuk player p dikatakan *weakly dominate* s' , jika
 - outcome s **lebih baik** untuk p daripada outcome s' pada *minimal satu* strategy profile dan tidak lebih buruk dari strategy profile lainnya.



Strategi Dominan

- Strategi s untuk player p dikatakan *strongly dominates* strategi s' , jika
 - outcome s **selalu lebih baik** untuk p daripada outcome s' , apapun yang dilakukan player lain.
- Strategi s untuk player p dikatakan *weakly dominate* s' , jika
 - outcome s **lebih baik** untuk p daripada outcome s' pada *minimal satu* strategy profile dan tidak lebih buruk dari strategy profile lainnya.

Anto **rasional** jika memilih strategi *Bersaksi*, karena *Bersaksi* adalah strategi yang dominan bagi Anto.



Outline

1 Multi-Agent Systems

2 Game Theory: Single-move Games

- Strategi Dominan
- Equilibrium pada Pure Strategies
- Equilibrium pada Mixed Strategies



Equilibrium

- Jika Anto cerdas, dia dapat berpikir lebih lanjut bahwa: strategi dominan Budi juga *Bersaksi*, sehingga mereka berdua akan mendapatkan hukuman 5 tahun penjara!
- Jika setiap player memiliki strategi dominan, maka kombinasi dari strategi tersebut disebut **Dominant Strategy Equilibrium**
 - Pada Prisoner's Dilemma =
- **Equilibrium**: konsep untuk menyatakan strategy profile yang menggambarkan tidak seorang player pun mendapatkan keuntungan dengan mengganti strateginya jika diketahui player lain tidak mengubah strateginya.
 - Pada Prisoner's Dilemma =
- John Nash membuktikan bahwa setiap game setidaknya memiliki satu (**Nash**) equilibrium.



Equilibrium

- Jika Anto cerdas, dia dapat berpikir lebih lanjut bahwa: strategi dominan Budi juga *Bersaksi*, sehingga mereka berdua akan mendapatkan hukuman 5 tahun penjara!
- Jika setiap player memiliki strategi dominan, maka kombinasi dari strategi tersebut disebut **Dominant Strategy Equilibrium**
 - Pada Prisoner's Dilemma = (*Bersaksi*, *Bersaksi*)
- **Equilibrium**: konsep untuk menyatakan strategy profile yang menggambarkan tidak seorang player pun mendapatkan keuntungan dengan mengganti strateginya jika diketahui player lain tidak mengubah strateginya.
 - Pada Prisoner's Dilemma =
- John Nash membuktikan bahwa setiap game setidaknya memiliki satu (**Nash**) equilibrium.



Equilibrium

- Jika Anto cerdas, dia dapat berpikir lebih lanjut bahwa: strategi dominan Budi juga *Bersaksi*, sehingga mereka berdua akan mendapatkan hukuman 5 tahun penjara!
- Jika setiap player memiliki strategi dominan, maka kombinasi dari strategi tersebut disebut **Dominant Strategy Equilibrium**
 - Pada Prisoner's Dilemma = (*Bersaksi*, *Bersaksi*)
- **Equilibrium**: konsep untuk menyatakan strategy profile yang menggambarkan tidak seorang player pun mendapatkan keuntungan dengan mengganti strateginya jika diketahui player lain tidak mengubah strateginya.
 - Pada Prisoner's Dilemma = (*Bersaksi*, *Bersaksi*)
- John Nash membuktikan bahwa setiap game setidaknya memiliki satu (**Nash**) equilibrium.



Dilema pada Prisoner's Dilemma

- Di mana dilema dari Prisoner's Dilemma?



Dilema pada Prisoner's Dilemma

- Di mana dilema dari Prisoner's Dilemma?
 - Outcome dari equilibriumnya lebih buruk daripada outcome jika mereka menolak bersaksi.



