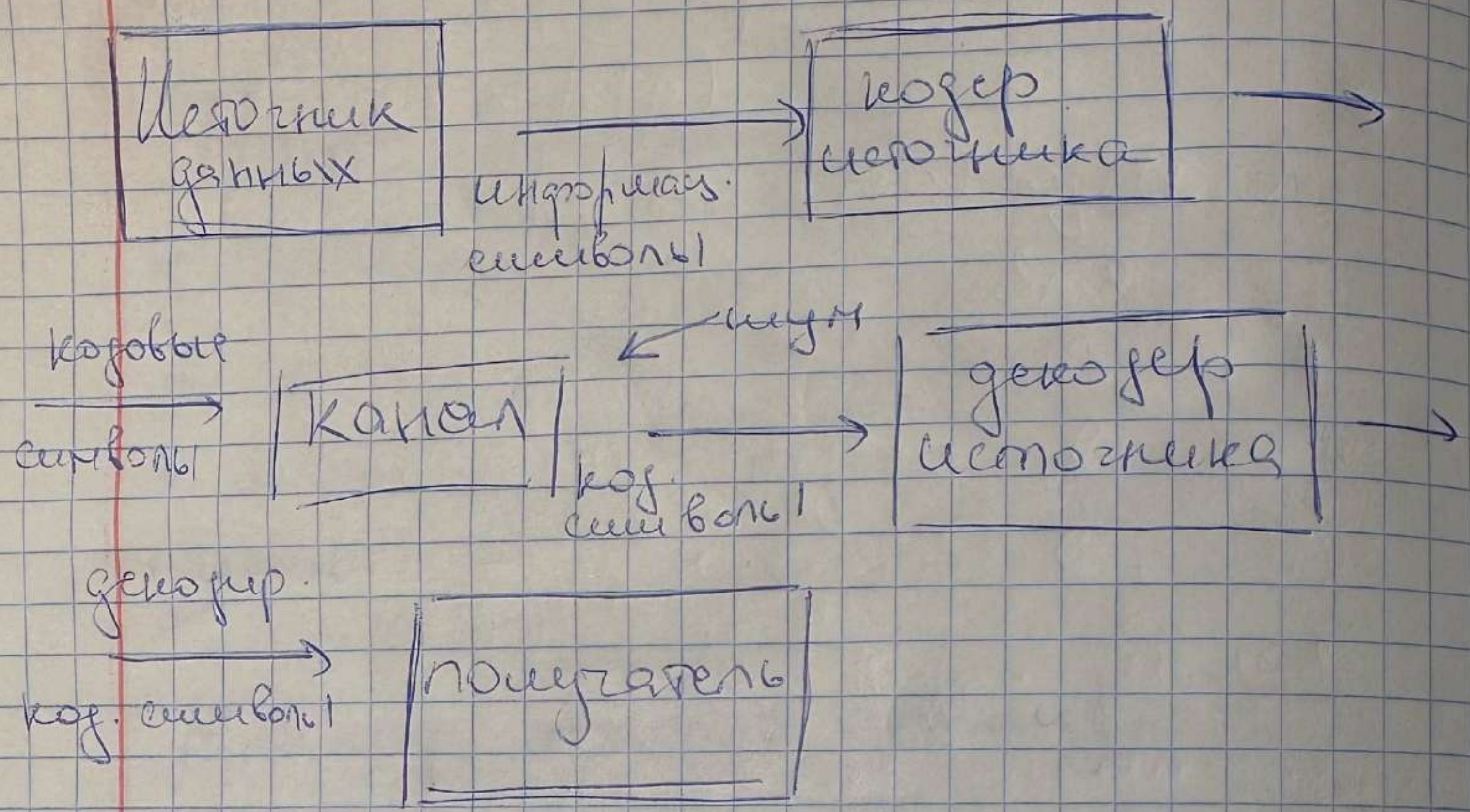
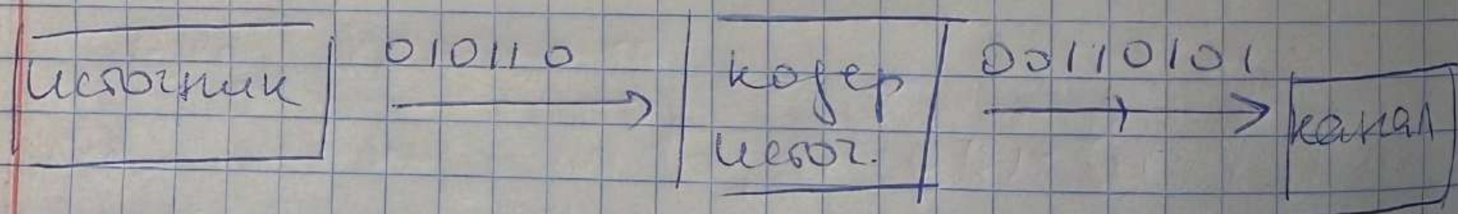
Упрощённая модель цифровой системы связи

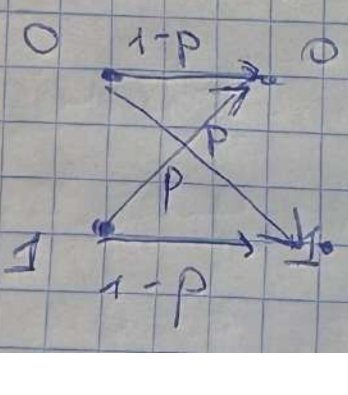


Дискретные последоват.

