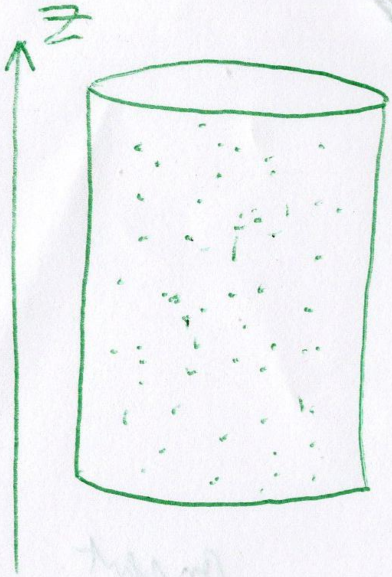
1. Sédimentation

Sédimentation :



1. Bilan des forces :

$\downarrow \vec{g}$ Poids + Archimède + frottement

frottement : $Re = \frac{U r}{\nu}$

On évalue $U \lesssim 1\,\text{cm/s} = 10^{-2}$ m/s

$$\Rightarrow Re \simeq \frac{10^{-2} \cdot 10^{-4}}{10^{-3}} \simeq 1 \ll 10^{3}$$

$\Rightarrow$ Régime de dominance de frottements visqueux

→ BF : $\begin{cases} \vec{A} = V_a(\rho_a - \rho_{eau})\vec{g} = V_a(\rho_{eau} - \rho_a)\, g\, \vec{e_z} \\ \vec{f} = -6\pi \eta_{eau}\, r\, \vec{v} \end{cases}$

2. PFD :

$$m \dot{v}_z = -6\pi \eta_{eau}\, r\, v_z + V_a(\rho_{eau} - \rho_a) g$$

$$\Rightarrow \dot{v}_z + \frac{6\pi \eta_{eau} r}{m} v_z = V_a(\rho_{eau} - \rho_a) g / m$$

→ v_z diminue exponentiellement ou croît jusque $v_{lim} = \frac{m V_a(\rho_{eau} - \rho_a) g}{6\pi \eta_{eau} r}$

$(v(0) = 0)$

3. On vérifie l'hypothèse $U \lesssim 1\,cm/s$:

Si $v(0) = 0$: $U \lesssim v_{lim}$.

$$v_{lim} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_{eau} - \rho_a) g}{6\pi \eta_{eau} r}$$

$$= \frac{2 r^2 (\rho_{eau} - \rho_a) g}{9 \eta_{eau}}$$

$r = 5 \cdot 10^{-5}\ m$
$g = 9{,}81\ m \cdot s^{-2}$
$\rho_{eau} = 10^3\ kg/m^3$
$\rho_a = 1{,}7 \cdot 10^3\ kg/m^3$
$\eta_{eau} = 10^{-3}\ kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$

$$v_{lim} = \frac{5 \cdot 10^{-10} \cdot (-7 \cdot 10^2) \cdot 9{,}81}{9 \cdot 10^{-3}}$$

$\simeq -4 \cdot 10^{-4}\ m/s \lesssim 1\ mm/s \lesssim 1\ cm/s$

$\Rightarrow$ Oui : hypothèse vérifiée.

2. Sphères de Magdebourg

- ✓ On note $\overrightarrow{F_p}$ les forces de pression exercées sur l'hémisphère S_2.
- ✓ Les invariances et symétries permettent de prévoir $\overrightarrow{F_p} = -F_p.\overrightarrow{u_z}$.
- ✓ Pour une surface élémentaire entourant M, la force élémentaire de pression s'écrit :
  $d\overrightarrow{F_p} = -p_0.dS.\overrightarrow{e_r}$ donc $d\overrightarrow{F_p} \cdot \overrightarrow{e_z} = -p_0.dS.sin\theta$
  Par conséquent $d\overrightarrow{F_p} \cdot \overrightarrow{e_z} = -p_0.a^2.sin^2\theta.d\theta.d\varphi$
- ✓ Reste à exprimer l'élément de surface dS.
  - ✘ Une variation $d\theta$ de θ entraine un déplacement sur le cercle de rayon a, donc un arc de distance $a.d\theta$.
    On fera varier θ de 0 à $\frac{\pi}{2}$
  - ✘ Une variation $d\varphi$ de φ entraine un déplacement sur le cercle de rayon $a.sin\theta$, donc un arc de distance $a.sin\theta.d\varphi$
    On fera varier φ de 0 à $2.\pi$

  Par intégration $-F_p = -p_0.a^2.\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin^2\theta.d\theta.\int_0^{2.\pi} d\varphi$
  Or $sin^2\theta = \dfrac{1-cos(2.\theta)}{2}$, ce qui donne :
  $$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-cos(2.\theta)}{2}.d\theta = \left[\frac{\theta - \frac{1}{2}sin(2.\theta)}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$$
- ✓ Au final, on obtient : $F_p = p_0.a^2.\frac{\pi}{4}$
  AN : $F_p = 10^5.10^{-2}.\frac{\pi}{4} \equiv 800\ N$
  Il faudra donc exercer une force correspondant au poids d'une masse de 80 kg afin de détacher les deux hémisphères.