CSCM603130: Sistem Cerdas First Order Logic Inference

Fariz Darari, Aruni Yasmin Azizah

Fakultas Ilmu Komputer Universitas Indonesia

2019/2020 • Semester Ganjil



Outline

- 1 FOL: Syntax & Semantics
 - Model, Simbol, & Interpretasi
 - Term & Kalimat FOL
- 2 KBA dengan FOL
 - Substitution
 - Contoh KBA dengan FOL
 - Knowledge Engineering
- 3 Inference untuk FOL
 - Inference Rules untuk Quantifiers
 - Reduksi FOL Inference ke PL Inference
 - Unification
 - Forward chaining & Backward Chaining
 - Resolution





Logika untuk knowledge representation & reasoning (KRR)

- Declarative: knowledge base terpisah dari mekanisme penalaran (inference).
- Unambiguous: thd. suatu interpretasi, arti sebuah sentence jelas.
- Seberapa expressive-kah propositional logic?
 - Wumpus World: "Hembusan angin dirasakan pada kamar-kamar yang bertetangga dengan lubang jebakan". Berapa banyak kalimat proposisi yang diperlukan?
 - Bahasa alami mengenal objek, relasi antar objek, dan penalaran tentang relasi tersebut. Bagaimana hal ini dilakukan dalam logika proposisi?
- Dibutuhkan logika lain sebagai bahasa representasi pengetahuan yang lebih expressive.





First Order Logic

- Menggunakan propositional logic sebagai fondasi untuk membangun logika yang lebih expressive:
 - Objects, mis: orang, bangunan, buku, meja, ...
 - Relations: menyatakan sifat objects (merah, bulat, cantik, ...) atau hubungan beberapa objects (lebih besar dari, di atas, ...)
 - Functions: memetakan object ke tepat satu object lain, seperti ayah dari, satu lebihnya dari, . . .



Outline

- 1 FOL: Syntax & Semantics
 - Model, Simbol, & Interpretasi
 - Term & Kalimat FOL
- 2 KBA dengan FOL
 - Substitution
 - Contoh KBA dengan FOL
 - Knowledge Engineering
- 3 Inference untuk FOL
 - Inference Rules untuk Quantifiers
 - Reduksi FOL Inference ke PL Inference
 - Unification
 - Forward chaining & Backward Chaining
 - Resolution





Outline

- 1 FOL: Syntax & Semantics
 - Model, Simbol, & Interpretasi
 - Term & Kalimat FOL
- 2 KBA dengan FOL
 - Substitution
 - Contoh KBA dengan FOL
 - Knowledge Engineering
- 3 Inference untuk FOL
 - Inference Rules untuk Quantifiers
 - Reduksi FOL Inference ke PL Inference
 - Unification
 - Forward chaining & Backward Chaining
 - Resolution





Model, Simbol, & Interpretasi (1)

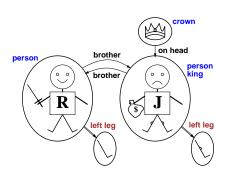
- Dalam semantics propositional logic (PL), model mengaitkan propositional symbol dengan suatu nilai kebenaran.
- Dalam semantics FOL, *model* dibangun oleh:
 - Domain: himpunan object di "dunia" yang dibicarakan (domain elements)
 - Interpretasi: menentukan object, relasi, dan fungsi mana (di "dunia" yang dibicarakan) yang dirujuk masing-masing oleh simbol constant, simbol predicate, dan simbol fungsi.





Model, Simbol, & Interpretasi (2)

Model dengan 5 objects (Richard the Lionheart, King John, kaki kiri Richard dan John, dan mahkota), 2 binary relation ("brother" dan "on head"), 3 unary relations ("crown", "person", "king"), dan 1 unary function ("left leg").





Model, Simbol, & Interpretasi (3)

 Dalam sebuah model, sebuah kalimat dapat di-interpretasi-kan dengan banyak cara.

Contoh intepretasi

- Richard → Richard the Lionheart, John → King John
- Brother → hubungan persaudaraan = $\{\langle Richard\ the\ Lionheart, King\ John \rangle, \langle King\ John, Richard\ the\ Lionheart \rangle\};$ $OnHead \rightarrow \{\langle mahkota, King\ John \rangle\};$ $Person \rightarrow \{Richard\ the\ Lionheart, King\ John \};$ $Crown \rightarrow \{mahkota\};$ $King \rightarrow \{King\ John\}$
- LeftLeg → fungsi "left leg": Richard the Lionheart → kaki kiri Richard King John → kaki kiri John





└ Model, Simbol, & Interpretasi

Model, Simbol, & Interpretasi (4)

Seperti halnya dalam PL, entailment, validity, satisfiability, dll. pada FOL ditentukan dengan memperhatikan semua kemungkinan model.

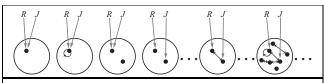


Figure 8.4 FILES: figures/all-models-standard.eps (Tue Nov 3 13:21:28 2009). Some members of the set of all models for a language with two constant symbols, R and J, and one binary relation symbol. The interpretation of each constant symbol is shown by a gray arrow. Within each model, the related objects are connected by arrows.

- Menentukan entailment dengan enumerasi model mustahil!
- Biasanya ada satu interpretasi yang "dimaksudkan" → intended interpretation (lihat contoh sebelumnya).





Outline

- 1 FOL: Syntax & Semantics
 - Model, Simbol, & Interpretasi
 - Term & Kalimat FOL
- 2 KBA dengan FOL
 - Substitution
 - Contoh KBA dengan FOL
 - Knowledge Engineering
- 3 Inference untuk FOL
 - Inference Rules untuk Quantifiers
 - Reduksi FOL Inference ke PL Inference
 - Unification
 - Forward chaining & Backward Chaining
 - Resolution





Pembentukan Kalimat FOL

```
Sentence \rightarrow AtomicSentence \mid ComplexSentence
          AtomicSentence → Predicate | Predicate (Term, . . . ) | Term = Term
         ComplexSentence → (Sentence) | [Sentence]
                                      \neg Sentence
                                      Sentence \wedge Sentence
                                      Sentence \lor Sentence
                                      Sentence \Rightarrow Sentence
                                      Sentence \Leftrightarrow Sentence
                                      Quantifier Variable . . . Sentence
                       Term \rightarrow Function(Term,...)
                                      Constant
                                      Variable
                 Quantifier \rightarrow \forall \mid \exists
                   Constant \rightarrow A \mid X_1 \mid John \mid \cdots
                    Variable \rightarrow a \mid x \mid s \mid \cdots
                   Predicate \rightarrow True \mid False \mid After \mid Loves \mid Raining \mid \cdots
                   Function \rightarrow Mother \mid LeftLeg \mid \cdots
OPERATOR PRECEDENCE : \neg, =, \land, \lor, \Rightarrow, \Leftrightarrow
```

Term dan Kalimat atomik

Syntax term

```
variable atau constant atau function(term_1, \ldots, term_n), di mana n \ge 1
```

Syntax atomic sentence

```
predicate(term_1, ..., term_m), di mana m \ge 0 atau term_1 = term_2
```

Contoh:

- Brother(KingJohn, RichardTheLionheart)
- $\blacksquare > (\mathit{Length}(\mathit{LeftLegOf}(\mathit{Richard})), \mathit{Length}(\mathit{LeftLegOf}(\mathit{KingJohn})))$





Arti kalimat atomik FOL

Arti dari sebuah kalimat atomik FOL:

Kalimat atomik $predicate(term_1, ..., term_n)$ dikatakan bernilai true dalam model m jhj relasi yang dirujuk oleh simbol predicate berlaku benar untuk objek-objek yang dirujuk oleh $term_i$, $1 \le i \le n$, dalam model m.