Dilema pada Prisoner's Dilemma

- Di mana dilema dari Prisoner's Dilemma?
 - Outcome dari equilibriumnya lebih buruk daripada outcome jika mereka menolak bersaksi.
- Suatu outcome disebut **Pareto optimal** jika tidak ada outcome lain yang lebih diinginkan oleh setiap player.
- Sebuah outcome dikatakan **pareto dominated** oleh outcome o jika setiap player lebih memilih o .
 - $(-5, -5)$ *pareto dominated* oleh $(-1, -1)$.



Dilema pada Prisoner's Dilemma

- Di mana dilema dari Prisoner's Dilemma?
 - Outcome dari equilibriumnya lebih buruk daripada outcome jika mereka menolak bersaksi.
- Suatu outcome disebut **Pareto optimal** jika tidak ada outcome lain yang lebih diinginkan oleh setiap player.
- Sebuah outcome dikatakan **pareto dominated** oleh outcome o jika setiap player lebih memilih o .
 - $(-5, -5)$ *pareto dominated* oleh $(-1, -1)$.
- Apakah ada cara untuk mencapai $(-1, -1)$?



Dilema pada Prisoner's Dilemma

- Di mana dilema dari Prisoner's Dilemma?
 - Outcome dari equilibriumnya lebih buruk daripada outcome jika mereka menolak bersaksi.
- Suatu outcome disebut **Pareto optimal** jika tidak ada outcome lain yang lebih diinginkan oleh setiap player.
- Sebuah outcome dikatakan **pareto dominated** oleh outcome o jika setiap player lebih memilih o .
 - $(-5, -5)$ *pareto dominated* oleh $(-1, -1)$.
- Apakah ada cara untuk mencapai $(-1, -1)$?
 - Walaupun diperbolehkan untuk memilih *Menolak*, sulit dibayangkan rational agent mengambil keputusan tersebut, berdasarkan definisi dari game-nya.



Dilema pada Prisoner's Dilemma

- Di mana dilema dari Prisoner's Dilemma?
 - Outcome dari equilibriumnya lebih buruk daripada outcome jika mereka menolak bersaksi.
- Suatu outcome disebut **Pareto optimal** jika tidak ada outcome lain yang lebih diinginkan oleh setiap player.
- Sebuah outcome dikatakan **pareto dominated** oleh outcome o jika setiap player lebih memilih o .
 - $(-5, -5)$ *pareto dominated* oleh $(-1, -1)$.
- Apakah ada cara untuk mencapai $(-1, -1)$?
 - Walaupun diperbolehkan untuk memilih *Menolak*, sulit dibayangkan rational agent mengambil keputusan tersebut, berdasarkan definisi dari game-nya.
 - Definisi game perlu berubah: repeated game, payoff matrix berbeda.



Strategi Dominan, Equilibrium, & Pareto Optimal (1)

Acme, perusahaan pembuat konsol video game, harus memutuskan apakah mengeluarkan *game machine* menggunakan Blu-ray atau DVD. Sementara itu, produser *game software* **Best** juga perlu memutuskan apakah *game* baru mereka selanjutnya akan diproduksi dalam Blu-ray atau DVD. Keuntungan yang mereka dapatkan positif jika keduanya sepakat menggunakan disc yang sama, dan keuntungannya akan negatif jika tidak ada kesepakatan.



Strategi Dominan, Equilibrium, & Pareto Optimal (1)

Acme, perusahaan pembuat konsol video game, harus memutuskan apakah mengeluarkan *game machine* menggunakan Blu-ray atau DVD. Sementara itu, produser *game software* **Best** juga perlu memutuskan apakah *game* baru mereka selanjutnya akan diproduksi dalam Blu-ray atau DVD. Keuntungan yang mereka dapatkan positif jika keduanya sepakat menggunakan disc yang sama, dan keuntungannya akan negatif jika tidak ada kesepakatan.

