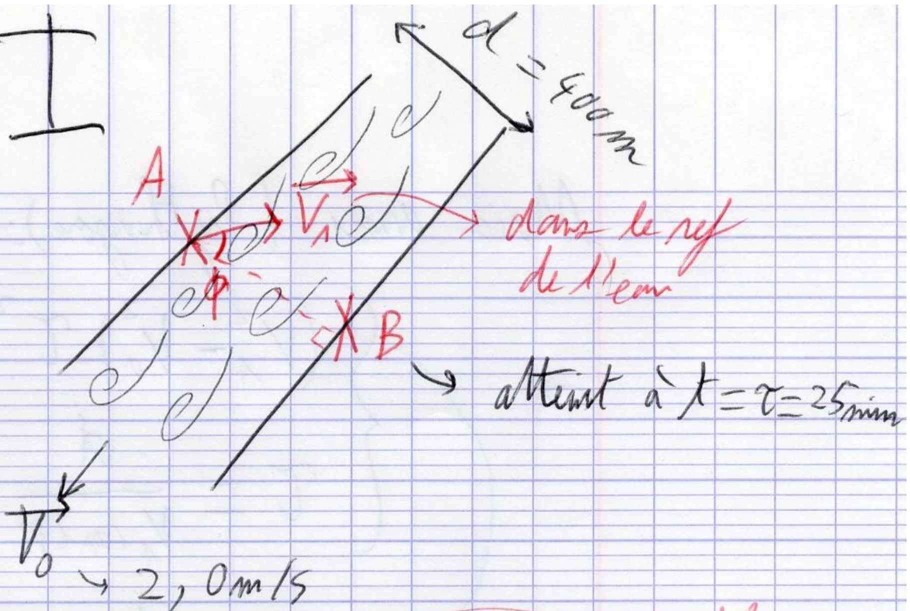
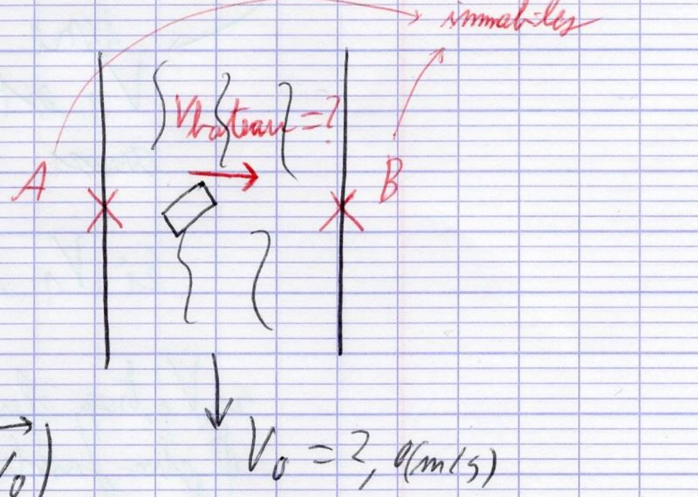
Exercice 1

I

$V_1, \phi = ?$

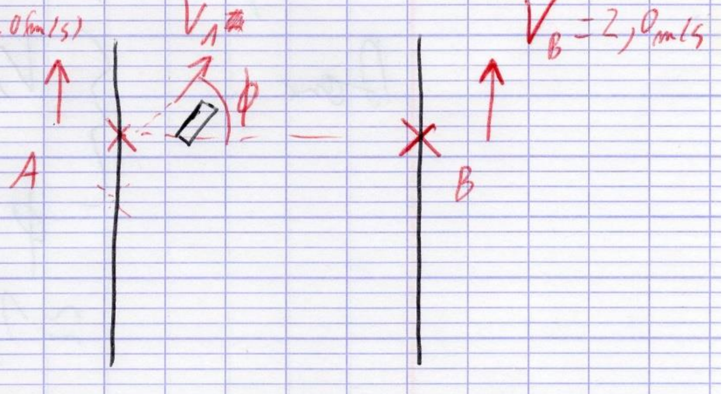


Ref exterieur :

