

# 1 Question de cours

ARQS magnétique: définition, validité et conséquences

## 2 Pendule de torsion d'un point de vue thermodynamique

Un pendule de torsion est constitué d'un fil métallique  $\mathcal{F}$  auquel on a suspendu une tige horizontale en son milieu  $O$  (voir figure 2). Ce fil est caractérisé par sa capacité calorifique  $C$ , supposée **constante**, et par sa "constante" de torsion  $K(T)$  qui ne dépend que de la température  $T$ . Lors d'une rotation élémentaire de la tige d'un angle  $d\theta$ , le travail  $dW$  reçu (algébriquement) par  $\mathcal{F}$  est

$$dW = M(T, \theta) d\theta$$

où  $M(T, \theta)$  est le moment du couple de forces imposé à  $\mathcal{F}$  dont l'expression est

$$M(T, \theta) = K(T) \theta$$

Cette dernière équation correspond à l'équation d'état du fil. Lors d'une transformation infinitésimale réversible où la température et l'angle de rotation du fil varient respectivement de  $dT$  et de  $d\theta$ , la quantité de chaleur reçue par le fil s'écrit

$$\delta Q = C dT + b(T, \theta) d\theta$$

où  $b(T, \theta)$  est un coefficient calorimétrique.

1. Exprimer les différentielles respectives  $dU$  et  $dS$  de l'énergie interne  $U$  et de l'entropie  $S$  du fil.
2. En exprimant que ces deux différentielles sont bien des différentielles de fonctions, montrer que

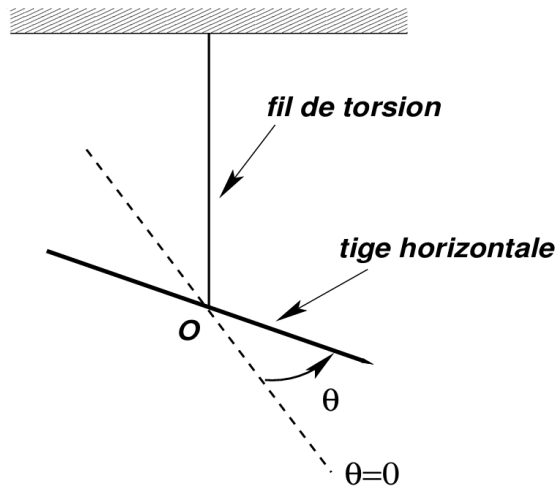
$$b(T, \theta) = -T \theta \frac{dK}{dT}.$$

3. Dans tout ce qui suit, on prendra

$$K(T) = K_0 - \alpha T$$

où  $K_0$  et  $\alpha$  sont deux constantes positives et on admettra que cette expression de  $K(T)$  reste toujours positive pour les températures considérées. Calculer alors  $b(T, \theta)$ .

4. Déterminer les fonctions d'état énergie interne  $U(T, \theta)$  et entropie  $S(T, \theta)$  du fil.
5. (a) Quelle est la relation entre  $M$  et  $\theta$  dans une transformation isotherme du fil ?  
(b) Quelle est la relation entre  $M$  et  $\theta$  dans une transformation isentropique du fil ?
6. On imagine que, par des manipulations qu'il n'est pas nécessaire d'explicitier, le fil subit le cycle de transformations suivantes que l'on supposera toutes réversibles :
  - (a) Le fil est initialement dans un état d'équilibre  $A$  à la température  $T_0$  et à angle de rotation nul ( $\theta_0 = 0$ ). Dans une première transformation  $A \rightarrow B$ , on lui imprime une rotation jusqu'à la valeur  $\theta_1$  de l'angle, tout en le maintenant en contact avec le milieu ambiant à la température  $T_0$  (transformation isotherme).
  - (b) La seconde transformation  $B \rightarrow C$  est une rotation adiabatique jusque l'angle  $\theta_2 > \theta_1$ . La température du fil est alors  $T_1 < T_0$ .
  - (c) La troisième transformation  $C \rightarrow D$  est une rotation isotherme à la température  $T_1$  faisant passer l'angle de rotation de  $\theta_2$  à  $\theta_3$  avec  $\theta_3 < \theta_2$ .
  - (d) Enfin, la quatrième transformation est adiabatique et ramène le fil dans son état initial  $A$ .
7. On veut représenter qualitativement cette suite de transformations dans un plan  $(M, \theta)$ , avec  $M$  en ordonnée et  $\theta$  en abscisse.
  - (a) Montrer que dans ce plan les isothermes sont des droites passant par l'origine ( $M = 0, \theta = 0$ ).
  - (b) Montrer que la courbe isentropique passant par un point de ce plan a une pente positive et plus grande que celle de la courbe isotherme passant par ce même point, sauf à l'origine où les deux pentes sont égales pour une température donnée.
  - (c) En déduire l'allure qualitative du cycle de transformations proposé et donner son sens de parcours.
8. Pour chacune des transformations, déterminer le travail et la chaleur reçus par le fil en précisant leurs signes respectifs.



9. Démontrer la relation

$$\theta_2^2 = \theta_3^2 + \theta_1^2.$$

10. Quel est le travail total  $W$  reçu par le fil lors du cycle ? Quel est son signe ? Compte tenu du résultat de la question 6c), montrer que l'on pouvait prévoir celui-ci.

11. Démontrer que

$$\frac{|W|}{Q_{AB}} = 1 - \frac{T_1}{T_0}.$$

Expliquer pourquoi ce résultat était prévisible.