

- Lorsque suffisamment d'électrons sont passés de N à P et des trous de P à N, la ZCE a tendance à masquer et éloigner les charges fixes placées de part et d'autre. Les électrons de la zone N ne sont plus suffisamment attirés par la zone P et vice-versa. L'étendue de la ZCE se stabilise.
- (a) Pour des plans transverses d'égale surface, la ZCE étant neutre, on a

$$\rho_2 b + \rho_1 a = 0$$

- (b) i. La distribution proposée a les propriétés suivantes :

- Symétries : Tout plan perpendiculaire au plan $x = 0$ est un plan de symétrie des charges, or $\vec{E} \in \Pi^+$ et donc $\vec{E}(M) = E(M)\vec{u}_x$.
- Invariances : Toute translation parallèle à l'axe Oy et Oz laisse la distribution de charge invariante et on en déduit

$$\vec{E}(M) = E(x)\vec{u}_x$$

- ii. On remarque que le plan $x = 0$ est un plan de symétrie des charges, ce qui nous permet de choisir une surface de GAUSS cylindrique d'axe Ox , s'appuyant sur un disque placé en x coordonnée de M sur lequel $E(P) = E(M)$ et sur un autre disque placé en $x' = -x$ sur lequel $E(P) = E(M') = -E(M)$. Le théorème de GAUSS permet alors d'écrire : $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$, soit encore $2ES = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$.

On distingue alors trois cas :

- $x > \frac{d}{2}$: alors $Q_{\text{int}} = Sd\rho_0$ et $\vec{E}(x > \frac{d}{2}) = \frac{d\rho_0}{2\varepsilon_0}\vec{u}_x$,
 - $x < -\frac{d}{2}$: alors $\vec{E}(x < -\frac{d}{2}) = -\frac{d\rho_0}{2\varepsilon_0}\vec{u}_x$,
 - $-\frac{d}{2} < x < \frac{d}{2}$: alors $Q_{\text{int}} = 2Sx\rho_0$ et $\vec{E}(-\frac{d}{2} < x < \frac{d}{2}) = \frac{x\rho_0}{\varepsilon_0}\vec{u}_x$.
- (c) En utilisant les résultats de la question précédente, on peut en déduire que le champ électrostatique total est la somme des champs :

$$\vec{E}_1 = \begin{cases} \frac{\rho_1 a}{2\varepsilon_0}\vec{u}_x & \text{si } x > a \\ \frac{\rho_1}{\varepsilon_0}\left(x - \frac{a}{2}\right)\vec{u}_x & \text{si } 0 < x < a \\ -\frac{\rho_1 a}{2\varepsilon_0}\vec{u}_x & \text{si } x < 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \vec{E}_2 = \begin{cases} \frac{\rho_2 b}{2\varepsilon_0}\vec{u}_x & \text{si } x > 0 \\ \frac{\rho_2}{\varepsilon_0}\left(x + \frac{b}{2}\right)\vec{u}_x & \text{si } -b < x < 0 \\ -\frac{\rho_2 b}{2\varepsilon_0}\vec{u}_x & \text{si } x < -b \end{cases}$$

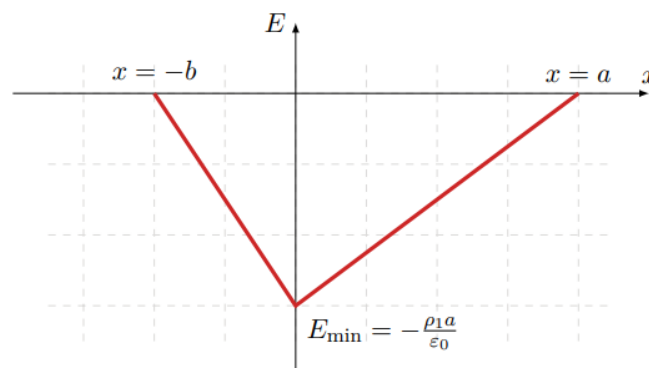
14. Régime stationnaire : champ électrostatique