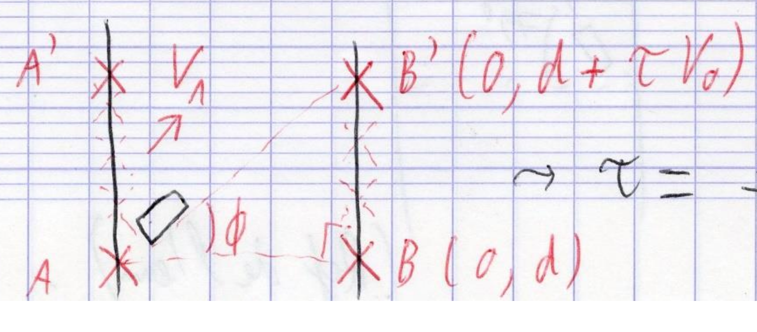


changement de ref
$\left(\overrightarrow{V_{A/B}} = \vec{0} - \vec{V_0}\right)$

Ref de l'eau :



$\tau = ?$: temps mis pour partir de A et arriver en B', la position de B dans le ref de l'eau quand le bateau arrive sur l'autre rive :



$$\rightarrow \tau = \frac{AB'}{V_1} = \frac{\frac{d}{\cos(\phi)}}{V_1}$$

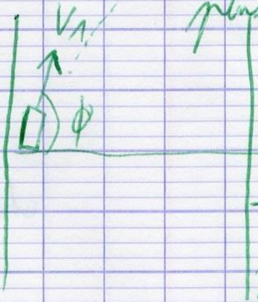
Mais aussi (Pythagore) : $(V_1 \tau)^2 = d^2 + (V_0 \tau)^2$

$$\rightarrow \begin{cases} (V_1^2 - V_0^2)\,\tau^2 = d^2 \\ \tau = \dfrac{d}{V_1 \cos(\phi)} \end{cases}$$

→ 2 inconnues (V_1, ϕ) et 2 équations → okay.

Une des équations ne contient pas ϕ : V_1 est fixée ⇒ ϕ ne peut prendre aussi qu'une seule valeur :

Si V_1 trop faible :



→ chemin beaucoup plus long, ϕ a été augmenté pour compenser → τ ne collerait plus

si V_1 trop élevé : pour compenser, ϕ plus faible → on arrive plus vite : τ ne colle plus.

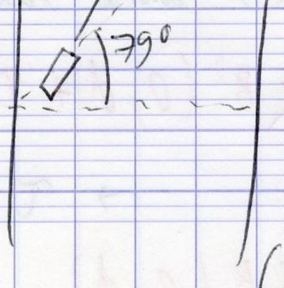
Donc :

$$\begin{cases} V_1 = \sqrt{\dfrac{d^2}{\tau^2} + V_0^2} \\ \phi = \arccos\left(\dfrac{d}{V_1 \tau}\right) \end{cases}$$

→ $\simeq 2{,}02$ m/s : proche de 2 m/s, 25 min c'est super long pour faire 400 m : en ligne droite ça équivaudrait à 0,27 m/s.

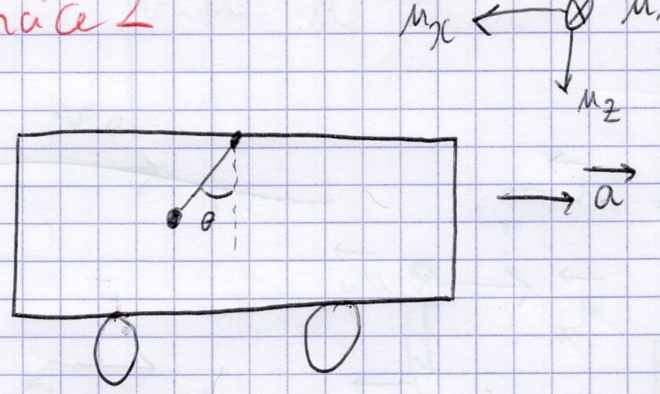
$\simeq 1{,}44$ rad → pas parlant

$\simeq 79^\circ$ → le bateau utilise quasi toute sa vitesse pour compenser le courant :



(Ref de l'eau).

ercice 2



Équa diff de θ ?

