1 Question de cours

Notion d'écoulement parfait et de couche limite. Conséquences sur les conditions aux limites.

2 Statoréacteur

Le statoréacteur est un moteur à réaction qui se caractérise par l'absence totale de pièces mobiles. Son fonctionnement repose sur la compression dynamique de l'air entrant, due uniquement à la vitesse élevée de l'appareil, suivie d'une combustion et d'une détente dans une tuyère, générant ainsi la poussée nécessaire à la propulsion.

Dans cette étude, nous considérons un statoréacteur simplifié, et les sections d'entrée et de sortie sont prises assez loin des tuyères pour y considérer la pression de l'air environnant. Le réacteur a les caractéristiques suivantes :

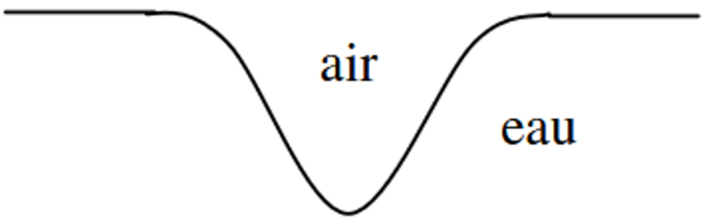
- Section d'entrée : $S_1 = 0{,}3\,\mathrm{m}^2$
- Débit massique de carburant injecté : $\dot{m}_k = 0{,}8\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^{-1}$
- Relation entre la vitesse d'entrée et de sortie : $v_2 = 1,8v_1 - 0,0005v_1^2 - 100$ (en $\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$)
- Masse volumique de l'air au niveau de la mer : $\rho = 1{,}225\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}$
- Viscosité dynamique de l'air : $\eta = 1{,}8\cdot 10^{-5}\,\mathrm{Pa}\cdot\mathrm{s}$
- Masse molaire de l'air : $M = 0{,}029\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{mol}^{-1}$
- Constante des gaz parfaits : $R = 8.314$
- Echelle caractéristique dans le modèle de l'atmosphère isoterme : $\delta = 8700\,\mathrm{m}$

1. Serait-il raisonnable de faire une approximation d'écoulement fluide parfait ?
2. La section de sortie S_2 doit-elle être plus ou moins grande que la surface d'entrée $S1$?
3. Établir l'expression de la poussée générée par le statoréacteur et donnez sa valeur pour une vitesse de vol de $400\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ à l'altitude de 10 km.
4. Déterminez la vitesse de vol optimale qui maximise la poussée du statoréacteur. Opérer à cette vitesse modifierait-il l'hypothèse de l'écoulement fluide parfait ?

Musée de l'air et de l'espace

3 Champ de pression dans un vortex

Un vortex est obtenu en faisant tourner un liquide autour d'un axe vertical, ce liquide est surmonté d'une atmosphère à pression uniforme P_0.



→ on cherche l'équation de la surface libre du liquide.

On reprend le même modèle que celui de la tornade (cylindre de rayon a), voir exercice 1, caractérisé par un vecteur tourbillon uniforme et stationnaire : $\vec{\Omega} = \Omega \vec{u_z}$, avec Ω uniforme et stationnaire. Le champ des vitesses du vortex en coordonnées cylindriques (r, θ, z) a pour expression : pour $r < a$: $\vec{v} = \Omega r \vec{u_\theta}$ et pour $r > a$: $\vec{v} = \frac{\Omega \cdot a^2}{r} \vec{u_\theta}$.

On note g l'accélération de pesanteur.

1. En utilisant l'équation d'Euler déterminer, dans les deux cas $r < a$ et $r > a$, les expressions des dérivées de P par rapport à r et z. La valeur de $\frac{\partial P}{\partial \theta}$ était-elle prévisible ?
2. En déduire $P(r, z)$ dans les deux cas.
3. En déduire l'équation de la surface libre $z(r)$ dans les deux cas et le type de profil géométrique.

Gradient en coordonnées cylindriques

Le gradient d'une fonction f en coordonnées cylindriques (r, θ, z) est donné par :

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial r}\vec{u_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\vec{u_\theta} + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{u_z}$$

Correction