Kalimat kompleks dengan logical connectives

Syntax complex sentence dengan logical connectives

$$\neg S, \quad S_1 \land S_2, \quad S_1 \lor S_2, \quad S_1 \Rightarrow S_2, \quad S_1 \Leftrightarrow S_2$$

Contoh:

- Brother(John, Richard) ⇒ Brother(Richard, John)
- $>(1,2) \lor \le (1,2)$
- $>(1,2) \land \neg>(1,2)$

Kalimat kompleks dengan universal quantification

Syntax:

Jika S kalimat, \forall variables S adalah kalimat kompleks

Contoh: "Semua mahasiswa Fasilkom UI adalah pintar" $\forall x \ (Mahasiswa(x, FasilkomUI) \Rightarrow Pintar(x))$

Semantics:

 $\forall x \ S$ bernilai true dalam model m jhj S bernilai true untuk semua kemungkinan extended interpretation untuk variabel x dalam model m. Extended interpretation (dibentuk dari intended interpretation) menspesifikasikan domain element yang dirujuk oleh x.

 $\forall x \ S \equiv \text{conjunction dari } S \text{ untuk instantiation var. } x \text{ dengan domain element:}$

 $x \rightarrow Ani$: Jika Ani mahasiswa Fasilkom UI, maka Ani pintar.

x o Anto: Jika Anto mahasiswa Fasilkom UI, maka Anto pintar.

:

x o Zakky: Jika Zakky mahasiswa Fasilkom UI, maka Zakky pintar.



Perhatian!

- Biasanya, ⇒ adalah operator/connective yang digunakan dengan ∀.
- Masalah yang sering terjadi: menggunakan ∧ sebagai connective untuk ∀:
 ∀x (mahasiswa(x, FasilkomUI) ∧ pintar(x))
- Kalimat ini berarti "Semua orang adalah mahasiswa Fasilkom UI dan pintar".

Kalimat kompleks dengan existential quantification

Syntax:

```
Jika S kalimat, \exists variable S adalah kalimat kompleks
```

```
Contoh: "Ada mahasiswa UI yang pintar" \exists x \; (Mahasiswa(x, UI) \land Pintar(x))
```

Semantics:

 $\exists x \ S$ bernilai true dalam model m jhj S bernilai true untuk setidaknya satu extended interpretation dalam model m untuk variabel x.

```
\exists x \ S \equiv {
m disjunction} dari S untuk instantiation var. x dengan domain element: x 	o Ani: Ani adalah mahasiswa UI \land Ani pintar; x 	o Anto: Anto adalah mahasiswa UI \land Anto pintar; \vdots
```

 $x \rightarrow Zakky$: Zakky adalah mahasiswa UI \land Zakky pintar;

Perhatian!

- Biasanya, ∧ adalah operator/connective yang digunakan dengan ∃.
- Masalah yang sering terjadi: menggunakan ⇒ sebagai connective untuk ∃:
 - $\exists x \ (mahasiswa(x, UI) \Rightarrow pintar(x))$
- Kalimat ini true jika ada setidaknya 1 orang (object) yang bukan mahasiswa UI!

Beberapa sifat ∀ dan ∃

- $\forall x \ \forall y \ S$ sama dengan $\forall y \ \forall x \ S$, biasa ditulis $\forall x, y \ S$
- $\exists x \exists y \ S$ sama dengan $\exists y \ \exists x \ S$, biasa ditulis $\exists x, y \ S$
- $\forall x \exists y \ S \ TIDAK \ sama \ dengan \ \exists y \ \forall x \ S!$
 - $\forall x \exists y \; Mencintai(x, y)$ "Setiap orang mencintai (sekurang-kurangnya) seseorang."
 - ∃y ∀x Mencintai(x,y)

 "Ada (sekurang-kurangnya) seseorang yang dicintai oleh semua orang."
- Quantifier bisa dinyatakan dengan yang lain:

```
\forall x \ Doyan(x, Bakso) sama dengan \neg \exists x \ \neg Doyan(x, Bakso)
\exists x \ Doyan(x, Dodol) sama dengan \neg \forall x \ \neg Doyan(x, Dodol)
```





Equality

- Kalimat term₁ = term₂ bernilai true dalam model m jhj term₁ and term₂ merujuk ke object yang sama dalam model m.
- Contoh:
 - Ayah(Anto) = Budi adalah satisfiable
 - Anto = Budi juga satisfiable!
 - \blacksquare Anto = Anto adalah valid.
- Bisa digunakan dengan negasi untuk membedakan dua term:

```
\exists x, y \ (Mencintai(Anto, x) \land Mencintai(Anto, y))
```

Equality

- Kalimat term₁ = term₂ bernilai true dalam model m jhj term₁ and term₂ merujuk ke object yang sama dalam model m.
- Contoh:
 - \blacksquare Ayah(Anto) = Budi adalah satisfiable
 - Anto = Budi juga satisfiable!
 - \blacksquare Anto = Anto adalah valid.
- Bisa digunakan dengan negasi untuk membedakan dua term:

```
\exists x, y \ (Mencintai(Anto, x) \land Mencintai(Anto, y))
\exists x, y \ (Mencintai(Anto, x) \land Mencintai(Anto, y) \land \neg(x = y))
(Anto mendua atau lebih!)
```



Outline

- 1 FOL: Syntax & Semantics
 - Model, Simbol, & Interpretasi
 - Term & Kalimat FOL
- 2 KBA dengan FOL
 - Substitution
 - Contoh KBA dengan FOL
 - Knowledge Engineering
- 3 Inference untuk FOL
 - Inference Rules untuk Quantifiers
 - Reduksi FOL Inference ke PL Inference
 - Unification
 - Forward chaining & Backward Chaining
 - Resolution





Knowledge-based Agent dengan FOL

- Dalam KBA, terdapat dua operasi: Tell dan Ask.
- TELL: memberikan informasi dengan menambahkan suatu sentence ke dalam KB (assertion).
 - Tell(KB, King(John))
 - Tell(KB, $\forall x \ (King(x) \Rightarrow Person(x))$)
- Ask: memberikan pertanyaan kepada KB (query).
 - Ask(KB, King(John)) jawabannya true.
 - Ask(KB, Person(John)) jawabannya *true*.
 - Ask(KB, $\exists x \ Person(x)$) jawabannya true.
- Satu fungsi lain untuk menghasilkan jawaban yang lebih informatif: ASKVARS





