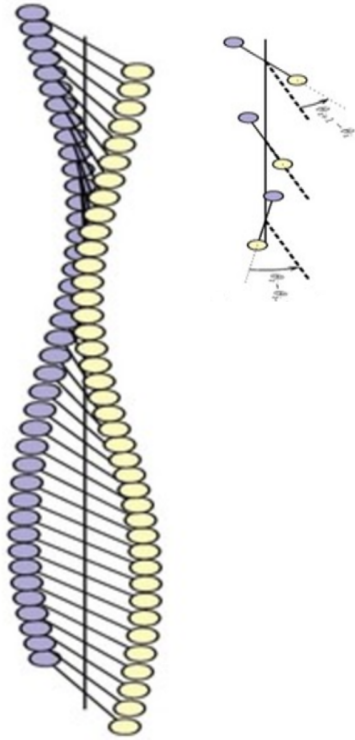


# 1 Question de cours

Notion de résistance thermique en régime permanent, analogie avec l'électricité. Associations de résistances.

## 2 Oscillations d'une échelle de perroquet



Une échelle de perroquet est constituée de barreaux de masse  $m$  et de longueur  $2a$  auxquels on accroche à chaque extrémité deux boules de rayon  $a$  et de masse  $2m$  (l'ensemble constituant un module). Le moment d'inertie d'un module par rapport à l'axe des câbles est donné par :

$$J_A = \frac{1604}{15}ma^2$$

Chaque barreau est repéré par sa position angulaire  $\theta_i$ . Les barreaux sont reliés entre eux par un câble de torsion de longueur  $h$ , générant un couple de rappel de moment :

$$\Gamma = \pm C|\alpha|, \quad C > 0$$

Ce couple tend à ramener le câble dans sa position d'équilibre. Chaque barreau peut osciller dans le plan horizontal.

1. Appliquer le Théorème du Moment Cinétique (TMC) au barreau  $i$  et en déduire une relation entre  $\ddot{\theta}_i$ ,  $\theta_{i+1}$ ,  $\theta_i$  et  $\theta_{i-1}$ .

*Vous exprimerez notamment les couples de rappel exercés par les câbles reliant le barreau  $i$  aux barreaux  $i-1$  et  $i+1$ .*

2. En choisissant comme notation  $\theta_i = \theta(z)$ , que deviennent les expressions  $\theta_{i-1}$  et  $\theta_{i+1}$  ?

3. On propose une solution du type  $\theta_i(x_i, t) = A \cos(\omega t - kx_i)$ . Déterminer la relation de dispersion.

4. Le phénomène de propagation est-il dispersif ?

5. Déterminer la vitesse de propagation d'un train d'onde de pulsation  $\omega$ .

6. En considérant  $h \ll a$ , montrer que l'équation de propagation peut se ramener à l'équation d'Alembert.

On considère  $h \ll a$  et on suppose maintenant que l'échelle est plongée dans un fluide visqueux. Une force de frottement fluide visqueux s'exerce sur les masses de l'échelle, sous la forme suivante :

$$\vec{F}_{\text{frottement}} = -b\dot{\theta}\hat{e}_\theta$$

où  $b > 0$  est un coefficient de frottement.

7. Écrire le nouveau Théorème du Moment Cinétique en prenant en compte la force de frottement fluide visqueux. Retrouver l'équation de propagation correspondante (équation de pseudo-d'Alembert).

8. Déterminer la nouvelle relation de dispersion.

9. Quelle est l'influence de cette force de frottement visqueux sur la propagation d'un paquet d'ondes ?

10. Comment celle-ci serait modifiée avec une équation de pseudo-d'Alembert contenant un terme proportionnel à  $\theta'$  ? Proposer une origine à un tel terme. Quelles seraient les conséquences d'un frottement fluide non visqueux ?