

Общая теория автоматов при сделанных выше допущениях разбивается на две большие части, которым присвоены названия **абстрактной теории автоматов** и **структурной теории автоматов**. Различие между ними заключается в том, что в абстрактной теории не учитываются структура как самого автомата, так и структуры его входных и выходных сигналов. Входные и выходные сигналы рассматриваются при этом просто как буквы двух фиксированных для данного автомата алфавитов: входного и выходного. Не интересуясь способом построения автомата, абстрактная теория изучает лишь те переходы, которые претерпевает автомат под воздействием входных сигналов, и те выходные сигналы, которые он при этом выдает.

В противоположность абстрактной теории, структурная теория автоматов учитывает структуры автомата и его входных и выходных сигналов. В структурной теории изучаются способы построения автоматов из нескольких элементарных автоматов, способы кодирования входных и выходных сигналов элементарными сигналами, передаваемыми по реальным входным и выходным каналам.

Таким образом, **структурная** теория автоматов является **продолжением** и **дальнейшим развитием** **абстрактной** теории. В частности, **задача синтеза** идеализированного (без учета переходных процессов) цифрового автомата естественным образом **подразделяется на этапы абстрактного и структурного синтеза**.

Математической моделью является так называемый **абстрактный автомат**, определенный как 6-компонентный кортеж: $S=(A, Z, W, \delta, \lambda, a_1)$ у которого:

1. $A=\{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ - множество состояний (внутренний алфавит),
2. $Z=\{z_1, z_2, \dots, z_l\}$ - множество входных сигналов (входной алфавит),
3. $W=\{w_1, w_2, \dots, w_g\}$ - множество выходных сигналов (выходной алфавит),
4. $\delta : A \bullet Z \rightarrow A$ - функция переходов, реализующая отображение $D_\delta \subseteq A \bullet Z$ в A . Иными словами функция δ некоторым парам "состояние - входной сигнал" (a_m, z_f) ставит в соответствие состояния автомата $a_s = \delta(a_m, z_f)$, $a_s \in A$,
5. $\lambda : A \bullet Z \rightarrow W$ - функция выходов, реализующая отображение $D_\lambda \subseteq A \bullet Z$ на W . Функция λ некоторым парам "состояние - входной сигнал" (a_m, z_f) ставит в соответствие выходные сигналы автомата $W_g = \lambda(a_m, z_f)$, $W_g \in W$,
6. $a_i \in A$ - начальное состояние автомата.

Под **алфавитом** здесь понимается непустое множество попарно различных символов. **Элементы алфавита** называются **буквами**, а **конечная упорядоченная последовательность букв** - **словом** в данном алфавите.

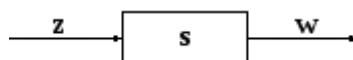


Рис. 5.2. Абстрактный автомат

Абстрактный автомат (рис. 5.2) имеет один вход и один выход. Автомат работает в дискретном времени, принимающем целые неотрицательные значения $t = 0, 1, 2, \dots$. В каждый момент t дискретного времени автомат находится в некотором состоянии $a(t)$ из множества состояний автомата, причем в начальный момент $t = 0$ он всегда находится в начальном состоянии $a(0) = a_1$. В момент t , будучи в состоянии $a(t)$, автомат способен воспринять на входе букву входного алфавита $z(t) \in Z$. В соответствии с функцией выходов он выдаст в тот же момент времени t букву выходного алфавита $W(t) = \lambda(a(t), z(t))$ и в соответствии с функцией переходов перейдет в следующее состояние $a(t+1) = \delta[a(t), z(t)]$, $a(t) \in A$, $w(t) \in W$.

На практике наибольшее распространение получили два класса автоматов - автоматы Мили (Mealy) и Мура (Moore).

Закон функционирования автомата Мили задается уравнениями:

$$a(t+1) = \delta(a(t), z(t)); w(t) = \lambda(a(t), z(t)), \text{ где } t = 0, 1, 2, \dots$$

Закон функционирования автомата Мура задается уравнениями:

$$a(t+1) = \delta(a(t), z(t)); w(t) = \lambda(a(t)), \text{ где } t = 0, 1, 2, \dots$$

Из сравнения законов функционирования видно, что, в отличие от автомата Мили, выходной сигнал в автомате Мура зависит только от текущего состояния автомата и в явном виде не зависит от входного сигнала. Для полного задания автомата Мили или Мура дополнительно к законам функционирования, необходимо указать начальное состояние и определить внутренний, входной и выходной алфавиты.

Кроме автоматов Мили и Мура иногда оказывается удобным пользоваться совмещенной моделью автомата, так называемым С- автоматом.

Под абстрактным С- автоматом будем понимать математическую модель дискретного устройства, определяемую восьмикомпонентным вектором

$S = (A, Z, W, U, \delta, \lambda_1, \lambda_2, a_1)$, у которого:

1. $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ - множество состояний;
2. $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_i\}$ - входной алфавит;
3. $W = \{w_1, w_2, \dots, w_g\}$ - выходной алфавит типа 1;
4. $U = \{u_1, u_2, \dots, u_h\}$ - выходной алфавит типа 2;
5. $\delta : A \bullet Z \rightarrow A$ - функция переходов, реализующая отображение $D_\delta \subseteq A \bullet Z$ в A ;

6. $\lambda_1 : A \bullet Z \rightarrow W$ - функция выходов, реализующая отображение $D_{\lambda_1} \subseteq A \bullet Z$ в W ;

7. $\lambda_2 : A \rightarrow U$ - функция выходов, реализующая отображение $D_{\lambda_2} \subseteq A$ в U ;

8. $a_1 \in A$ - начальное состояние автомата.

