

# Cobb—Douglas 生产函数模型的数学机理 与原型的行为机理分析

罗声求 陈 赫

**【提 要】** 本文讨论了C—D生产函数在我国应用时成功、失败、甚至个别错误使用的案例。首先,对几种数学构造反映出选用者不同的主观心态进行了比较研究;然后,结合作者在课题中遇到的实际问题,提出了在利用模型进行数学机理分析时,决不能违背对象系统原型的行为机理的客观性;继而,发现了劳力投入L与资金投入K不同的匹配格局是影响系统行为的结构上主要的客观原因,由于L与K匹配的不同,用弹性 $\alpha, \beta$ 和规模报酬率 $\alpha + \beta$ 作为增加投入,扩大生产规模是否有利的判据的不充分性;最后,结合我国的实际情况提出了使用C—D函数时的注意事项和改进意见,并将其应用作了适合国情的拓广。

**【关键词】** 数学机理,行为机理,匹配,拉伸弹性,压缩弹性

## 1 引 言

文献[1]指出,“科学技术进步在生产力的诸要素的一切方面都起着强大的促进作用,成为社会生产向前发展的强大动力”,因此,“如何来定量测度科技进步对经济增长的作用”,成了技术革命对当代经济学提出的“重大挑战”。文献[1]的作者作运用Cobb—Douglas生产函数(以下简称C—D函数)作载体,就上述问题在理论探讨、建立数学模型和实证研究等方面做了大量有益的工作,取

得了可喜的进展,将各种投入要素对产出的贡献份额作了合理的分解,为定量测度科技进步对经济增长的作用提供了数学够得着的,可操作性强的分解技术。

然而,另外一些研究者却遇到了一些困难。如文献[9]所载,主要表现在回归分析的结果与实际情况有明显的较大差距,特别是对 $\alpha$ (劳力的产出弹性)和 $\beta$ (资金的产出弹性)的处理上,可能出现一些悖理。本文作者在对某一行业环境污染治理的分析中,为了分离科技进步对治理绩效的贡献,也遇到了类似的情况<sup>[4-6]</sup>。

收稿日期:1995—03—10。罗声求:中南工业大学化学系副教授;陈赫:该校应用系统分析研究所所长,教授。410083

## 2 选择不同数学构造的 C—D 生产函数描述现实系统时的主观愿望与客观效果

C—D 生产函数的一般构造型式如下：

$$Y = \mathcal{A}_{(t)} L^\alpha K^\beta, \quad (\text{不强制 } \alpha + \beta = 1) \quad (1)$$

其中,  $L, K$  分别为劳力投入和资金投入,  $\alpha, \beta$  分别为劳力投入的产出弹性和资金投入的产出弹性,  $Y$  为产出,  $\mathcal{A}_{(t)}$  为与技术进步有关的一个时变参量。一般地说, 若  $\mathcal{A}_{(t)} = A$  为常数, 则可反映对象系统在某种定义下的技术水平; 而当它随时间变化时, 则正好用来反映技术变化: 当  $\mathcal{A}_{(t)}$  为时间的增函数时, 表示技术进步, 为时间的减函数时, 则表示技术退步, 当其在某一时段变化率为零时, 则表示在此时段内技术进步为 0。

在我们引用的文献中, C—D 函数采用了下列几种数学构造, 看起来大同小异, 但在实质上它们反映了使用者企图把“技术进步”因素归并到哪个参数之中的心理状态, 当然, 同时也包含着力求在数学处理上能得到一些方便的追求。

2—1 取  $\mathcal{A}_{(t)} = A$  为常数, 不强制  $\alpha + \beta = 1$ , 则模型的数学构造变为如下形式。

$$Y = AL^\alpha K^\beta, \quad (\text{不强制 } \alpha + \beta = 1) \quad (2)$$

在这里, 从  $A$  看不出技术进步的痕迹, 而只反映了在采集时间序列样本的时间区间内, 对象系统在某种意义下的平均技术水平。文献[3]称  $A$  为“效率系数”; 而[7]则认为它“表示厂商的技术水平”。至于技术进步的痕迹则只能到“规模报酬率” $\alpha + \beta$  中寻找。持这种心态的人认为:

