

1. Система №10

$$(1 + a * p)x = (1 + b * p^2) * y$$

2. Вычислим передаточную функцию системы

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{1 + a * p}{1 + b * p^2}$$

$$W(s) = \frac{1 + a * s}{1 + b * s^2}$$

3. Рассчитаем АЧХ и ФЧХ системы

$$A(\omega) = |W(i\omega)|$$

$$W(i\omega) = \frac{1 + a * i\omega}{1 - b * \omega^2} = U + i * V, \text{ где } U = \frac{1}{1 - b * \omega^2}, V = \frac{a * \omega}{1 - b * \omega^2}$$

$$A(\omega) = \sqrt{U^2 + V^2} = \frac{\sqrt{1 + a^2 * \omega^2}}{1 - b * \omega^2}$$

$$\Phi(\omega) = \arg(W(i\omega))$$

$$\operatorname{tg} \Phi = \frac{V}{U} = \frac{a\omega}{1 - b * \omega^2} * (1 - b * \omega^2) = a\omega$$

$$\Phi(\omega) = \operatorname{arctg}(a\omega)$$

4. Примем a = 5, b = -3

5. Амплитуда выходного сигнала меняется также, как и амплитуда входного сигнала. Фаза не мется.

6. Фаза и амплитуда выходного сигнала изменились. Фаза выходного изменилась также, как и фаза входного

7. Совпали

9. Рассчитаем переходную функцию системы

$$s_1 = \frac{i}{\sqrt{b}}, s_2 = -\frac{i}{\sqrt{b}} \quad - \text{ полюсы передаточной функции кратности 1}$$

$$b < 0 \implies \sqrt{b} = i * \sqrt{|b|}$$

$$\operatorname{Res}_1(\dots) = \lim_{s \rightarrow \frac{i}{\sqrt{b}}} \frac{e^{st}(s - \frac{i}{\sqrt{b}})(1 + a * s)}{b(s + \frac{i}{\sqrt{b}})(s - \frac{i}{\sqrt{b}})s} = -\frac{(1 + a\frac{i}{\sqrt{b}})e^{-\frac{it}{\sqrt{b}}}}{2} = -\frac{(1 + \frac{a}{\sqrt{|b|}})e^{\frac{t}{\sqrt{|b|}}}}{2}$$

$$Res_2(\dots) = \lim_{s \rightarrow -\frac{i}{\sqrt{b}}} \frac{e^{st}(s + \frac{i}{\sqrt{b}})(1 + a * s)}{b(s + \frac{i}{\sqrt{b}})(s - \frac{i}{\sqrt{b}})s} = -\frac{(1 - a\frac{i}{\sqrt{b}})e^{-\frac{it}{\sqrt{b}}}}{2} = -\frac{(1 - \frac{a}{\sqrt{|b|}})e^{-\frac{t}{\sqrt{|b|}}}}{2}$$

$$h(t) = c + Res_1 + Res_2 = c - \frac{(1 + \frac{a}{\sqrt{|b|}})e^{\frac{t}{\sqrt{|b|}}}}{2} - \frac{(1 - \frac{a}{\sqrt{|b|}})e^{-\frac{t}{\sqrt{|b|}}}}{2}$$

Начальные условия

$$h(0) = c - \frac{(1 + \frac{a}{\sqrt{|b|}})}{2} - \frac{(1 - \frac{a}{\sqrt{|b|}})}{2} = c - 1 = 0 \implies c = 1$$

$$h(t) = 1 - \frac{(1 + \frac{a}{\sqrt{|b|}})e^{\frac{t}{\sqrt{|b|}}}}{2} - \frac{(1 - \frac{a}{\sqrt{|b|}})e^{-\frac{t}{\sqrt{|b|}}}}{2}$$

10. Реакция на ступенчатое воздействие совпала с переходной функцией сигнал