Outline

- 1 FOL: Syntax & Semantics
 - Model, Simbol, & Interpretasi
 - Term & Kalimat FOL
- 2 KBA dengan FOL
 - Substitution
 - Contoh KBA dengan FOL
 - Knowledge Engineering
- 3 Inference untuk FOL
 - Inference Rules untuk Quantifiers
 - Reduksi FOL Inference ke PL Inference
 - Unification
 - Forward chaining & Backward Chaining
 - Resolution





Terkadang jawaban "Yes-or-No" tidak memberikan informasi yang bermanfaat.

```
\begin{aligned} & \text{Tell}(\textit{KB}, \textit{King}(\textit{John})) \\ & \text{Tell}(\textit{KB}, \textit{Person}(\textit{Richard})) \\ & \text{Tell}(\textit{KB}, \forall x \; (\textit{King}(x) \Rightarrow \textit{Person}(x)) \end{aligned}
```

■ AskVars(KB, Person(x)), jawabannya:

Terkadang jawaban "Yes-or-No" tidak memberikan informasi yang bermanfaat.

```
\begin{aligned} & \text{Tell}(\textit{KB}, \textit{King}(\textit{John})) \\ & \text{Tell}(\textit{KB}, \textit{Person}(\textit{Richard})) \\ & \text{Tell}(\textit{KB}, \forall x \; (\textit{King}(x) \Rightarrow \textit{Person}(x)) \end{aligned}
```

- AskVars(KB, Person(x)), jawabannya:
 - $= \{x/John\}$

Terkadang jawaban "Yes-or-No" tidak memberikan informasi yang bermanfaat.

```
Tell(KB, King(John))
Tell(KB, Person(Richard))
Tell(KB, \forall x \ (King(x) \Rightarrow Person(x))
```

- AskVars(KB, Person(x)), jawabannya:
 - $= \{x/John\}$
 - \blacksquare {x/Richard}



Terkadang jawaban "Yes-or-No" tidak memberikan informasi yang bermanfaat.

```
\begin{split} & \mathrm{Tell}(\mathit{KB}, \mathit{King}(\mathit{John})) \\ & \mathrm{Tell}(\mathit{KB}, \mathit{Person}(\mathit{Richard})) \\ & \mathrm{Tell}(\mathit{KB}, \forall x \ (\mathit{King}(x) \Rightarrow \mathit{Person}(x))) \end{split}
```

- AskVars(KB, Person(x)), jawabannya:
 - $= \{x/John\}$
 - $= \{x/Richard\}$
- ASKVARS khususnya digunakan untuk KB yang hanya terdiri dari Horn clauses, karena memungkinkan mengikat variabel dengan nilai yang spesifik (substitution).





Substitution

Substitution/ Binding List



Substitution/ Binding List

•
$$S = LebihPintar(x, y), \ \theta = \{x/Ani, y/Anto\}$$

Substitution/ Binding List

Mengaplikasikan suatu himpunan pasangan variable/term (binding list) θ pada suatu kalimat S yang menghasilkan kalimat baru $S\theta$.

■ $S = LebihPintar(x, y), \ \theta = \{x/Ani, y/Anto\}$ menghasilkan $S\theta = LebihPintar(Ani, Anto)$

Substitution/ Binding List

- $S = LebihPintar(x, y), \ \theta = \{x/Ani, y/Anto\}$ menghasilkan $S\theta = LebihPintar(Ani, Anto)$
- $S = LebihPintar(x, y), \ \theta = \{y/Ani, x/Anto\}$

Substitution/ Binding List

- $S = LebihPintar(x, y), \ \theta = \{x/Ani, y/Anto\}$ menghasilkan $S\theta = LebihPintar(Ani, Anto)$
- $S = LebihPintar(x, y), \ \theta = \{y/Ani, x/Anto\}$ menghasilkan $S\theta = LebihPintar(Anto, Ani)$

Substitution/ Binding List

- $S = LebihPintar(x, y), \ \theta = \{x/Ani, y/Anto\}$ menghasilkan $S\theta = LebihPintar(Ani, Anto)$
- $S = LebihPintar(x, y), \ \theta = \{y/Ani, x/Anto\}$ menghasilkan $S\theta = LebihPintar(Anto, Ani)$
- $S = LebihPintar(x, y), \ \theta = \{x/Ani, z/Anto\}$

Substitution/ Binding List

- $S = LebihPintar(x, y), \ \theta = \{x/Ani, y/Anto\}$ menghasilkan $S\theta = LebihPintar(Ani, Anto)$
- $S = LebihPintar(x, y), \ \theta = \{y/Ani, x/Anto\}$ menghasilkan $S\theta = LebihPintar(Anto, Ani)$
- $S = LebihPintar(x, y), \ \theta = \{x/Ani, z/Anto\}$ menghasilkan $S\theta = LebihPintar(Ani, y)$



Outline

- 1 FOL: Syntax & Semantics
 - Model, Simbol, & Interpretasi
 - Term & Kalimat FOL
- 2 KBA dengan FOL
 - Substitution
 - Contoh KBA dengan FOL
 - Knowledge Engineering
- 3 Inference untuk FOL
 - Inference Rules untuk Quantifiers
 - Reduksi FOL Inference ke PL Inference
 - Unification
 - Forward chaining & Backward Chaining
 - Resolution





• "Ibu adalah orangtua berjenis kelamin perempuan"





• "Ibu adalah orangtua berjenis kelamin perempuan" $\forall x, y \ (Ibu(x) = y \Leftrightarrow Orangtua(y, x) \land Perempuan(y))$



- "Ibu adalah orangtua berjenis kelamin perempuan" $\forall \, x,y \; (\textit{Ibu}(x) = y \Leftrightarrow \textit{Orangtua}(y,x) \land \textit{Perempuan}(y))$
- "Laki-laki dan perempuan adalah dua kelompok berbeda"



- "Ibu adalah orangtua berjenis kelamin perempuan" $\forall x, y \ (Ibu(x) = y \Leftrightarrow Orangtua(y, x) \land Perempuan(y))$
- "Laki-laki dan perempuan adalah dua kelompok berbeda" $\forall x \; (Lelaki(x) \Leftrightarrow \neg Wanita(x))$
- "Hubungan orang tua dan anak berkebalikan"

- "Ibu adalah orangtua berjenis kelamin perempuan" $\forall \, x,y \; (\mathit{Ibu}(x) = y \Leftrightarrow \mathit{Orangtua}(y,x) \land \mathit{Perempuan}(y))$
- "Laki-laki dan perempuan adalah dua kelompok berbeda" $\forall x \; (Lelaki(x) \Leftrightarrow \neg Wanita(x))$
- "Hubungan orang tua dan anak berkebalikan" $\forall x, y \ (Orangtua(x, y) \Leftrightarrow Anak(y, x))$