若  $\alpha + \beta > 1$ , 则目前的技术水平是靠技术进步而来, 而且, 再发展投入的规模时, 仍能保持技术进步的势头。

若  $\alpha + \beta < 1$ , 则结论与前述相反; 若  $\alpha + \beta = 1$ ; 则表示技术相对稳定在某一水平

上。

以上分析, 显然是符合数学机理的。

2—2 取  $\mathcal{A}_{(t)} = Ae^{rt}$ , 加上  $\alpha + \beta = 1$  的约束, 则回归结果为

$$Y = Ae^{rt} L^\alpha K^{1-\alpha} \quad (3)$$

在这里,  $A$  的含义如前, 而技术进步由  $r$  来表述:  $r > 0$  表示技术进步,  $r < 0$  则表示退步,  $r = 0$  则表示系统维持相对稳定的技术水平。

2—3 也有取  $\mathcal{A}_{(t)} = A(1 + \lambda)^t$  的<sup>[9]</sup>, 约束如上, 则回归结果为

$$Y = A(1 + \lambda)^t L^\alpha K^{1-\alpha} \quad (4)$$

在这里, 技术进步的痕迹类似于(3)中之  $r$ , 由  $\lambda$  表述, 它表示在  $L, K$  两种要素投入不变时, 由技术进步带给产出  $Y$  的年递增率。

2—4 文献[1]认为, “技术进步主要应体现在投入要素中, 而不是如上所述的使产出随着时间的推移‘自然而然’地增长”, 因此, 提出了一种新的模型, 不妨命名为全要素投入模型

$$Y = A(L^\alpha K^{1-\alpha})^{1+\rho} \quad (5)$$

将(5)改写成下式

$$Y = A(L^\alpha K^{1-\alpha})(L^\alpha K^{1-\alpha})^\rho \quad (6)$$

就可以洞察到模型设计者的良苦用心——产出  $Y$  是在技术水平  $A$  的基础上, 由全要素投入规模报酬率不变的部份  $(L^\alpha K^{1-\alpha})$  和蕴藏在全要素投入结构中的技术进步因素  $(L^\alpha K^{1-\alpha})^\rho$  以乘性结合模式所共同创造的。

再将(5)式写成如下形式

$$Y = AL^{\alpha(1+\rho)} K^{(1-\alpha)(1+\rho)} \quad (7)$$

将(7)与(2)比较, 可得

$$\begin{cases} \alpha'(1+\rho) = \alpha & (7-1) \\ (1-\alpha')(1+\rho) = \beta & (7-2) \end{cases}$$

$$(1-\alpha')(1+\rho) = \beta \quad (7-2)$$

联立解之可得

$$\begin{cases} \alpha' = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} & (7-3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 - \alpha' = \frac{\beta}{\alpha + \beta} & (7-4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} P = \alpha + \beta - 1 & (7-5) \end{cases}$$

其中,  $P$  被命名为技术进步指数。

与[1]的作者一样,我们也偏爱模型(5),但我们不认为建造和使用(3)和(4)的人是“认为产出随着时间的推移‘自然而然’地增长”,因为,它们也不过是对技术进步进行描述的一种手段而已。

## 2-5 一种不妥的数学处理

文献[9]的作者们在对一个特定的对象地区进行技术进步测度研究时,发现 $\alpha + \beta$ 大大地超过了1,其中 $\alpha = 3.33, \beta = 0.95$ !于是,对它们作了归一化处理,即令

$$\begin{cases} \alpha' = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} & (8-1) \\ \beta' = \frac{\beta}{\alpha + \beta} & (8-2) \end{cases}$$

