1 Question de cours

Démonstration d'une des deux relations de Bernoulli. Application à l'effet Venturi (traiter deux exemples).

(Retrouver la formule des réseaux pour un réseau en transmission. Interprétation en lumière monochro- matique et polychromatique.)

2 Modèle d'une tornade

L'écoulement de l'air pour une tornade est supposé incompressible à symétrie cylindrique autour d'un axe vertical noté Oz. On repère un point $M(r, \theta, z)$ de cet écoulement avec une vitesse $\vec{v}(M) = v(r) \cdot \vec{e_\theta}$.

Cet écoulement peut être caractérisé par un vecteur tourbillon $\vec{\Omega}$:

$$\vec{\Omega} = \begin{cases} \Omega_0 \cdot \vec{e_z}, & r \leq a \\ 0, & r > a \end{cases}$$

1. Par une étude analogue à celle d'une distribution de courant par le Théorème d'Ampère, déterminer l'expression $v(r)$ en tout point M.
2. On appelle **Vortex** le cas limite pour lequel $a \to 0$ et $\Omega_0 \to \infty$ avec $\Omega_0 \cdot a^2 = \frac{\Gamma}{2\pi}$ où Γ est une constante finie.
   Montrer que la vitesse dérive alors d'un potentiel Φ tel que $\vec{v} = \nabla\Phi$ pour $r \neq 0$.

3 Perte de charge

Un fluide visqueux incompressible (de masse volumique μ) et de viscosité η est en écoulement laminaire permanent selon la direction OZ dans un tube cylindrique de rayon R, d'axe horizontal OZ et de longueur L. On note $K = p(0) - p(L)$ la perte de charge dans le tube.

1. Justifier que l'on considérera le champ des vitesses indépendant de θ, pour $M(r, \theta, z)$.
2. Montrer alors que $\vec{v}(M) = \vec{v}(r) \cdot \vec{e_z}$.
3. Montrer que l'accélération pour un point M du fluide est nulle.
4. Exprimer le champ des pressions p.
5. Établir la loi $v(r)$ en fonction de $v_{\max}$, K, η, L et R.
6. En déduire la loi de Poiseuille donnant l'expression du débit volumique.
7. Comment définir la résistance hydrodynamique, quelles sont alors les relations sur les associations de résistances ?

On rappelle que :

$\Delta\left(U(r, \theta, z) \cdot \vec{e_z}\right) = \left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial U}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\right] \cdot \vec{e_z}$

Correction : https://tinyurl.com/mrxhs7x8 ou https://iridium6626.github.io/fichiers-libres/ Questions ou etc. : thomas.cloarec@ens-paris-saclay.fr