- "Ibu adalah orangtua berjenis kelamin perempuan" $\forall x, y \ (Ibu(x) = y \Leftrightarrow Orangtua(y, x) \land Perempuan(y))$
- "Laki-laki dan perempuan adalah dua kelompok berbeda" $\forall x \; (Lelaki(x) \Leftrightarrow \neg Wanita(x))$
- "Hubungan orang tua dan anak berkebalikan" $\forall x, y \; (Orangtua(x, y) \Leftrightarrow Anak(y, x))$
- "Kakek-nenek (grandparents) adalah orang tua dari orang tua seseorang"



- "Ibu adalah orangtua berjenis kelamin perempuan" $\forall x, y \ (Ibu(x) = y \Leftrightarrow Orangtua(y, x) \land Perempuan(y))$
- "Laki-laki dan perempuan adalah dua kelompok berbeda" $\forall x \; (Lelaki(x) \Leftrightarrow \neg Wanita(x))$
- "Hubungan orang tua dan anak berkebalikan" $\forall x, y \ (Orangtua(x, y) \Leftrightarrow Anak(y, x))$
- "Kakek-nenek (grandparents) adalah orang tua dari orang tua seseorang"

```
\forall x, y \ (Grandparents(x, y) \Leftrightarrow \exists z \ (Orangtua(x, z) \land Orangtua(z, y)))
```



KBA dengan FOL: Persepsi dan Aksi pada Wumpus World

- Representasi hasil percept dari sensor:
 Percept([sBau, sAngin, sKilau, sBentur, sTeriak], t).
 TELL(KB, Percept([Bau, Angin, Kilau, Kosong, Kosong], 5))
- Untuk menentukan tindakan terbaik yang diambil: ASKVARS(KB, Tindakan Terbaik (a, 5)) memberikan {a/Ambil}
- Data "mentah" dari sensor perlu diolah (proses perception):
 - \forall sa, sk, sr, st, t ($Percept([Bau, sa, sk, sr, st], t) \Rightarrow MenciumBau(t))$
 - \forall sb, sk, sr, st, t (Percept([sb, Angin, sk, sr, st], t) \Rightarrow MerasaHembus(t))
 - \forall sb, sa, sr, st, t (Percept([sb, sa, Kilau, sr, st], t) \Rightarrow MelihatKilauan(t))
- Tindakan "rational reflex" bisa dinyatakan sebuah kalimat, mis: $\forall t \ (MelihatKilauan(t) \Rightarrow TindakanTerbaik(Ambil, t))$





KBA dengan FOL: Aturan main pada Wumpus World

Sebagian aturan main pada wumpus world:

- Keberadaan wumpus: $\forall t \ Di(Wumpus, [2, 2], t)$
- Kondisi kamar berdasarkan proses perception:
 - $\forall k, t \ (Di(Agent, k, t) \land MerasaHembus(t) \Rightarrow KmrAngin(k))$
- "Terdapat lubang jebakan pada kamar yang bersebelahan dengan kamar berangin".
 - $\forall y \; (KmrAngin(y) \Leftrightarrow [\exists x \; (Jebakan(x) \land Sebelahan(x,y))])$ di mana:

```
\forall x, y, a, b \ (Sebelahan([x, y], [a, b]) \Leftrightarrow (x = a \land (y = b - 1 \lor y = b + 1)) \lor (y = b \land (x = a - 1 \lor x = a + 1)))
```



Outline

- 1 FOL: Syntax & Semantics
 - Model, Simbol, & Interpretasi
 - Term & Kalimat FOL
- 2 KBA dengan FOL
 - Substitution
 - Contoh KBA dengan FOL
 - Knowledge Engineering
- 3 Inference untuk FOL
 - Inference Rules untuk Quantifiers
 - Reduksi FOL Inference ke PL Inference
 - Unification
 - Forward chaining & Backward Chaining
 - Resolution





Knowledge Engineering

- Proses merancang kalimat-kalimat KRL yang dengan tepat "merepresentasikan" dunia/masalah (d.k.l. membangun KB): knowledge engineering.
- Proses knowledge engineering:
 - Identifikasi masalah: serupa dengan PEAS pada perancangan agent;
 - Knowledge acquisition: mengumpulkan knowledge yang relevan;
 - Pemilihan vocabulary: memilih simbol predicate, function, constants;
 - Encode pengetahuan umum tentang domain: menghasilkan axioms dalam kalimat KRL;
 - Encode deskripsi spesifik dari problem: menggunakan kalimat KRL untuk merepresentasikan instance dari problem;
 - Query KB: mendapatkan jawaban dari inferece procedure;
 - Debug KB: menyempurnakan KB, jika diperoleh jawaban yang salah.



Outline

- 1 FOL: Syntax & Semantics
 - Model, Simbol, & Interpretasi
 - Term & Kalimat FOL
- 2 KBA dengan FOL
 - Substitution
 - Contoh KBA dengan FOL
 - Knowledge Engineering
- 3 Inference untuk FOL
 - Inference Rules untuk Quantifiers
 - Reduksi FOL Inference ke PL Inference
 - Unification
 - Forward chaining & Backward Chaining
 - Resolution





Outline

- 1 FOL: Syntax & Semantics
 - Model, Simbol, & Interpretasi
 - Term & Kalimat FOL
- 2 KBA dengan FOL
 - Substitution
 - Contoh KBA dengan FOL
 - Knowledge Engineering
- 3 Inference untuk FOL
 - Inference Rules untuk Quantifiers
 - Reduksi FOL Inference ke PL Inference
 - Unification
 - Forward chaining & Backward Chaining
 - Resolution





Instantiation

- Ground term: sebuah term tanpa variable, mis: Ani, Ayah(Anto)
- Instantiation: kalimat di mana variable diganti dengan ground term (diperoleh dengan mengaplikasikan substitution)
- Subst(θ, α): mengaplikasikan substitution θ pada kalimat α

```
\alpha = mahasiswa(x, UI) \Rightarrow pintar(x)

\beta = mahasiswa(x, UI) \land pintar(x)

\theta = \{x/Anto\}

SUBST(\theta, \alpha) menghasilkan instantiation:
```





Instantiation

- Ground term: sebuah term tanpa variable, mis: Ani, Ayah(Anto)
- Instantiation: kalimat di mana variable diganti dengan ground term (diperoleh dengan mengaplikasikan substitution)
- Subst(θ, α): mengaplikasikan substitution θ pada kalimat α

```
\begin{array}{l} \alpha = \mathit{mahasiswa}(x,\mathit{UI}) \Rightarrow \mathit{pintar}(x) \\ \beta = \mathit{mahasiswa}(x,\mathit{UI}) \land \mathit{pintar}(x) \\ \theta = \{x/\mathit{Anto}\} \\ \mathrm{SUBST}(\theta,\alpha) \text{ menghasilkan } \mathit{instantiation} \\ \mathit{mahasiswa}(\mathit{Anto},\mathit{UI}) \Rightarrow \mathit{pintar}(\mathit{Anto}) \\ \mathrm{SUBST}(\theta,\beta) \text{ menghasilkan } \mathit{instantiation} \\ \end{array}
```





