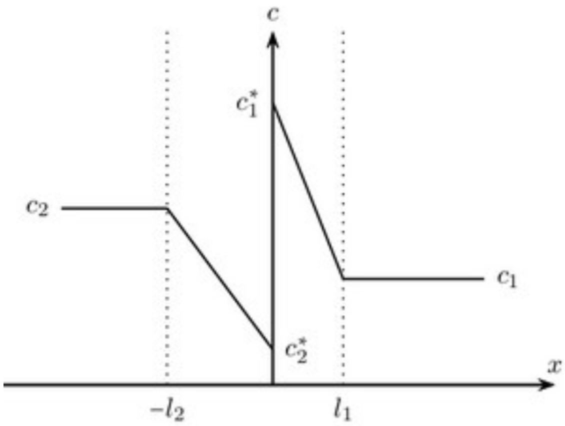
1 Question de cours

Notion de résistance thermique en régime permanent, analogie avec l'électricité. Associations de résistances.

2 Partage de l'iode entre deux solvants

Un bécher de section S contient de l'eau sur une hauteur h_2 et du benzène sur une hauteur h_1 (axe x ascendant). On propose un modèle simplifié de l'étude cinétique du transfert vers le benzène du diiode contenu initialement dans l'eau.



À l'instant t, on assimile la concentration à la courbe représentée ci-dessus. On suppose que la quantité de diiode dans les couches limites (d'épaisseur l_1 et l_2) est négligeable devant celle contenue dans le reste du récipient. On néglige le volume de ces couches limites devant les volumes V_2 de l'eau et V_1 du benzène. Les concentrations c_1, c_2, c_1^* et c_2^* dépendent du temps. Les coefficients de diffusion du diiode dans l'eau et dans le benzène sont notés respectivement D_2 et D_1. À $t = 0$, $c_1(0) = 0$ et $c_2(0) = c_0$. On note $K = \frac{c_1^*}{c_2^*}$

1. Déterminer la relation liant $c_1(t)$ et $c_2(t)$ à chaque instant.
2. On suppose le régime quasi-permanent (la durée caractéristique de variation des concentrations est très grande devant la durée caractéristique de la diffusion). Quelle est l'expression du vecteur densité de courant de matière $\vec{j_2}$ dans l'eau, $\vec{j_1}$ dans le benzène ? Donner deux expressions de la quantité de diiode qui passe par unité de temps de l'eau vers le benzène. Justifier le profil des concentrations ci-dessus.
3. Dans toute la suite, afin d'alléger les notations, on prendra les valeurs particulières $h_2 = 10 \cdot h_1$, $D_2 = D_1$ et $l_2 = 10 \cdot l_1$. On exprimera toutes les quantités en fonction de D_2, h_2 et l_2. On suppose que seul le phénomène de diffusion limite la vitesse de transfert et que l'équilibre chimique est réalisé à chaque instant au niveau de l'interface. Déterminer c_1^* et c_2^* en fonction de $c_2(t)$.
4. Établir l'équation différentielle vérifiée par $c_2(t)$. Définir la constante de temps τ.
5. Déterminer les expressions $\frac{c_{2\infty}}{c_0}$ et $\frac{c_{1\infty}}{c_0}$ en fonction de K. Interpréter.

3 Diffusion dans un semi-conducteur

On considère du silicium uniformément dopé de type "n". On y fait diffuser des atomes de bore correspondant à une conduction de type "p". On note donc $n(x,t) = C$ cte et $p(x,t)$ le nombre de particules par unité de volume de chaque espèce. On considère la diffusion unidimensionnelle selon l'axe Ox, dans le sens croissant.

1. Montrer que $p(x,t) = A \cdot f(u) + B$ avec $f(u) = \int_0^u e^{-y^2}\,dy$ et $u = \frac{a \cdot x}{\sqrt{t}}$, est solution de cette équation.
2. On a les conditions initiales :

$$\forall x < 0 : p(x, t = 0) = 2\,p_0 \quad \text{et} \quad \forall x > 0 : p(x, t = 0) = 0$$

   et aux limites :

$$\forall t : p(x \to -\infty, t) = 2\,p_0 \quad \text{et} \quad \forall t : p(x \to +\infty, t) = 0.$$

   Déterminer les constantes A et B sachant que $\int_0^{+\infty} e^{-y^2}\,dy = \pm\frac{\sqrt{\pi}}{2}$.
3. Tracer le graphe $p(x,t)$ pour un instant quelconque en remarquant une caractéristique de $p(0,t)$.

Correction : https://tinyurl.com/mrxhs7x8 ou https://iridium6626.github.io/fichiers-libres/ Questions ou etc. : thomas.cloarec@ens-paris-saclay.fr