	<i>Acme : bluray</i>	<i>Acme : dvd</i>
<i>Best : bluray</i>	$A = +9, B = +9$	$A = -4, B = -1$
<i>Best : dvd</i>	$A = -3, B = -1$	$A = +5, B = +5$



Strategi Dominan, Equilibrium, & Pareto Optimal (1)

Acme, perusahaan pembuat konsol video game, harus memutuskan apakah mengeluarkan *game machine* menggunakan Blu-ray atau DVD. Sementara itu, produser *game software* **Best** juga perlu memutuskan apakah *game* baru mereka selanjutnya akan diproduksi dalam Blu-ray atau DVD. Keuntungan yang mereka dapatkan positif jika keduanya sepakat menggunakan disc yang sama, dan keuntungannya akan negatif jika tidak ada kesepakatan.

	<i>Acme : bluray</i>	<i>Acme : dvd</i>
<i>Best : bluray</i>	$A = +9, B = +9$	$A = -4, B = -1$
<i>Best : dvd</i>	$A = -3, B = -1$	$A = +5, B = +5$

- Apa dominan strategi game di atas?



Strategi Dominan, Equilibrium, & Pareto Optimal (1)

Acme, perusahaan pembuat konsol video game, harus memutuskan apakah mengeluarkan *game machine* menggunakan Blu-ray atau DVD. Sementara itu, produser *game software* **Best** juga perlu memutuskan apakah *game* baru mereka selanjutnya akan diproduksi dalam Blu-ray atau DVD. Keuntungan yang mereka dapatkan positif jika keduanya sepakat menggunakan disc yang sama, dan keuntungannya akan negatif jika tidak ada kesepakatan.

	<i>Acme : bluray</i>	<i>Acme : dvd</i>
<i>Best : bluray</i>	$A = +9, B = +9$	$A = -4, B = -1$
<i>Best : dvd</i>	$A = -3, B = -1$	$A = +5, B = +5$

- Apa dominan strategi game di atas? Tidak ada!



Strategi Dominan, Equilibrium, & Pareto Optimal (1)

Acme, perusahaan pembuat konsol video game, harus memutuskan apakah mengeluarkan *game machine* menggunakan Blu-ray atau DVD. Sementara itu, produser *game software* **Best** juga perlu memutuskan apakah *game* baru mereka selanjutnya akan diproduksi dalam Blu-ray atau DVD. Keuntungan yang mereka dapatkan positif jika keduanya sepakat menggunakan disc yang sama, dan keuntungannya akan negatif jika tidak ada kesepakatan.

	<i>Acme : bluray</i>	<i>Acme : dvd</i>
<i>Best : bluray</i>	$A = +9, B = +9$	$A = -4, B = -1$
<i>Best : dvd</i>	$A = -3, B = -1$	$A = +5, B = +5$

- Apa dominan strategi game di atas? Tidak ada!
- Apa Nash equilibrium dari game di atas?



Strategi Dominan, Equilibrium, & Pareto Optimal (1)

Acme, perusahaan pembuat konsol video game, harus memutuskan apakah mengeluarkan *game machine* menggunakan Blu-ray atau DVD. Sementara itu, produser *game software* **Best** juga perlu memutuskan apakah *game* baru mereka selanjutnya akan diproduksi dalam Blu-ray atau DVD. Keuntungan yang mereka dapatkan positif jika keduanya sepakat menggunakan disc yang sama, dan keuntungannya akan negatif jika tidak ada kesepakatan.

	<i>Acme : bluray</i>	<i>Acme : dvd</i>
<i>Best : bluray</i>	$A = +9, B = +9$	$A = -4, B = -1$
<i>Best : dvd</i>	$A = -3, B = -1$	$A = +5, B = +5$

- Apa dominan strategi game di atas? Tidak ada!
- Apa Nash equilibrium dari game di atas? Ada dua Nash equilibria!



Strategi Dominan, Equilibrium, & Pareto Optimal (2)

Dua equilibria yang didapatkan: (*bluray*, *bluray*) & (*dvd*, *dvd*).