Instantiation

- Ground term: sebuah *term* tanpa variable, mis: *Ani, Ayah*(*Anto*)
- Instantiation: kalimat di mana variable diganti dengan ground term (diperoleh dengan mengaplikasikan substitution)
- Subst(θ, α): mengaplikasikan substitution θ pada kalimat α

```
\begin{array}{l} \alpha = \mathit{mahasiswa}(x,\mathit{UI}) \Rightarrow \mathit{pintar}(x) \\ \beta = \mathit{mahasiswa}(x,\mathit{UI}) \land \mathit{pintar}(x) \\ \theta = \{x/\mathit{Anto}\} \\ \mathrm{SUBST}(\theta,\alpha) \text{ menghasilkan } \mathit{instantiation} \\ \mathit{mahasiswa}(\mathit{Anto},\mathit{UI}) \Rightarrow \mathit{pintar}(\mathit{Anto}) \\ \mathrm{SUBST}(\theta,\beta) \text{ menghasilkan } \mathit{instantiation} \\ \mathit{mahasiswa}(\mathit{Anto},\mathit{UI}) \land \mathit{pintar}(\mathit{Anto}) \end{array}
```





Universal Instantiation

Sebuah kalimat dengan universal quantifier (\forall) meng-entail semua instantiation-nya:

$$\frac{\forall \ v \ \alpha}{SUBST(\{v/g\},\alpha)}$$

untuk sembarang variable v dan ground term g.

```
\forall x \; (King(x) \land Greedy(x) \Rightarrow Evil(x)) \; \text{meng-entail:} \\ King(John) \land Greedy(John) \Rightarrow Evil(John) \\ King(Richard) \land Greedy(Richard) \Rightarrow Evil(Richard) \\ King(Father(John)) \land Greedy(Father(John)) \Rightarrow Evil(Father(John)) \\ \vdots
```



Existential Instantiation

Untuk sembarang variable v, kalimat α dan constant k yang tidak muncul di knowledge base:

$$\frac{\exists \ v \ \alpha}{SUBST(\{v/k\},\alpha)}$$

Contoh

 $\exists x \ (\mathit{Crown}(x) \land \mathit{OnHead}(x, \mathit{John})) \ \mathsf{meng\text{-}entail}$:

 $Crown(C_1) \wedge OnHead(C_1, John)$

dengan syarat C1 adalah constant symbol yang baru, disebut Skolem constant

Penggunaan Universal vs. Existential Instantiation

Penggunaan ∀-Instantiation

- Universal instantiation bisa digunakan berkali-kali untuk menambahkan kalimat baru.
- KB yang baru *logically equivalent* dengan yang lama.

Penggunaan ∃-Instantiation

- Existential instantiation cukup digunakan sekali untuk menggantikan kalimat existential.
- KB yang baru tidak logically equivalent dengan yang lama, tetapi satisfiable jhj KB yang lama juga satisfiable → inferentially equivalent



Outline

- 1 FOL: Syntax & Semantics
 - Model, Simbol, & Interpretasi
 - Term & Kalimat FOL
- 2 KBA dengan FOL
 - Substitution
 - Contoh KBA dengan FOL
 - Knowledge Engineering
- 3 Inference untuk FOL
 - Inference Rules untuk Quantifiers
 - Reduksi FOL Inference ke PL Inference
 - Unification
 - Forward chaining & Backward Chaining
 - Resolution





Reduksi KB FOL ke KB PL: Contoh

Andaikan KB berisi kalimat-kalimat berikut:

```
\forall x \ (King(x) \land Greedy(x) \Rightarrow Evil(x))

\forall y \ Greedy(y)

King(John)

Brother(Richard, John)
```

Jika kita terapkan \forall -instantiation menggunakan semua kemungkinan ground-term substitution dari vocabulary KB, didapatkan KB sbb.:

```
King(John) \land Greedy(John) \Rightarrow Evil(John)

King(Richard) \land Greedy(Richard) \Rightarrow Evil(Richard)

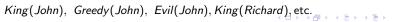
Greedy(John)

Greedy(Richard)

King(John)

Brother(Richard, John)
```

KB yang baru dikatakan propositionalized dengan proposition symbol-nya:





Reduksi FOL Inference ke PL Inference

Inference FOL menggunakan inference PL

Ide dasar: ubah (KB + query) dari FOL menjadi PL, lalu gunakan PL inference procedure (mis: resolution).

Inference FOL menggunakan inference PL

Ide dasar: ubah (KB + query) dari FOL menjadi PL, lalu gunakan PL inference procedure (mis: resolution).

Masalah: dengan adanya function, jumlah ground term menjadi infinite

```
Greedy(Father(John))
Greedy(Father(Father(John)))
Greedy(Father(Father(Father(John)))), dst.
```



Inference FOL menggunakan inference PL

Ide dasar: ubah (KB + query) dari FOL menjadi PL, lalu gunakan PL inference procedure (mis: resolution).

Masalah: dengan adanya function, jumlah ground term menjadi infinite

```
Greedy(Father(John))
Greedy(Father(Father(John)))
Greedy(Father(Father(Father(John)))), dst.
```

- Teorema Herbrand (1930): jika FOL KB $\models \alpha$, ada sebuah finite subset PL KB $\models \alpha$.
- Ide dasar: For n=0 to ∞ Buat propositional KB_n dengan depth-n ground term Periksa apakah $KB_n \models \alpha$



Inference FOL menggunakan inference PL

Ide dasar: ubah (KB + query) dari FOL menjadi PL, lalu gunakan PL inference procedure (mis: resolution).

Masalah: dengan adanya function, jumlah ground term menjadi infinite

```
Greedy(Father(John))
Greedy(Father(Father(John)))
Greedy(Father(Father(Father(John)))), dst.
```

- Teorema Herbrand (1930): jika FOL KB $\models \alpha$, ada sebuah finite subset PL KB $\models \alpha$.
- Ide dasar: For n=0 to ∞ Buat propositional KB_n dengan depth-n ground term Periksa apakah $KB_n \models \alpha$

Masalah (lagi!)

Kalau α dapat di-*entail*, inferensi FOL **complete**. Kalau α tidak dapat di-*entail*, tidak dapat dibuktikan (terjadi infinite loop).





Masalah lain dengan propositionalization

- Propositionalization menghasilkan banyak kalimat yang tidak relevan.
- Contohnya, dari KB berikut:

```
\forall x \; King(x) \land Greedy(x) \Rightarrow Evil(x)

\forall y \; Greedy(y)

King(John)

Brother(Richard, John)
```

cukup jelas bahwa *Evil(John)* berlaku, namun propositionalization menghasilkan juga:

```
King(Richard) \land Greedy(Richard) \Rightarrow Evil(Richard)

Greedy(Richard)
```

yang tidak relevan.

■ Dengan p buah predicate k-ary dan n constant, ada $p \times n^k$ instantiation!