$GF(2) = \{0, 1\}$



Двоичный симметр. канал



p - переход вероят.

$p = 10^{-3}$

$\xrightarrow{t}$

Источник 0011 → Кодер 000 000 111 111

$0 \to 000$

$1 \to 111$

информ. кодовые

кодирование

ДСК $p = 10^{-3}$

$0 \to 1$, $1 \to 0$

$P_e = p$

$0 \to 0$

$1 \to 1$

1	000
2	001
3	010
4	100
5	110
6	101
7	011
8	111

000

$3 \cdot p^2 (1-p) + p^3 \sim 10^{-6}$

1 ошибка

ДСК 10^{-3}

1 ошибка

II
1. $00 \to 00000$
2. $01 \to 10110$
3. $10 \to 01011$
4. $11 \to 11101$

$R = \frac{2}{5}$

10000

01011

$0 \to 0$

$1 \to 1$

$R = 1$

I

$0 \to 000$

$\underbrace{1}_{k} \to \underbrace{111}_{n}$

$R = \frac{1}{3}$

$R = \frac{k}{n}$ – скорость кода

Теория информ.

кодир. источника

канал. кодир.

1848 Клод Шеннон

Для двоич. симметрич. канала в
переход. вероят. p

$$C = 1 - h(p)$$

$$h(x) = -x \cdot \log_2(x) - (1-x)\log_2(1-x)$$

энтропия двоич. ансамбля

При скорости передачи R меньше величины пропуск. способ. C, может быть обеспеч. сколь угодно малая вероят. ошибки декодир. за счет увелич. длины использ. кодов. Если $R > C$ надеж. передача невозможн.

Вес Хемминга

Если x - код. слово, то $w(x)$ - вес Хемминга и опред. как число ненул. эл в x.
В двоич. - "1"

Расстояние Хемминга меж. 2-мя код. словами x и y $\rightarrow$ $d(x, y)$
кол-во эл слова, кот. отл. друг от друга

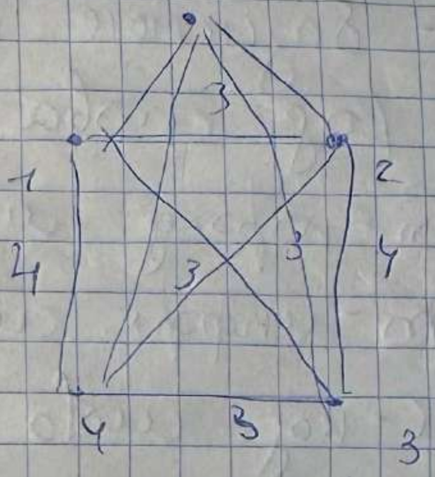
$d(x,y) = \omega(x+y)$ (побитово $\bmod 2$)

$d(x,0) = \omega(x)$

$y \backslash x$	1	2	3	4
1	0	3	3	4
2	3	0	4	3
3	3	4	0	3
4	4	3	3	0

$d(x,y)$

$d_{min} = 3$



d_{min} (мин. расст. кода) $= \min\limits_{x \neq y} d(x,y)$

Предпол., код исправл. ошибки кратн. t

$$t \le \left[\frac{d_{min} - 1}{2} \right]$$

$[x]$ – наиб. цел не прев. x.

Линейн. код – код, в кот. сумма 2 люб. код. слов тоже явл. кодовым словом.

C – множ. код. слов

$\forall\, x, y \in C : (x+y) \in C$

$d(x,y) = \omega(x+y) = \omega(z) = \omega(z+0) = d(z,0)$

$$d_{min} = \min_{x,y \in C} d(x,y) = \min_{z \in C} \omega(z)$$

Лин. q-ич. код (n,k) C – люб. k-мер подпрост. прост F_q^n всевозможн векторов длины n.

Порожд. матрица (n, k)-кода - матрица k×n, где строки - базисные вектора

Код. слова - лин. комб. базис. вектора

G - порожд. матр

m - информ. слово

c - код. слово

$$c = m \cdot G$$

$h = (h_1, h_2, \ldots, h_n)$ все код. слова удовл

$$(\bar{c}, \bar{h}) = c_1 h_1 + \ldots + c_n \cdot h_n$$