Pilih mana?

Solusi dapat ditentukan jika terdapat Pareto-Optimal Nash Equilibrium yang unik.



Strategi Dominan, Equilibrium, & Pareto Optimal (2)

Dua equilibria yang didapatkan: $(bluray, bluray)$ & (dvd, dvd) .

Pilih mana?

Solusi dapat ditentukan jika terdapat Pareto-Optimal Nash Equilibrium yang unik. $\rightarrow (bluray, bluray)$



Strategi Dominan, Equilibrium, & Pareto Optimal (2)

Dua equilibria yang didapatkan: (*bluray*, *bluray*) & (*dvd*, *dvd*).

Pilih mana?

Solusi dapat ditentukan jika terdapat Pareto-Optimal Nash Equilibrium yang unik. → (*bluray*, *bluray*)

- Setiap game memiliki setidaknya sebuah solusi Pareto-optimal
- Ada suatu game yang memiliki beberapa solusi Pareto-optimal
 - Mis, jika outcome dari (*bluray*, *bluray*) adalah (5, 5), maka akan ada dua Pareto-Optimal.
 - Salah satu tindakan yang dapat dilakukan: *Berkomunikasi!*
 - Lebih lanjut dipelajari dalam **coordination game**
- Ada juga game yang memiliki outcome Pareto-Optimal dan bukan equilibrium.
 - “optimizing individually” vs “good for society”



Outline

1 Multi-Agent Systems

2 Game Theory: Single-move Games

- Strategi Dominan
- Equilibrium pada Pure Strategies
- Equilibrium pada Mixed Strategies



Zero-sum Game

Bagaimana menjamin setiap game pasti memiliki Nash Equilibrium?

- Two-finger morra game: Apa equilibriumnya?

	<i>Anto : satu</i>	<i>Anto : dua</i>
<i>Budi : satu</i>	<i>Budi = 2, Anto = -2</i>	<i>Budi = -3, Anto = 3</i>
<i>Budi : dua</i>	<i>Budi = -3, Anto = 3</i>	<i>Budi = 4, Anto = -4</i>



Zero-sum Game

Bagaimana menjamin setiap game pasti memiliki Nash Equilibrium?

- Two-finger morra game: Apa equilibriumnya?

	<i>Anto : satu</i>	<i>Anto : dua</i>
<i>Budi : satu</i>	<i>Budi = 2, Anto = -2</i>	<i>Budi = -3, Anto = 3</i>
<i>Budi : dua</i>	<i>Budi = -3, Anto = 3</i>	<i>Budi = 4, Anto = -4</i>

- Dari matriks payoff dapat dilihat bahwa apapun strategi yang dipilih, salah satu player pasti lebih memilih strategi lain.



Zero-sum Game

Bagaimana menjamin setiap game pasti memiliki Nash Equilibrium?

- Two-finger morra game: Apa equilibriumnya?

	<i>Anto : satu</i>	<i>Anto : dua</i>
<i>Budi : satu</i>	$Budi = 2, Anto = -2$	$Budi = -3, Anto = 3$
<i>Budi : dua</i>	$Budi = -3, Anto = 3$	$Budi = 4, Anto = -4$

- Dari matriks payoff dapat dilihat bahwa apapun strategi yang dipilih, salah satu player pasti lebih memilih strategi lain.
- Tidak ada *pure strategy* Nash equilibrium!
- Kita perlu melihat *mixed strategy*.
- Fenomena *mixed strategy* dapat ditunjukkan pada **zero-sum game**
 - Zero-sum Game: Permainan dengan total *payoff* yang didapatkan player selalu sama dengan nol.



