Exercice 1

1. Selon l'équation d'état des gaz parfaits, on peut écrire :

$$V_1 = \frac{nRT_1}{p_1} \quad \text{et} \quad V_3 = \frac{nRT_3}{p_3} \tag{44}$$

A.N. : $V_1 = 0{,}249\,\mathrm{m}^3$ et $V_3 = 0{,}116\,\mathrm{m}^3$.

2. La transformation (2)-(3) est une transformation isobare donc $p_2 = p_3$; la transformation (1)-(2) est une transformation isotherme donc $T_2 = T_1$. Cependant, selon l'équation d'état des gaz parfaits, il vient :

$$V_2 = \frac{nRT_2}{p_2} \tag{45}$$

La transformation (4)-(1) est une transformation isobare donc $p_4 = p_1$; la transformation (3)-(4) est une transformation isotherme donc $T_4 = T_3$. Cependant, selon l'équation d'état des gaz parfaits, il vient :

$$V_4 = \frac{nRT_4}{p_4} \tag{46}$$

A.N. : $p_2 = 5\,\mathrm{bar}$, $V_2 = 0{,}050\,\mathrm{m}^3$, $T_2 = 300\,\mathrm{K}$, $p_4 = 1\,\mathrm{bar}$, $V_4 = 0{,}582\,\mathrm{m}^3$ et $T_4 = 700\,\mathrm{K}$.

3. Pour les transformations (1)-(2) et (3)-(4), qui sont des transformations isothermes, les travaux volumétriques mis en jeu s'écrivent :

$$W_{12} = -\int_{V_1}^{V_2} p\,\mathrm{d}V = -nRT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{\mathrm{d}V}{V} \tag{47}$$

soit :

$$W_{12} = -nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \tag{48}$$

et

$$W_{34} = -\int_{V_3}^{V_4} p\,\mathrm{d}V = -nRT_3 \int_{V_3}^{V_4} \frac{\mathrm{d}V}{V} \tag{49}$$

soit :

$$W_{34} = -nRT_3 \ln \frac{V_4}{V_3} \tag{50}$$

Exercice 2

1. Les lois de Joule énoncent que l'énergie interne U et l'enthalpie H d'un gaz parfait ne dépendent que de sa température T. Alors, le système thermodynamique en question n'est pas un gaz parfait car son énergie interne U dépend également du volume V.

2. La capacité calorifique à volume constant C_V s'écrit :

$$C_\mathrm{V} = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = aV^b \tag{64}$$

3. La forme différentielle $\mathrm{d}U$ s'écrit :

$$\mathrm{d}U = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T \mathrm{d}V \tag{65}$$

soit :

$$\mathrm{d}U = aV^b\,\mathrm{d}T + abV^{b-1}T\,\mathrm{d}V \tag{66}$$