14.4. Annales

La somme des deux champs donne

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{\rho_1 a}{2\varepsilon_0}\vec{u}_x + \frac{\rho_2 b}{2\varepsilon_0}\vec{u}_x = \vec{0} & \text{si } x > a \\ \frac{\rho_1}{\varepsilon_0}\left(x - \frac{a}{2}\right)\vec{u}_x + \frac{\rho_2 b}{2\varepsilon_0}\vec{u}_x = \frac{\rho_1 a}{\varepsilon_0}\left(\frac{x}{a} - 1\right)\vec{u}_x & \text{si } 0 < x < a \\ -\frac{\rho_1 a}{2\varepsilon_0}\vec{u}_x + \frac{\rho_2}{\varepsilon_0}\left(x + \frac{b}{2}\right)\vec{u}_x = -\frac{\rho_1 a}{\varepsilon_0}\left(\frac{x}{b} + 1\right)\vec{u}_x & \text{si } -b < x < 0 \\ -\frac{\rho_1 a}{2\varepsilon_0}\vec{u}_x - \frac{\rho_2 b}{2\varepsilon_0}\vec{u}_x = \vec{0} & \text{si } x < -b \end{cases}$$

- (d) La courbe demandée est la suivante :



- (e) La présence de ce champ électrique donne naissance à une différence de potentiel entre les zones P et N. Cette différence de potentiel se déduit du champ électrique à travers la relation $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$. Entre les coordonnées $x = -b$ et $x = a$, il vient :

$$V(x) = \begin{cases} \frac{\rho_1 a}{\varepsilon_0} \left(\frac{x^2}{2a} - x \right) + \text{cste}_1 & \text{si } 0 < x < a \\ -\frac{\rho_1 a}{\varepsilon_0} \left(\frac{x^2}{2b} + x \right) + \text{cste}_2 & \text{si } -b < x < 0 \end{cases}$$

La continuité du potentiel en $x = 0$ impose $\text{cste}_1 = \text{cste}_2$, d'où :

$$V(x) = \begin{cases} \frac{\rho_1 a}{\varepsilon_0} \left(\frac{x^2}{2a} - x \right) & \text{si } 0 < x < a \\ -\frac{\rho_1 a}{\varepsilon_0} \left(\frac{x^2}{2b} + x \right) & \text{si } -b < x < 0 \end{cases}$$

La différence de potentiel entre les zones P et N est donc $U' = V_P - V_N = V(x = a) - V(x = -b) = -\frac{\rho_1}{2\varepsilon_0}a - \left(\frac{\rho_1 ab}{2\varepsilon_0} \right) = -\frac{\rho_1 a}{2\varepsilon_0}(a + b)$. C'est cette tension qu'il faut vaincre, et il faut donc appliquer une tension

$$U = \frac{\rho_1 a}{2\varepsilon_0}(a + b)$$

14.1.2 Corrigé - Distributions de charge

1. (a) Les lignes de champ sont les lignes tangentes au champ \vec{E} en tout point de l'espace. Elles sont issues des sources de signe positif et convergent vers les sources de signe négatif. Ainsi les charges 0, 1, 3 et 4 sont positives et la charge 2 est négative.
- (b) Le plan $x = 0$ est un plan de symétrie des sources (on peut remarquer que les lignes de champs du plan restent dans le plan, $\vec{E} \in \Pi^+$).
Le plan $y = 0$ est également un plan de symétrie des sources.
- (c) Il n'existe pas de plan d'anti-symétrie des sources.
2. (a) Pour les mêmes raisons que précédemment, les charges 0 et 2 sont positives, les charges 1 et 3 sont négatives.
- (b) Les plans $x = 0$ et $y = 0$ sont des plans de symétrie des sources.
- (c) Les plans $y = x$ et $y = -x$ sont des plans d'anti-symétrie des sources.