Generalized Modus Ponens

Inference rule GMP

$$\frac{p_1', p_2', \ldots, p_n', (p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_n \Rightarrow q)}{q\theta}$$

di mana $p_i'\theta = p_i\theta$ untuk semua i

$$\begin{array}{ll} p_1' = \mathit{King}(\mathit{John}) & p_1 = \mathit{King}(x) \\ p_2' = \mathit{Greedy}(y) & p_2 = \mathit{Greedy}(x) \\ \theta = \{x/\mathit{John}, y/\mathit{John}\} & q = \mathit{Evil}(x) \\ q\theta = \mathit{Evil}(\mathit{John}) \end{array}$$

- GMP dengan KB yang berisi definite clauses (seperti Horn clause pada PL): $p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_n \Rightarrow q$
- Semua variable diasumsikan universally quantified
- GMP adalah hasil lifting MP: "mengangkat" inference rule PL ke FOL.
 - Hanya melakukan substitution yang dibutuhkan oleh inference.





Outline

- 1 FOL: Syntax & Semantics
 - Model, Simbol, & Interpretasi
 - Term & Kalimat FOL
- 2 KBA dengan FOL
 - Substitution
 - Contoh KBA dengan FOL
 - Knowledge Engineering
- 3 Inference untuk FOL
 - Inference Rules untuk Quantifiers
 - Reduksi FOL Inference ke PL Inference
 - Unification
 - Forward chaining & Backward Chaining
 - Resolution





Isi KB

```
\forall x \ (King(x) \land Greedy(x) \Rightarrow Evil(x))

\forall y \ Greedy(y)

King(John)

Brother(Richard, John)
```

Inference bahwa $KB \models Evil(John)$ bisa langsung disimpulkan jika kita bisa mencari substitution θ sehingga King(x) dan Greedy(x) bisa di-unifikasi dengan King(John) dan Greedy(y).

Contoh: $\theta = \{x/John, y/John\}$

Definisi unification

UNIFY
$$(\alpha, \beta) = \theta$$
 jika SUBST $(\alpha, \theta) = SUBST(\beta, \theta)$



Inference untuk FOL

Unification

$$\frac{\alpha}{Sayang(Anto,x)} \frac{\beta}{Sayang(Anto,Ani)} \theta$$

```
 \begin{array}{cccc} \alpha & \beta & \theta \\ \hline Sayang(Anto,x) & Sayang(Anto,Ani) & \{x/Ani\} \\ Sayang(Anto,x) & Sayang(y,Ani) & \{x/Ani,y/Anto\} \\ Sayang(Anto,x) & Sayang(y,Ibu(y)) \end{array}
```

- Standardized apart variable menghilangkan *overlap*, mis: $Sayang(x_{101}, Ani)$
- UNIFY(Sayang(Anto, x), Sayang(y, z)) = {y/Anto, x/z}
 - Bagaimana dengan $\{y/Anto, x/Ani, z/Ani\}$?
 - $\{y/Anto, x/z\}$ disebut most general unifier. (MGU)



Outline

- 1 FOL: Syntax & Semantics
 - Model, Simbol, & Interpretasi
 - Term & Kalimat FOL
- 2 KBA dengan FOL
 - Substitution
 - Contoh KBA dengan FOL
 - Knowledge Engineering
- 3 Inference untuk FOL
 - Inference Rules untuk Quantifiers
 - Reduksi FOL Inference ke PL Inference
 - Unification
 - Forward chaining & Backward Chaining
 - Resolution





Contoh knowledge base

Versi bahasa Inggris

"The law says that it is a crime for an American to sell weapons to hostile nations. The country Nono, an enemy of America, has some missiles, and all of its missiles were sold to it by Colonel West, who is American."

Buktikan bahwa Col. West adalah criminal!



Inference untuk FOL

Forward chaining & Backward Chaining

Representasi ke FOL

• ... it is a crime for an American to sell weapons to hostile nations:



• ... it is a crime for an American to sell weapons to hostile nations: $American(x) \land Weapon(y) \land Sells(x, y, z) \land Hostile(z) \Rightarrow Criminal(x)$ (secara implisit, variabel pada definite clause dikuantifikasi universal)

- ... it is a crime for an American to sell weapons to hostile nations: $American(x) \land Weapon(y) \land Sells(x, y, z) \land Hostile(z) \Rightarrow Criminal(x)$ (secara implisit, variabel pada definite clause dikuantifikasi universal)
- Nono ... has some missiles:

- ... it is a crime for an American to sell weapons to hostile nations: $American(x) \wedge Weapon(y) \wedge Sells(x, y, z) \wedge Hostile(z) \Rightarrow Criminal(x)$ (secara implisit, variabel pada definite clause dikuantifikasi universal)
- Nono ... has some missiles: $\exists x \ Owns(Nono, x) \land Missile(x)$

- ... it is a crime for an American to sell weapons to hostile nations: $American(x) \wedge Weapon(y) \wedge Sells(x, y, z) \wedge Hostile(z) \Rightarrow Criminal(x)$ (secara implisit, variabel pada definite clause dikuantifikasi universal)
- Nono ... has some missiles: $\exists x \ Owns(Nono, x) \land Missile(x)$ $Owns(Nono, M_1) \ dan \ Missile(M_1) \ (Skolemization)$

- ... it is a crime for an American to sell weapons to hostile nations: $American(x) \land Weapon(y) \land Sells(x, y, z) \land Hostile(z) \Rightarrow Criminal(x)$ (secara implisit, variabel pada definite clause dikuantifikasi universal)
- Nono ... has some missiles: $\exists x \ Owns(Nono, x) \land Missile(x)$ $Owns(Nono, M_1) \ dan \ Missile(M_1) \ (Skolemization)$
- ... all of its missiles were sold to it by Colonel West



- ... it is a crime for an American to sell weapons to hostile nations: $American(x) \land Weapon(y) \land Sells(x, y, z) \land Hostile(z) \Rightarrow Criminal(x)$ (secara implisit, variabel pada definite clause dikuantifikasi universal)
- Nono ... has some missiles: $\exists x \ Owns(Nono, x) \land Missile(x)$ $Owns(Nono, M_1) \ dan \ Missile(M_1) \ (Skolemization)$
- ... all of its missiles were sold to it by Colonel West $Missile(x) \land Owns(Nono, x) \Rightarrow Sells(West, x, Nono)$



- ... it is a crime for an American to sell weapons to hostile nations: $American(x) \land Weapon(y) \land Sells(x, y, z) \land Hostile(z) \Rightarrow Criminal(x)$ (secara implisit, variabel pada definite clause dikuantifikasi universal)
- Nono ... has some missiles: $\exists x \ Owns(Nono, x) \land Missile(x)$ $Owns(Nono, M_1) \ dan \ Missile(M_1) \ (Skolemization)$
- ... all of its missiles were sold to it by Colonel West $Missile(x) \land Owns(Nono, x) \Rightarrow Sells(West, x, Nono)$
- Missiles are weapons:

- ... it is a crime for an American to sell weapons to hostile nations: $American(x) \land Weapon(y) \land Sells(x, y, z) \land Hostile(z) \Rightarrow Criminal(x)$ (secara implisit, variabel pada definite clause dikuantifikasi universal)
- Nono ... has some missiles: $\exists x \ Owns(Nono, x) \land Missile(x)$ $Owns(Nono, M_1) \ dan \ Missile(M_1) \ (Skolemization)$
- ... all of its missiles were sold to it by Colonel West $Missile(x) \land Owns(Nono, x) \Rightarrow Sells(West, x, Nono)$
- Missiles are weapons: Missile(x) ⇒ Weapon(x)