靠这种强制的办法使得 $\alpha' + \beta' = 1$ ,并以它们分别取代原模型中的 $\alpha$ 和 $\beta$ 。

这样做从形式上看似乎与模型(5)按式(7-3)、(7-4)对 $\alpha$ 和 $\beta$ 进行归一化处理有些相像,但在实质上却丢掉了 $\alpha + \beta - 1 = p$ 这一部分!在这里技术进步( $p > 0$ )或技术退步( $p < 0$ 时)不见了!同时也就回避了对所考察的那个经济不算发达,技术谈不上先进的地区,何以规模报酬率递增如此之高的难题,要知道,他们回归的结果 $\alpha + \beta = 3.33 + 0.95 = 4.28$ !这样的处理,即便单纯从数学上看也是站不住脚的,数学机理分析也就无从谈起。

## 2-6 把思路掉一个头

倘若在未加 $\alpha + \beta = 1$ 的约束,以(2)式通过回归“自然而然”地得到了 $\alpha + \beta = 1$ 的结果,那(2)就“自然而然”地变成了

$$Y = AL^{\alpha}K^{1-\alpha} \quad (2)'$$

这里,只能看到“技术水平” $A$ ,而看不到“技术进步”的痕迹。难道在统计的时间区间内,对象系统真的“技术停滞不前”了吗?通过文献[7],我们找到了一个实例,这就是Cobb和Douglas二人在本世纪三十年代初建造以他们的名字命名的C—D生产函数时的历史事实——他们研究1899年到1922年美国劳

力和资本两种生产要素对产量的影响时,在模型

$$Y = AL^{\alpha}K^{1-\alpha}$$

中,通过回归得到 $\alpha = 3/4, \beta = 1/4 = 1 - \alpha$ 。

我们手头没有他们当年进行回归分析的原始数据和数学操作,因而不敢贸然认定此处 $\alpha + \beta = 1$ 是“自然而然”的结果,还是加了强制性的约束所致。幸好,[7]中有一段分析可以帮助我们澄上述猜疑:“这一公式表明,在总产量中,工资(创造)的相对份额是 $\alpha$ ,资本收益的相对份额是 $1 - \alpha$ (即 $\beta$ ),——两个小括弧是引用者加的——根据美国统计资料,二十世纪以来, $\alpha = 3/4, 1 - \alpha = 1/4$ ,这说明每增加劳动百分之一所引起的产量增长,将三倍于每增加资本百分之一所引起的产量增长。这一结论被认为与美国工资收入与资本收入之比(3:1)大体相符。”

这一段话使我们有理由认为,在这里 $\alpha + \beta = 1$ 是回归时“自然而然”形成的。那么,从1899年到1922长达23年之久,美国的技术进步在模型中体现在何处呢?用模型中的哪一个参数来描述呢?在此, $P = \alpha + \beta - 1 = 0$ ,难道这23年中美国的技术真的没有进步吗?

综上所述:

①经济学家和数学家都希望能用数学的方法来定量地测度科技进步对经济增长的作用。

②不同数学构造的C—D函数只不过反映了不同的建模者和使用者希望把描述技术进步的标记置于模型的什么部位(结构)、以什么模式插入(乘性、加性、递增式、指数式等)和用什么作载体去进行定量描述(参数)而已。

③用不同的C—D函数数学构造去描述同一个对象系统时,其结果在数量上会有差异<sup>[1]</sup>。

④为了保证对技术进步定量测度的可比

性,对不同的对象系统、或对同一对象系统不同的时间区间,进行技术进步测度时,必须使用同一数学构造的 C—D 模型。

⑤任何一种数学构造的 C—D 模型在实际应用时,都可能出现与对象系统的实际情况相去甚远的结果。因此,要深入研究产生这种现象的原因,或者科学地界定某一种数学构造 C—D 模型使用的合理范围。

### 3 模型的数学机理与原型的行为机理分析

前面列举的模型在使用中都不乏成功的案例,但有时也出现一些与现实系统的实际情况相悖的现象。原因何在?我们认为,除了文献[9]中的归一化处理缺乏科学严谨性之外,对其它情况,既不能迷信模型,也不应责怪模型,而应该从使用是否得当来着眼分析。

