

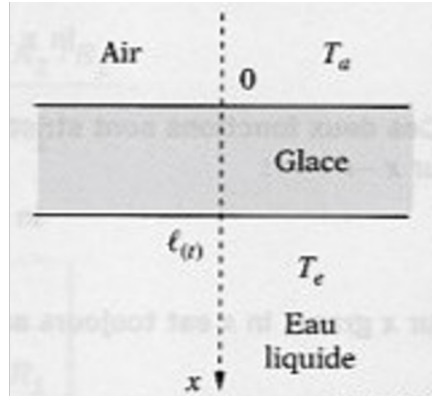
1 Question de cours

Approche descriptive de l'effet de serre : ODG des puissances mises en jeu, calcul de la température de surface de la Terre avec et sans prise en compte de l'atmosphère.

2 Formation de glace sur un lac

L'eau liquide d'un lac est à la température de congélation $T_e = 273$ K, sous 1 atm.

L'air au-dessus du lac est à la température constante $T_a = 263$ K. Libre de glace à l'instant initial $t = 0$, le lac se couvre progressivement d'une couche de glace dont l'épaisseur à l'instant t est notée $\ell_0(t)$.



La glace possède une masse volumique μ , une conductibilité thermique K , une enthalpie massique de fusion L , et une capacité thermique que l'on négligera ($c_p = 0$).

D'autre part, la puissance thermique échangée à l'interface glace-air est donnée, pour une surface S de glace par :

$$\mathcal{P}_h = \alpha(T_0(t) - T_a)S.$$

$T_0(t)$ représente la température de la glace en $x = 0$ à l'instant t : $T_a < T_0(t) < T_e$.

1. Raisonnons dans un premier temps sur le seul système couche de glace, de section unité, et d'épaisseur x fixée (à t fixé). Ce système est un conducteur thermique dont les extrémités sont à des températures distinctes :
 - $T_0(t)$ pour $x = 0$,
 - T_e pour $x = \ell_0(t)$.
 - a) Donner l'équation locale de conservation de l'énergie thermique dans la glace et montrer que la distribution de température $T(x, t)$ est une fonction affine de x . Exprimer cette fonction.
 - b) Donner à l'intérieur de la glace l'expression à l'instant t du vecteur densité de flux thermique i_Q .
2. Considérons entre t et $t + dt$ l'accroissement de l'épaisseur de glace d'une quantité $d\ell(t)$.
 - a) Quelle est l'énergie thermique libérée au niveau de l'interface glace-eau par unité de surface ?
 - b) Cette énergie thermique est évacuée à travers la glace, par conduction, vers la surface air-glace où elle se dissipe dans l'atmosphère.
En exprimant le flux thermique de deux manières (1.b et 2.a), en déduire l'expression du produit $\ell(t)d\ell(t)$.
 - c) En traduisant le continuïté du flux thermique à l'interface air-glace, en déduire la loi $T_0(t)$ en fonction de T_e , T_a , α , $\ell(t)$, K .
 - d) Déterminer l'épaisseur de glace $\ell(t)$ formée à l'instant t , ainsi que $T_0(t) - T_a$.

On notera :

$$\ell_0 = \frac{K}{\alpha} \quad \text{et} \quad \tau = \frac{K\ell\mu}{2\alpha^2(T_e - T_a)}.$$

3. Tracer le graphe donnant $\ell(t)$ en fonction de t .
On exprimera ℓ en cm et t en heures, après avoir calculé ℓ_0 et τ .

Données numériques :

$$\mu = 9 \cdot 10^2 \text{ kg m}^{-3}, \quad K = 20,9 \cdot 10^{-4} \text{ kW m}^{-1} \text{ K}^{-1}, \quad L = 334,4 \text{ kJ kg}^{-1}, \quad \alpha = 4,18 \cdot 10^{-2} \text{ kW m}^{-2} \text{ K}^{-1}.$$