

$$1,2 \text{ m} \uparrow z$$

||

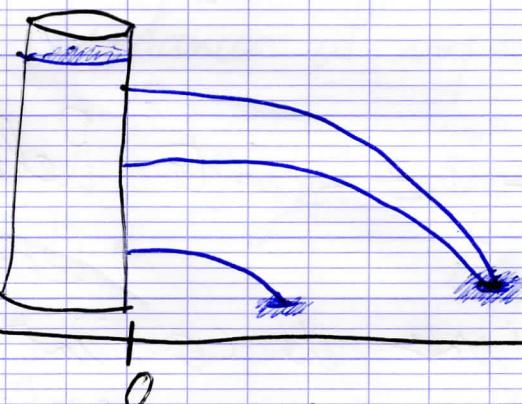
$$z_M =$$

$$0,8 \text{ m} = z_3$$

$$0,4 \text{ m} = z_2$$

$$0,1 \text{ m} = z_1$$

I - Tonneau percé



1) Vitesse d'éjection aux trous?

Hypothèses: eau: fluide incompressible

$$\cancel{N-S: \nabla \Delta v}$$

+ écoulement fluide parfait ( $\eta$  faible)

+ écoulement irrotationnel (symétries, pas de rotation, ... etc.)

$$\cancel{\vec{\omega}_{rot}(\vec{v}) = \vec{\omega}}$$

+ écoulement stationnaire

$$N-S: \frac{D\vec{v}}{Dt} = \frac{d\vec{v}}{dt} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{\text{grad}(P)}{\rho} + \vec{g}$$

$$(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = \text{grad}\left(\frac{\vec{v}^2}{2}\right) - \underbrace{\vec{\omega}_{rot}(\vec{\omega}_{rot}(\vec{v}))}_{= \vec{\omega} (= \vec{\omega}(\vec{\omega}))}$$

+  ~~$\nabla \Delta v$~~

accélération corrective

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \vec{\omega} \cdot \vec{v} \text{ stationnaire}$$

$$\rightarrow \text{grad}\left(\frac{\vec{v}^2}{2}\right) = -\text{grad}\left(\frac{P}{\rho}\right) + \text{grad}(-gz).$$

-  $\frac{1}{\rho} \text{grad}(P)$ : incompressibilité:  $\rho = \text{cte}$

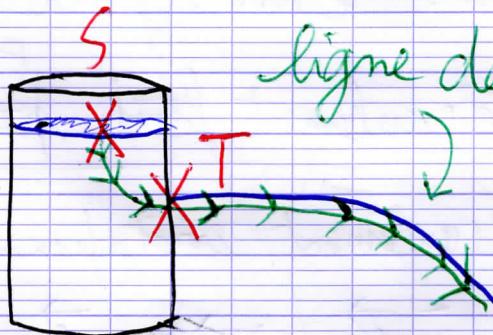
$$\Rightarrow \overrightarrow{\text{grad}} \left( \frac{V^2}{2} + \frac{P}{\rho} + g z \right) = \vec{0}$$

$$\rightarrow \frac{V^2}{2} + \frac{P}{\rho} + g z = \text{cste} \quad \text{Relation de Bernoulli}$$

le long des lignes de courant  $\rightarrow$  On suit une particule dans l'écoulement :

$N-S = PFD$  sur particules de fluide.

$I_{S,T}^{(i)}$ :



ligne de courant: le

niveau de l'eau baisse: les particules viennent de la surface.

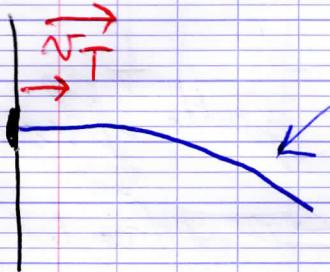
$$S: P = P_0, V = 0, z = z_M$$

$$T: P = P_0, V = V_T, z = z_T$$

$$\text{Bernoulli} \Rightarrow \underline{V_T = \sqrt{2 \cdot g(z_M - z_T)}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z_1 = 0,10 \text{ m} \rightarrow V_1 \approx \cancel{4,6 \text{ m/s}} \\ z_2 = 0,40 \text{ m} \rightarrow V_2 \approx \cancel{3,9 \text{ m/s}} \\ z_3 = 0,80 \text{ m} \rightarrow V_3 \approx 2,8 \text{ m/s} \end{cases}$$

## 2) Distance d'impact?



trajetoyre  $\approx$  parabolique  
(pas de frictions)