#### 3-1 重申 C—D 生产函数建模的前提条件

让我们回顾一下西方微观经济学在定义生产函数时的一个极强的假设,即在任何要素投入组合下,产出应取可能达到的最大值<sup>[3]</sup>;另外,还要求市场处于“完全竞争”的状态<sup>[1]</sup>。而一个现实的对象系统要充分满足这些条件是不可能的。只有那些与这些条件较为贴近的系统,使用这些模型时才会感到比较和顺;反之,则难免出现悖理。再说,九十年代将以三十年代观念分析美国 19 世纪末、20 世纪初的经济现象较为成功的数学模型,直接“拿来”分析中国 50 年代至 80 年代的经济行为,而不从民族的文化背景、经济的历史沿革、技术的发展变迁、社会的制度差异等方面加以修正和/或改造,要想获得当年 Cobb 和 Douglas 那样的成功,恐怕也是不太可能的。

以上大概就是平常所说的“模型出了问题”的客观原因。

#### 3-2 谨防模型的数学机理掩盖了原型的行为机理

模型一经建立,就给我们展现了一个十分优美的数学形式。在借助模型进行系统分析时,一方面可以帮助我们开发出许多凭直观和直觉无法找到的珍贵信息;但同时也有可能因迷恋于数学推导而超出了模型的合理范围。所以,文献[1]的作者告诫读者“不要沉浸在数学公式的海洋中”,文献[9]虽然也要求自己“不要停留在对模型的数学机理的探讨上”,但其目的只是为了把表述“数学机理”的数学语言“翻译”成不大懂得数学的某些“管理干部听得懂的经济语言”。而他们的“模型出了问题”,除了上述的客观原因外,几乎无一不是因为热衷于模型的数学机理分析而掩盖了原型——对象系统的行为机理所造成的。

#### 3-3 数学机理分析失理之举例

例 1 有人这样分析说:“当模型  $Y = AL^\alpha L^\beta$  一理建立,  $A$ 、 $\alpha$ 、 $\beta$  等参数一经确定,则  $L$  与  $K$  将可能有无穷多种数值的组合而得出相同数值的  $Y$ ”。

从数学机理看,这种分析是成立的;然而,任何一个现实的生产系统却未必能发生服从这种数学机理的全部行为。

例 2 假设有一个劳动密集程度特别高的生产系统,其资金  $K$  的投入与劳力  $L$  的投入相比,几乎微不足道,当然,  $K$  对  $Y$  的贡献也就微乎其微了。但若硬要用  $Y = AL^\alpha K^\beta$  去进行回归,则这种数学结构包含的数学机理,必定会将  $\beta$  夸大到不合理——系统行为机理——的程度。

### 4 关于 $L$ 与 $K$ 的匹配问题及其行为机理

由上分析,使我们深深地感觉到,在使用生产函数(不仅仅是 C—D 函数)时,必须首先考虑  $L$  与  $K$  的匹配问题。

#### 4-1 几个定义

为了讨论的方便,先作下列定义。

定义 1 劳力  $L$  与资金  $K$  的理想最佳匹

配是指同时满足下列两个条件的匹配:

i) 劳力  $L$  和资金  $K$  均处于满负荷状态 (对资金而言, 指其利用率、周转时间、在途时间均达当时、当地最好水平);