Mixed Strategies

- Pure Strategy VS Mixed Strategy
 - **Pure Strategy:** *deterministic policy*. Mengambil sebuah tindakan secara deterministik.
 - **Mixed Strategy:** *randomized policy*. Mengambil sebuah tindakan berdasarkan suatu distribusi probabilitas.
- Pada mixed strategy, strategi untuk setiap player dinyatakan dalam bilangan pada interval $[0, 1]$.
- Pada two-finger morra game, Anto tidak secara deterministik memilih *satu* atau *dua* sebagai strateginya, melainkan memilih *probabilitas* p ia memainkan strategi *satu* (dan $1 - p$ untuk strategi *dua*).



Payoff pada Mixed Strategies

	<i>Anto : satu</i>	<i>Anto : dua</i>
<i>Budi : satu</i>	<i>Budi = 2, Anto = -2</i>	<i>Budi = -3, Anto = 3</i>
<i>Budi : dua</i>	<i>Budi = -3, Anto = 3</i>	<i>Budi = 4, Anto = -4</i>

- Misal, Anto memilih strategi p : Anto bermain strategi *satu* dgn probabilitas p dan *dua* dgn probabilitas $1 - p$.
 - Jika Budi memilih *pure strategy satu*, maka ia menerima payoff 2 dengan probabilitas p dan -3 dengan probabilitas $1 - p$
 - Maka *expected payoff* $= 2p - 3(1 - p) = 5p - 3$
 - Jika Budi memilih *pure strategy dua*, maka ia menerima payoff -3 dengan probabilitas p dan 4 dengan probabilitas $1 - p$
 - Maka *expected payoff* $= -3p + 4(1 - p) = 4 - 7p$



Equilibrium pada Mixed Strategies

- Equilibrium: strategy profile (berupa probabilitas) di mana setiap strateginya merupakan strategi terbaik bagi kedua player.
- Perhatikan bahwa tidak ada *pure strategy* yang dapat menjadi Nash equilibrium pada zero-sum game, sehingga kedua player harus menggunakan strategi dengan probabilitas (*mixed strategies*).
- Diketahui bahwa *expected payoff* Budi jika mengambil *pure strategy satu* $= 5p - 3$, dan jika mengambil *pure strategy dua* $= 4 - 7p$.
- Untuk mencapai Nash equilibrium, maka $5p - 3 = 4 - 7p$, sehingga didapatkan $p = 7/12$.
 - Artinya, Anto harus memainkan strategi $7/12$ untuk *satu*.
- Tentukan mixed strategy yang harus dimainkan Budi agar mencapai equilibrium!



Maximin Equilibrium

- Nash equilibrium untuk two-finger morra game:
 - Anto mengambil strategi 7/12 untuk *satu*
 - Budi juga mengambil strategi 7/12 untuk *satu*
- *Mixed strategy* dari kedua player membentuk equilibrium: **maximin equilibrium**.
- Setiap zero-sum game dengan dua player memiliki sebuah maximin equilibrium yang diperoleh melalui mixed strategies.



Interpretasi Maximin Equilibrium pada Zero-sum game

Anto mengambil strategi $7/12$ untuk *satu* (maximin equilibrium).

Maka, *expected payoff* Budi, jika strategi yang diambil:

- *satu*: $5(7/12) - 3 = -1/12$
- *dua*: $4 - 7(7/12) = -1/12$

Apapun strategi yang diambil Budi tidak akan memberikan keuntungan apa-apa.

Andaikan, Anto mengambil strategi $3/4$ untuk *satu*.

Maka, *expected payoff* Budi, jika strategi yang diambil:

- *satu*: $5(3/4) - 3 = 3/4$
- *dua*: $4 - 7(3/4) = -5/4$

Budi akan selalu ambil strategi *satu* → lebih untung!

Interpretasi Maximin Equilibrium pada zero-sum game

- Mengambil strategi yang merupakan maximin equilibrium membuat lawan tidak dapat mengetahui secara deterministik mana strategi yang terbaik bagi dirinya.
- Bandingkan jika strateginya bukan maximin equilibrium!

