1. Conservation de la mat`ère (le diiode) permet d'écrire entre $t = 0$ et t :

$$c_0.h_2.S = \int_{-h_2}^{0} c_2(z,t).dz.S + \int_{0}^{h_1} c_1(z,t).dz.S$$

Mais en négligeant l'épaisseur des couches limites, on peut considérer les concentrations c_1 et c_2 uinformes, ce qui donne alors

$$c_0.h_2 = c_1(t).h_1 + c_2(t).h_2$$

2. Le régime étant considéré comme permanent, on a $j(x,t) = j(x)$. L'application de la loi de Fick donne

$$j_1 = D_1.\frac{c_1^* - c_1}{l_1} \qquad j_2 = D_2.\frac{c_2 - c_2^*}{l_2}$$

Or à l'interface le flux doit correspondre aussi bien au flux dans l'eau et dans le benzène, par conséquent on a

$$\frac{dn}{dt} = D_1.\frac{c_1^* - c_1}{l_1}.S = D_2.\frac{c_2 - c_2^*}{l_2}.S$$

Les vecteurs densité de flux sont constants, le régime étant permanent dans les couches limites. Il est donc normal que dans ces zones la concentration ait une évolution linéaire avec l'altitude.

3. L'exploitation des données permet d'écrire

$$\begin{cases} 10c_0 = c_1(t) + 10c_2(t) \\ 10\left(c_1^*(t) - c_1(t)\right) = c_2(t) - c_2^*(t) \end{cases}$$

En posant$c_1^* = Kc_2^*$, on obtient alors $c_2^*(t) = \dfrac{100c_0 - 99c_2(t)}{1 + 10K}$

4. On observe entre t et $t + dt$

$$\frac{c_2}{dt} = -\frac{1}{Sh_2}j_2S = \frac{-1}{h_2}D_2\frac{c_2(t) - c_2^*(t)}{l_2}$$

$$\frac{dc_2}{dt} + \frac{10D_2(10+K)}{l_2h_2(1+10K)}c_2(t) = \frac{100D_2}{l_2h_2(1+10K)}c_0$$

On en déduit donc le temps caractéristique $\tau = \dfrac{l_2h_2(1+10K)}{10D_2(10+K)} \equiv 13\ heures\ 37\ minutes$

5. On peut remarquer que $\dfrac{c_{1\infty}}{c_0} = \dfrac{10K}{10+K} = 9{,}8$ et $\dfrac{c_{2\infty}}{c_0} = \dfrac{10}{10+K} = 0{,}02$
La quasi totalité du diiode est donc passée dans le benzène (mais ce phénomène est lent)

Exercice 2: diffusion dans semiconducteur

2. On rappelle que $\dfrac{dg}{du} = .e^{-u^2}$, on peut donc calculer :

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} = -\frac{2.a^2.u}{t}.e^{-u^2} \text{ et } \frac{\partial g}{\partial t} = -\frac{u}{2.t}.e^{-u^2}.$$

$g(u)$ vérifie l'équation de la diffusion pour $\boxed{a = \dfrac{1}{2.\sqrt{D}}}$.

On peut vérifier facilement que $p(x,t) = A.g(u) + B$ vérifie alors l'équation de la diffusion.

3. On utilise les conditions initiales : $\left| \begin{array}{l} \forall x < 0 : p(x, t=0) = 2.p_0 \to u = -\infty \\ \forall x > 0 : p(x, t=0) = 0 \to u = +\infty \end{array} \right.$, soit $\left| \begin{array}{l} 2.p_0 = A.\left(-\frac{\pi}{2}\right) + B \\ 0 = A.\left(+\frac{\pi}{2}\right) + B \end{array} \right.$.

On obtient donc $\boxed{A = \dfrac{-2.p_0}{\sqrt{\pi}} \text{ et } B = p_0}$

On remarque que $p(0,t) = p_0\ \forall t$.