2 méthodes : a) Calcul classique par cyli

b) Connaître le pendule et se mettre à sa place.

a) : PFD : $m(\vec{a}_{pendule} + \vec{a}) = m\vec{g}$ Ref extérieur

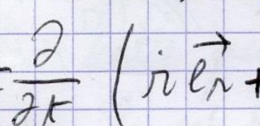
(Coordonnées cylindriques d'axe le même que le pendule (r, θ, y) :

$$\vec{a}_{pendule} = \frac{d^2}{dt^2}(r\vec{e_r}) = \frac{\partial}{\partial t}(\dot r\vec{e_r} + r\dot\theta\vec{e_\theta}) = (\ddot r\vec{e_r} + \dot r\dot\theta\vec{e_\theta} + \dot r\vec{e_\theta}\dot\theta + r\ddot\theta\vec{e_\theta} - r\dot\theta^2\vec{e_r})$$

$$= \begin{vmatrix} \ddot r - r\dot\theta^2 \\ 2\dot r\dot\theta + r\ddot\theta \end{vmatrix}$$

Ici, $r = cste$, donc : $= \begin{vmatrix} 0 \\ r\ddot\theta \end{vmatrix}$ → On sait que pas d'accélération selon r : On ne va pas écrire ces termes à la suite.

$$m r\ddot\theta = m(\vec{g} - \vec{a}) = m(-g\sin(\theta) + a\cos(\theta))$$



projection $\vec{g}$ et $\vec{a}$ sur $\vec{e_\theta}$

$\ddot\theta = 0 \to \frac{g}{r}\sin(\theta_0) = \frac{a}{r}\cos(\theta_0)$

$\to \tan(\theta_0) = \frac{a}{g}$

$\to \theta_0 = \arctan\left(\frac{a}{g}\right)$

$$\boxed{\ddot\theta + \frac{g}{r}\sin(\theta) - \frac{a}{r}\cos(\theta) = 0}$$

b) On connaît pas cette forme d'équa diff, c'est pas simple, mais on voit

-) : PFD : $m\,\overrightarrow{a_{pendule}} = m(\underbrace{\vec{g}-\vec{a}})$

$\vec{g}'$: pesanteur équivalente vue par le pendule : il pointera dans cette direction et on sait que l'équa diff sera classique :

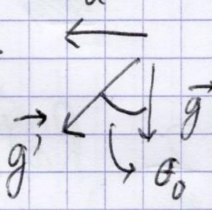
$$\ddot{\theta}^* + \frac{g'}{r}\sin(\theta^*) = 0.$$

où θ^* est défini par rapport à la verticale vue par le pendule :

$$\theta^* = \theta - \theta_0.$$

Reste à trouver $\vec{g}'$:

$$= \vec{g} - \vec{a} = \begin{vmatrix} -a \\ 0 \\ g \end{vmatrix}$$



$$\boxed{\theta_0 = \arctan\left(\frac{a}{g}\right)} \rightarrow \text{réponse a 2)}$$

Et $g' = \sqrt{a^2+g^2}$

$$\rightarrow \boxed{\ddot{\theta} + \frac{\sqrt{a^2+g^2}}{r}\sin\left(\theta - \arctan\left(\frac{a}{g}\right)\right) = 0}$$

$\ddot{\theta}^* = \ddot{\theta}$ car $\theta_0 = cste|_t$ → okay, moche mais on n'a fait 0 approximation pour le moment.

3) Avec a) : pas simple du tout.

Avec b-) : bah, $\ddot{\theta} + \frac{\sqrt{a^2+g^2}}{r}\left[\theta - \arctan\left(\frac{a}{g}\right)\right] = 0$

... $T_0 = \sqrt{\frac{r}{\sqrt{a^2+g^2}}}$