Chute libre  $\rightarrow z(t) = -\frac{g}{2} t^2 + z_T$   
 $x(t) = v_T t$

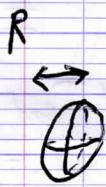
$$\Rightarrow x(z) = v_T \cdot \sqrt{-2 \frac{z_0 - z_T}{g}}$$

$$\rightarrow x_{\text{impact}} = \sqrt{2(z_T - z_0)} \cdot \sqrt{2(z_m - z_T)}$$

$$= 2 \sqrt{z_T(z_m - z_T)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z_1 = 0,10 \text{ m} \rightarrow x_{1, \text{impact}} \approx 0,66 \text{ m} \\ z_2 = 0,40 \text{ m} \rightarrow x_{2, \text{impact}} \approx 1,1 \text{ m} \\ z_3 = 0,80 \text{ m} \rightarrow x_{3, \text{impact}} \approx 1,1 \text{ m} \end{cases}$$

## II - Neige artificielle $\rightarrow$ flux intérieur $\rightarrow$ extérieur



Loi de Newton:  $b = h S \Delta T$

$\uparrow$  coeff conducto-convectif

$$-\frac{dH}{dt} = -c_{\text{eau}} \frac{dT}{dt}$$

$$\rightarrow \frac{dT}{dt} = -c_{\text{éan}} h s T + c_{\text{éan}} h s T_{\text{ext}}$$

$T \nearrow \Rightarrow \frac{dT}{dt} \downarrow$  : goutte plus chaude  
 $\rightarrow$  se refroidit plus vite

$T_{\text{ext}} \downarrow \Rightarrow \frac{dT}{dt} \downarrow$  : air plus froid  
 $\rightarrow$  se refroidit plus vite

2) Solution ?

$$T(t) = C_0 e^{-c_{\text{éan}} h s t} + T_{\text{ext}}$$

$$T(t=0) = T_i$$

$$\Rightarrow T(t) = (T_i - T_{\text{ext}}) e^{-\frac{t}{\tau}} + T_{\text{ext}}$$

avec  $\tau = (c_{\text{éan}} h s)^{-1}$

$$[c_{\text{éan}}] = [J/K], [hs] = [J/s/K]$$

$$\Rightarrow [c_{\text{éan}} hs] = [s^{-1}]$$

$$t_1 ? : T(t_1) = 0 \Leftrightarrow e^{-\frac{t_1}{\tau}} = \frac{T_{\text{ext}}}{T_{\text{ext}} - T_i}$$

$$\rightarrow t_1 = -\tau \ln \left( \frac{T_{\text{ext}}}{T_{\text{ext}} - T_i} \right)$$

$$T = (c_{\text{éan}} h s)^{-1}$$

inconnu: dépend de

paramètres extérieurs

$$= \left( \frac{4}{3} \pi R^3 c_{\text{éan}} c_{\text{m}} s h \right)$$

### 3) Salfusion

i) Fonction d'état constante

$$\xrightarrow[\text{isotrope}]{\text{adiabatique}} H : dH = T dS + V dP$$

$\downarrow \text{m}$        $\downarrow \text{v}$

$= 0 : \text{adiabatique}$        $= 0 : \text{isotrope}$

ii)  $x^? :$  masse d'eau solidifiée? ( $m_{\text{sol}}$ )

→ telle que  $\Delta H$  appartenant fait monter

$T$  de  $T_0$  à  $T = 0^\circ\text{C}$ :

$$\Delta H = -m_{\text{sol}} L_{\text{fus}} = c_{m, \text{eau, liquide}} m ((T=0^\circ\text{C}) - T_0)$$

$$\Rightarrow m_{\text{sol}} = -\frac{m c_{m, \text{eau, liquide}}}{L_{\text{fus}}} (T_0 - 0^\circ\text{C})$$

$$\Rightarrow \frac{m_{\text{sol}}}{m} = -\frac{c_{m, \text{eau, liquide}}}{L_{\text{fus}}} \cdot (15\text{K})$$

||

$1 - x_c$

$$\approx x_c = 1 + \frac{c_{m, \text{eau, liquide}}}{L_{\text{fus}}} \cdot (15\text{K})$$

$$\approx 10,19 \approx 0,81$$

→ 19% d'eau ~~soltio~~ salée.

81% d'eau liquide. → choix de  $c_{m, \text{eau, liquide}}$  justifié

4)  $t_2$  pour solidification?

$$\frac{dH}{dt} = -\phi = -hS(T - T_{ext})$$

Solidification:  $\Delta H = -L_{fus} m; T = 0^\circ C$

$$\Rightarrow -L_{fus} m = \int_0^{t_2} -\phi dt \quad \downarrow \phi = -hS(0^\circ C - T_{ext})$$

$$\rightarrow t_2 = -\frac{L_{fus} m_{\text{solidifie}}}{h S (0^\circ C - T_{ext})}$$