③ 1) $2^x = 256$

$\log_2 256 = x$

$x = 8$

Ответ: 8

2) $2^x = 300$

$\log_2 300 = x$

$\log_2(10^2 \cdot 3) = \log_2 10^2 + \log_2 3 = \log_2 (2\cdot 5)^2 + \log_2 3 = 2\cdot\log_2 2 + 2\cdot\log_2 5 + \log_2 3 = 2 + 2\log_2 5 + \log_2 3$

Ответ: $2 + 2\log_2 5 + \log_2 3$

3) $\log_8 2^{8x-4} = 4$

$(8x-4)\cdot\log_8 2 = \log_8 4096$

$8x - 4 = \frac{\log_8 4096}{\log_8 2} = \log_2 4096 = 12$

$8x = 16$

$x = 2$

Ответ: 2

4) $3^{\log_9(5x-5)} = 5$

$\log_9 3^{\log_9(5x-5)} = \log_9 5$

$\log_9(5x-5)\cdot\log_9 3 = \log_9 5$

$\log_9(5x-5)\cdot\frac{1}{2}\log_3 3 = \log_9 5$

$\log_9(5x-5) = 2\cdot\log_9 5$

$\log_9(5x-5) = \log_9 5^2$

$5x - 5 = 5^2$

$5x = 30$

$x = 6$

Ответ: 6

5) $x^{\log_3 x + 1} = 9$ ОДЗ: $x > 0$, $x \neq 1$

$\log_3 x^{\log_3 x + 1} = \log_3 9$

$(\log_3 x + 1)\cdot\log_3 x = 2$

Пусть $\log_3 x = t$, тогда:

$(t+1)\cdot t = 2$

$t^2 + t - 2 = 0$

$D = 8^2 - 4ac = 1^2 - 4\cdot 1\cdot(-2) = 1 + 8 = 9$

$t_1 = \frac{-8 + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1+3}{2} = 1$

$t_2 = \frac{-8 - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1-3}{2} = -2$

$\log_3 x_1 = 1$, $x = 3$

$\log_3 x_2 = -2$, $x = 3^{-2} = \frac{1}{9}$

Ответ: $\frac{1}{9}$; 3.

④ 6) $\log_4 16 = 2$

7) $\log_5 \frac{1}{25} = \log_5 \frac{1}{5^2} = \log_5 5^{-2} = -2$

8) $\log_{25} 5 = \log_{5^2} 5 = \frac{1}{2}$

9) $\log_3 \sqrt{27} = \log_3 27^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\cdot\log_3 27 = \frac{1}{2}\cdot 3 = \frac{3}{2}$

10) $\log_2 12 - \log_2 3 = \log_2 \frac{12}{3} = \log_2 4 = 2$

11) $\log_6 12 + \log_6 3 = \log_6(12\cdot 3) = \log_6 36 = 2$

12) $e^{\ln 5} = 5^{\log_e e} = 5$

13) $\frac{\log_2 225}{\log_2 15} = \log_{15} 225 = 2$