Абстрактный С-автомат можно представить в виде устройства с одним входом, на который поступают сигналы из входного алфавита Z , и двумя выходами, на которых появляются сигналы из алфавитов W и U . Отличие С-автомата от моделей Мили и Мура состоит в том, что он одновременно реализует две функции выходов λ_1 и λ_2 , каждая из которых характерна для этих моделей в отдельности. Закон функционирования С-автомата можно описать следующими уравнениями: $a(t+1) = \delta(a(t), z(t))$; $w(t) = \lambda_1(a(t), z(t))$; $u(t) = \lambda_2(a(t))$, где $t = 0, 1, 2, \dots$

Выходной сигнал $U_h = \lambda_2(a_m)$ выдается все время, пока автомат находится в состоянии a_m . Выходной сигнал $W_g = \lambda_1(a_m, z_f)$ выдается во время действия входного сигнала Z_f при нахождении автомата в состоянии a_m .

Рассмотренные выше абстрактные автоматы можно разделить на:

1. полностью определенные и частичные;
2. детерминированные и вероятностные.

Полностью определенным называется абстрактный цифровой автомат, у которого функция переходов и функция выходов определены для всех пар (a_i, z_j) .

Частичным называется абстрактный автомат, у которого функция переходов или функция выходов, или обе эти функции определены не для всех пар (a_i, z_j) .

К **детерминированным** относятся автоматы, у которых выполнено условие однозначности переходов: автомат, находящийся в некотором состоянии a_i , под действием любого входного сигнала z_j не может перейти более, чем в одно состояние.

В противном случае это будет **вероятностный автомат**, в котором при заданном состоянии a_i и заданном входном сигнале z_j возможен переход с заданной вероятностью в различные состояния.

Абстрактный автомат называется **конечным**, если конечны множества $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$, $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_f\}$, $W = \{w_1, w_2, \dots, w_g\}$. Автомат носит название **уницального**, если в нем выделено начальное состояние a_1 .

Вслед за этапом абстрактного синтеза автоматов следует **этап структурного синтеза**, целью которого является построение схемы, реализующей автомат из элементов заданного типа. Если абстрактный автомат был лишь математической моделью, проектируемого устройства, то в структурном автомате учитывается структура входных и выходных сигналов автомата, а также его внутренне устройство на уровне логических

схем. Основной задачей структурной теории автоматов является разработка общих методов построения структурных схем автоматов.

В отличие от абстрактного автомата, имеющего один вход и один выход (рис. 5.3.а), на которые поступают сигналы во входном и выходят в выходном $W=\{W_1, \dots, W_G\}$ алфавитах, структурный автомат (рис. 5.3.б) имеет L входных каналов x_1, x_2, \dots, x_L и N выходных y_1, y_2, \dots, y_N на каждом из которых присутствует сигнал структурного алфавита.

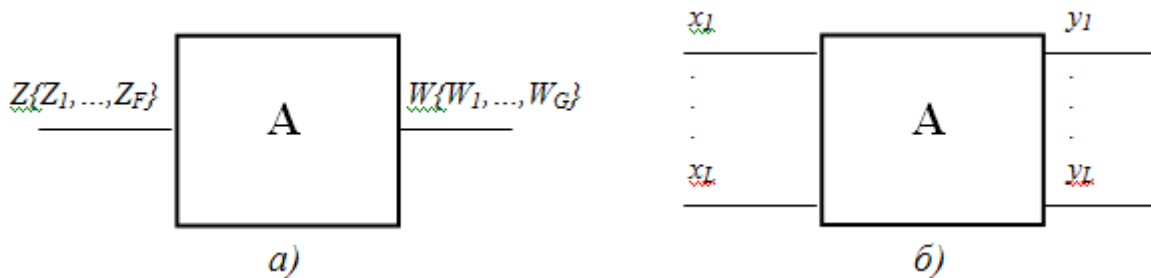


Рис.5.3. Абстрактный (а) и структурный (б) автоматы

Обычно в качестве структурного используется двоичный алфавит. В этом случае каждому входному сигналу Z_F абстрактного автомата соответствует некоторый двоичный вектор $(l_{f1}, l_{f2}, \dots, l_{fL})$, где $l_{fL} \in \{0, 1\}$.

Очевидно, что для представления (кодирования) входных сигналов Z_1, \dots, Z_F абстрактного автомата различными двоичными векторами должно быть выполнено условие $L \geq \lceil \log_2 F \rceil$, аналогично $N \geq \lceil \log_2 G \rceil$. Например, $Z=\{Z_1, Z_2, Z_3, Z_4\}$ и $W=\{W_1, W_2, W_3\}$, тогда $L \geq \log_2 4=2$ и $N \geq \log_2 3=2$

Закодировать входные и выходные сигналы можно, например, так: $Z_1 = 00$, $Z_2 = 01$, $Z_3 = 10$, $Z_4 = 11$, $W_1 = 00$, $W_2 = 01$ и $W_3 = 11$.