

14.3.3 Corrigé - Flocculation d'une suspension colloïdale

1. Le rayon d'un ion est de l'ordre de celui d'un atome soit $r \sim 1 \times 10^{-10}$ m très petit devant celui des colloïdes.

11/18

14. Régime stationnaire : champ électrostatique

14.3. Oral Banque PT

2. La densité volumique de charge est

$$\rho(r) = +zeN_+ - zeN_- = zeN_0 \left(e^{-zeV/k_B T} - e^{+zeV/k_B T} \right)$$

En exploitant l'hypothèse $|zeV| \ll k_B T$, à l'aide d'un développement limité, il vient

$$\rho(r) = -\frac{2z^2 e^2 N_0}{k_B T} V(r)$$

3. En régime stationnaire, on peut utiliser l'équation de POISSON $\Delta V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$, dont on tire l'équation différentielle

$$\Delta V = \frac{1}{r} \frac{d^2(rV)}{dr^2} = \frac{2z^2 e^2 N_0}{\epsilon_0 k_B T} V$$

Un changement de variable $u = rV$ permet d'écrire $\frac{d^2 u}{dr^2} - \frac{1z^2 e^2 N_0}{\epsilon_0 k_B T} u = 0$ dont la solution est de la forme $u(r) = Ae^{-r/\delta} + Be^{+r/\delta}$ avec

$$\delta = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T}{2z^2 e^2 N_0}}$$

À grande distance de la particule, le potentiel ne peut diverger, et il reste

$$V(r) = \frac{A}{r} e^{-r/\delta}$$

4. En régime stationnaire, $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V$, dont on déduit

$$\vec{E} = \frac{A}{r^2} \left(1 + \frac{r}{\delta} \right) e^{-r/\delta} \vec{e}_r$$

La particule colloïdale a une charge Q , ainsi si on prend une surface de GAUSS de rayon R , centrée sur la particule, le flux du vecteur \vec{E} déterminé précédemment s'écrit $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$. Le calcul du flux donne $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 4\pi R^2 \frac{A}{R^2} \left(1 + \frac{R}{\delta} \right) e^{-R/\delta}$ Montrer que le champ électrique est de la forme $E(r) = \frac{K}{r^2} \left(1 + \frac{r}{\delta} \right) e^{-r/\delta}$. On en déduit

$$A = \frac{Q e^{R/\delta}}{4\pi \epsilon_0 \left(1 + \frac{R}{\delta} \right)}$$

5. Sans ajout d'ions, les particules colloïdales ont un champ électrique à plus longue portée et se repoussent entre-elles limitant la décantation. Avec les ions ajoutées, la décroissance du champ est plus rapide et la décantation facilitée.