- ... it is a crime for an American to sell weapons to hostile nations: $American(x) \land Weapon(y) \land Sells(x, y, z) \land Hostile(z) \Rightarrow Criminal(x)$ (secara implisit, variabel pada definite clause dikuantifikasi universal)
- Nono ... has some missiles: $\exists x \ Owns(Nono, x) \land Missile(x)$ $Owns(Nono, M_1) \ dan \ Missile(M_1) \ (Skolemization)$
- ... all of its missiles were sold to it by Colonel West $Missile(x) \land Owns(Nono, x) \Rightarrow Sells(West, x, Nono)$
- Missiles are weapons: $Missile(x) \Rightarrow Weapon(x)$
- An enemy of America counts as "hostile":



- ... it is a crime for an American to sell weapons to hostile nations: $American(x) \land Weapon(y) \land Sells(x, y, z) \land Hostile(z) \Rightarrow Criminal(x)$ (secara implisit, variabel pada definite clause dikuantifikasi universal)
- Nono ... has some missiles: $\exists x \ Owns(Nono, x) \land Missile(x)$ $Owns(Nono, M_1) \ dan \ Missile(M_1) \ (Skolemization)$
- ... all of its missiles were sold to it by Colonel West $Missile(x) \land Owns(Nono, x) \Rightarrow Sells(West, x, Nono)$
- Missiles are weapons: $Missile(x) \Rightarrow Weapon(x)$
- An enemy of America counts as "hostile": $Enemy(x, America) \Rightarrow Hostile(x)$



- ... it is a crime for an American to sell weapons to hostile nations: $American(x) \land Weapon(y) \land Sells(x, y, z) \land Hostile(z) \Rightarrow Criminal(x)$ (secara implisit, variabel pada definite clause dikuantifikasi universal)
- Nono ... has some missiles: $\exists x \ Owns(Nono, x) \land Missile(x)$ $Owns(Nono, M_1) \ dan \ Missile(M_1) \ (Skolemization)$
- ... all of its missiles were sold to it by Colonel West $Missile(x) \land Owns(Nono, x) \Rightarrow Sells(West, x, Nono)$
- Missiles are weapons: $Missile(x) \Rightarrow Weapon(x)$
- An enemy of America counts as "hostile": $Enemy(x, America) \Rightarrow Hostile(x)$
- West, who is American . . .





- ... it is a crime for an American to sell weapons to hostile nations: $American(x) \land Weapon(y) \land Sells(x, y, z) \land Hostile(z) \Rightarrow Criminal(x)$ (secara implisit, variabel pada definite clause dikuantifikasi universal)
- Nono ... has some missiles: $\exists x \ Owns(Nono, x) \land Missile(x)$ $Owns(Nono, M_1) \ dan \ Missile(M_1) \ (Skolemization)$
- ... all of its missiles were sold to it by Colonel West $Missile(x) \land Owns(Nono, x) \Rightarrow Sells(West, x, Nono)$
- Missiles are weapons: $Missile(x) \Rightarrow Weapon(x)$
- An enemy of America counts as "hostile": $Enemy(x, America) \Rightarrow Hostile(x)$
- West, who is American ... American(West)





- ... it is a crime for an American to sell weapons to hostile nations: $American(x) \land Weapon(y) \land Sells(x, y, z) \land Hostile(z) \Rightarrow Criminal(x)$ (secara implisit, variabel pada definite clause dikuantifikasi universal)
- Nono ... has some missiles: $\exists x \ Owns(Nono, x) \land Missile(x)$ $Owns(Nono, M_1) \ dan \ Missile(M_1) \ (Skolemization)$
- ... all of its missiles were sold to it by Colonel West $Missile(x) \land Owns(Nono, x) \Rightarrow Sells(West, x, Nono)$
- Missiles are weapons: $Missile(x) \Rightarrow Weapon(x)$
- An enemy of America counts as "hostile": $Enemy(x, America) \Rightarrow Hostile(x)$
- West, who is American . . . American (West)
- The country Nono, an enemy of America . . .





- ... it is a crime for an American to sell weapons to hostile nations: $American(x) \land Weapon(y) \land Sells(x,y,z) \land Hostile(z) \Rightarrow Criminal(x)$ (secara implisit, variabel pada definite clause dikuantifikasi universal)
- Nono . . . has some missiles: $\exists x \ Owns(Nono, x) \land Missile(x)$ $Owns(Nono, M_1)$ dan $Missile(M_1)$ (Skolemization)
- ... all of its missiles were sold to it by Colonel West $Missile(x) \land Owns(Nono, x) \Rightarrow Sells(West, x, Nono)$
- Missiles are weapons: $Missile(x) \Rightarrow Weapon(x)$
- An enemy of America counts as "hostile": $Enemy(x, America) \Rightarrow Hostile(x)$
- West, who is American ... American(West)
- The country Nono, an enemy of America ... Enemy (Nono, America)



Forward chaining pada FOL dengan GMP

- Mirip dengan forward chaining pada PL
- Mulai dari fakta yang diketahui (clause tanpa premise), mis: $Owns(Nono, M_1), Missile(M_1)$
- "Aktifkan" (trigger) rule yang premise-nya terpenuhi → tambahkan kesimpulan rule ke KB, mis: Missile(x) ∧ Owns(Nono, x) ⇒ Sells(West, x, Nono)
 - "Cocokkan" premise setiap rule dengan fakta-fakta yang diketahui → pattern matching
- Ulangi sampai query terbukti, atau tidak ada fakta baru yang bisa ditambahkan ke KB.





Inference untuk FOL

Forward chaining & Backward Chaining

Contoh Forward Chaining FOL

American(West)

Missile(M1)

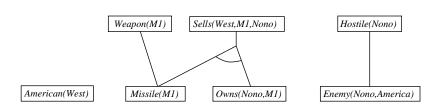
Owns(Nono,M1)

Enemy(Nono,America)

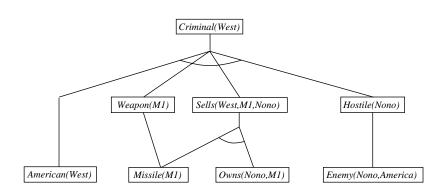




Contoh Forward Chaining FOL



Contoh Forward Chaining FOL



Backward chaining pada FOL dengan GMP

- Berangkat dari gol, melalui rule-rule yang ada, cari fakta-fakta yang dapat digunakan untuk mendukung pembuktian.
- Efek berantai muncul dari upaya untuk pemenuhan rule-rule dari gol tersebut.

