Exercice 1

1. Équation d'Alembert (voir cours pour la démonstration)
2. La propagation de l'onde se fait selon l'axe Ox. L'onde serait plane si dans un plan orthogonal à l'axe de propagation, le champ était uniforme. Ce n'est pas le cas. L'onde n'est donc pas plane.

   Par contre la polarisation est bien orthogonale à la propagation. L'onde est transversale pour le champ électrique.
3. On part de l'équation d'Alembert vérifiée par le champ électrique.
   $A^2 = c^2.\omega^2 - k^2$
4. La seule solution afin de vérifier les conditions aux limites est une forme sinusoïdale (on doit donc avoir $A > 0$, la solution est alors de la forme $E(y) = E_0.cos\left(\sqrt{c^2.\omega^2 - k^2}.y + \varphi\right)$

   Les conditions aux limites donnent $\varphi = 0$ et $\sqrt{c^2.\omega^2 - k^2}.\frac{a}{2} = \frac{\pi}{2} + n.\pi$, ce qui correspond bien à :

   $k^2 = \omega^2.c^2 - \frac{(2.n+1)^2.\pi^2}{4.a^2}$ avec $n \in \mathcal{Z}$
5. On a alors $\overrightarrow{E}(M) = E_0.cos\left(\frac{\pi.y}{a}\right).cos\left(\omega t - k.x\right).\overrightarrow{e_z}$

   Attention : l'onde n'est pas plane. On doit donc repartir de $\overrightarrow{rot}\overrightarrow{E} = -\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}$, ce qui donne :

   $$\overrightarrow{B} = \left| \begin{array}{l} \frac{\pi}{a.\omega}.E_0.sin\left(\frac{\pi.y}{a}\right).sin\left(\omega t - k.x\right) \\ -\frac{k}{\omega}.E_0.cos\left(\frac{\pi.y}{a}\right).cos\left(\omega t - k.x\right) \end{array} \right.$$

   On remarque que ce champ n'est pas transversal

Exercice 2

Valeur moyenne du vecteur de Poynting :

$$\langle \Pi \rangle = \frac{1}{2.c}.\frac{E_0^2}{\mu_0} = \frac{\mathcal{P}}{\pi.r^2}$$

Ici, la longueur d'onde n'intervient donc pas dans le calcul!!!
$p = \iint_{\Sigma} \overrightarrow{R}.d\overrightarrow{S} = \frac{c.\epsilon_0.E_0^2}{2}.\pi.r^2$ donc $E_0 = 923\ V.m^{-1}$. Et $B_0 = \frac{E_0}{c}$.