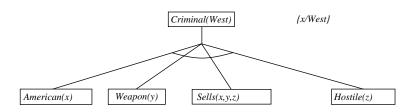


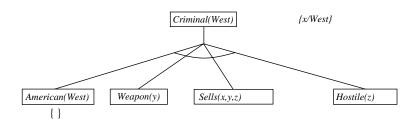
Contoh Backward Chaining FOL

Criminal(West)



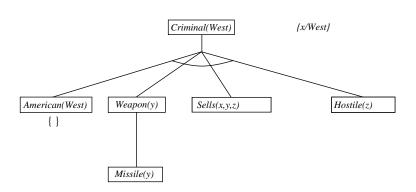


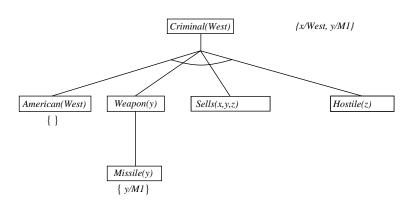


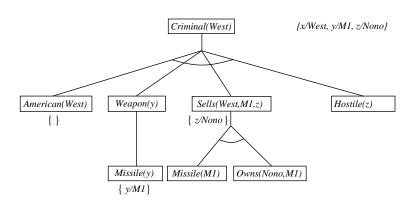




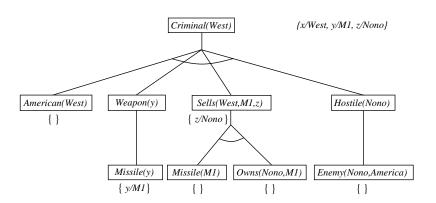












Logic Programming

$$Algorithm = Logic + Control$$

- Prolog: bahasa Logic Programming
- Dasar: backward chaining pada Horn clause
- Program berupa himpunan clause: positive_literal :- literal₁, ... literal_n.

Contoh

```
American(x) \land Weapon(y) \land Sells(x, y, z) \land Hostile(z) \Rightarrow Criminal(x) criminal(X) :- american(X), weapon(Y), sells(X, Y, Z), hostile(Z).
```

- Aspek "non-logic" dari Prolog:
 - BC berjalan atas-ke-bawah (rule) dan kiri-ke-kanan (clause)
 - Ada predikat untuk aritmetika:: X is Y*Z+3
 - Ada clause dengan "efek samping": I/O





Outline

- 1 FOL: Syntax & Semantics
 - Model, Simbol, & Interpretasi
 - Term & Kalimat FOL
- 2 KBA dengan FOL
 - Substitution
 - Contoh KBA dengan FOL
 - Knowledge Engineering
- 3 Inference untuk FOL
 - Inference Rules untuk Quantifiers
 - Reduksi FOL Inference ke PL Inference
 - Unification
 - Forward chaining & Backward Chaining
 - Resolution





Resolution pada FOL (lifting resolution PL)

Binary resolution rule:

$$\frac{\ell_1 \vee \cdots \vee \ell_k, \qquad m_1 \vee \cdots \vee m_n}{(\ell_1 \vee \cdots \vee \ell_{i-1} \vee \ell_{i+1} \vee \cdots \vee \ell_k \vee m_1 \vee \cdots \vee m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \cdots \vee m_n)\theta}$$
 di mana UNIFY $(\ell_i, \neg m_j) = \theta$.
Contoh:

 $\neg Kaya(x) \lor Sedih(x)$ Kaya(Anto)Sedih(Anto)

di mana $\theta = \{x/Anto\}$

■ Factoring: reduksi dua literal yang unifiable pada sebuah clause menjadi satu literal + terapkan MGU pada literal hasil factoring dan literal lainnya. Contoh: Factoring dari $P(b,x) \lor P(x,x) \lor Q(x,c)$ adalah $P(b,b) \lor Q(b,c)$ dengan MGU $\theta = \{x/b\}$

Untuk menunjukkan $KB \models \alpha$: terapkan resolution pada CNF dari $KB \land \neg \alpha$.

■ Resolution adalah refutation-complete: jika sekumpulan kalimat FOL unsatisfiable, maka penerapan resolution akan menghasilkan contradiction dari sekumpulan kalimat FOL tersebut.



Mengubah Kalimat FOL ke CNF

```
"Everyone who loves all animals is loved by someone:" \forall x \ [\forall y \ Animal(y) \implies Loves(x, y)] \implies [\exists y \ Loves(y, x)]
```

- I Eliminasi implikasi dan biimplikasi $\forall x \ [\neg \forall v \ \neg Animal(v) \lor Loves(x, v)] \lor [\exists v \ Loves(v, x)]$
- 2 Pindahkan \neg ke "dalam": $\neg \forall x \ p \equiv \exists x \ \neg p$, $\neg \exists x \ p \equiv \forall x \ \neg p$:
 - $\forall x \ [\exists y \ \neg(\neg Animal(y) \lor Loves(x,y))] \lor [\exists y \ Loves(y,x)]$
 - $\forall x \ [\exists y \ \neg\neg Animal(y) \land \neg Loves(x,y)] \lor [\exists y \ Loves(y,x)]$ $\forall x \ [\exists y \ Animal(y) \land \neg Loves(x,y)] \lor [\exists y \ Loves(y,x)]$
 - Standarding variables, estion grantifier variable may hade
- 3 Standardize variables: setiap quantifier variable-nya beda $\forall x \ [\exists y \ Animal(y) \land \neg Loves(x, y)] \lor [\exists z \ Loves(z, x)]$
- 4 Skolemize: eliminasi existential quantifier. $\exists x$ dieliminasi dengan menggunakan Skolem function dari universally quantified variables sebelumnya: $\forall x \ [Animal(F(x)) \land \neg Loves(x, F(x))] \lor Loves(G(x), x)$
- 5 Buang universal quantifiers: $[Animal(F(x)) \land \neg Loves(x, F(x))] \lor Loves(G(x), x)$
- 6 Distribusi \land over \lor : [Animal(F(x)) \lor Loves(G(x), x)] \land [\neg Loves(x, F(x)) \lor Loves(G(x), x)]



Contoh pembuktian dengan resolution

```
\neg American(x) \lor \neg Weapon(y) \lor \neg Sells(x,y,z) \lor \neg Hostile(z) \lor Criminal(x)
                                                                                                            ¬ Criminal(West)
                                                               \neg American(West) \lor \neg Weapon(y) \lor \neg Sells(West, y, z) \lor \neg Hostile(z)
                                   American(West)
                                \neg Missile(x) \lor Weapon(x)
                                                                        \neg Weapon(y) \lor \neg Sells(West, y, z) \lor \neg Hostile(z)
                                              Missile(M1)
                                                                          \neg Missile(y) \lor \neg Sells(West, y, z) \lor \neg Hostile(z)
       \neg Missile(x) \lor \neg Owns(Nono,x) \lor Sells(West,x,Nono)
                                                                                 \neg Sells(West,M1,z) \lor \neg Hostile(z)
                                      Missile(M1)
                                                                 \neg Missile(M1) \lor \neg Owns(Nono,M1) \lor \neg Hostile(Nono)
                                Owns(Nono,M1)
                                                                      ¬ Owns(Nono,M1)
                                                                                             ∨ ¬ Hostile(Nono)
                          \neg Enemy(x,America) \lor Hostile(x)
                                                                             ¬ Hostile(Nono)
                             Enemy(Nono,America)
                                                                   Enemy(Nono,America)
```