ii) 劳力投入量和资金投入量的配比刚好协调, 即在此匹配下, 再多一个劳力则无资金可供使用; 再增一份资金则无劳力去使用它。

**定义 2**  $L$  与  $K$  的非理想协调匹配是指  $L$  与  $K$  均未达满负荷, 但二者的数量配比与定义 1 中的相同, 是协调的; 这种匹配暗含  $L$  与  $K$  二者的负荷率相同。

**定义 3** 超员匹配是指资金达满负荷状态时, 劳力尚有冗余。这种情况可能是经济上的财力不足或制度上的人浮于事造成的。

**定义 4** 欠员匹配是指劳力达满负荷状态时, 资金尚有冗余。

**定义 5**  $L$  与  $K$  非理想且不协调匹配是指同时不满足定义 1 两个条件的匹配。

4-2 在  $L$  与  $K$  不同匹配条件下, 关于  $\alpha$ 、 $\beta$  的分析

4-2-1 拉伸弹性与压缩弹性

$$\alpha = \frac{\Delta Y}{Y} / \frac{\Delta L}{L} \quad (9)$$

被定义为劳力的产出弹性。

我们再定义: 当  $\Delta L > 0$  时,  $\alpha$  记为  $\alpha_+$ , 称为位伸弹性;  $\Delta L < 0$  时,  $\alpha$  记为  $\alpha_-$ , 称为压缩弹性。

在  $L$  与  $K$  的理想最佳匹配下, 依据数学模型所作的数学机理分析, 显然有  $\alpha_+ = \alpha_-$ ; 但从原型的行为机理分析, 即使  $\alpha_- \neq 0$ , 也总会有  $\alpha_+ = 0$ 。对  $\beta$  也有相同的结论。

4-2-2  $L$  与  $K$  理想最佳匹配下的规模报酬率

在理想最佳匹配条件下, 因为单独增加劳力  $L$  的投入, 不能使产出  $Y$  增加, 故实际上  $\alpha_+ = 0$ ; 单独增加资金  $K$  的投入, 也不能使产出  $Y$  增加, 故实际上  $\beta_+ = 0$ 。而在数学模型中是看不出  $\alpha_+$  与  $\alpha_-$ 、 $\beta_+$  与  $\beta_-$  有什么区

别的。但若保持最佳匹配时  $L$  与  $K$  的比例将它们同时增加到  $\rho$  倍, 则  $Y$  亦将增加到  $\rho$  倍。所以, 从上述对原型系统的行为机理分析可知:  $L$  与  $K$  理想最佳匹配下的规模报酬率不变, 即应有  $\alpha + \beta = 1$ 。必须再次强调, 这种结果完全是由系统行为确定的, 而绝非通过归一化处理得来的。我们所处理的对象系统越接近于理想最佳匹配状态,  $\alpha + \beta$  越接近于 1。还必须再强调一点, 那就是  $\alpha$  与  $\beta$  如何“分配”这个“1”, 比如谁大于 0.5, 谁小于 0.5, 或者刚好对半分, 也是由系统行为客观地决定的, 而不应由模型的使用者主观地随意分割。Cobb 和 Douglas 最初的工作“碰巧”得到  $\alpha + \beta = 1$ , 也许正是当时他们研究的对象系统的  $L$  与  $K$  十分接近理想最佳匹配所致; 而全要素投入  $T = L^\alpha K^{1-\alpha}$ , 已经人为地施加了  $\alpha + \beta = 1$  的约束, 那么, 产出  $Y$  关于全要素投入  $T$  的弹性  $\varphi = 1$ , 也是这种数学机理的必然结果<sup>[1]</sup>, 在这里技术进步“又不见了”, 于是, 只好重新起用曾经被作者弃去的  $Y = Ae^{rt}T^r$  形式, 技术进步由  $r$  来反映。

4-2-3 在非理想协调匹配下,  $\alpha$ 、 $\beta$  的“交感作用”

从定义 2 出发, 考察对象系统的行为机理, 可直接得出如下结论: 在非理想但协调的匹配条件下, 也会有  $\alpha + \beta = 1$ 。因为, 在此情况下,  $L$  和  $K$  都只达到了小于 100% (满负荷), 且相等的负荷率, 因此, 增加 1 份劳力投入 (不论这份增加的劳力是通过提高原有劳力的负荷率而来, 还是增加 1 个新的劳力者而得), 实质上是启动了相应比例的闲置资金; 而增加 1 份资金 (同样不论由何而来), 则是调动了相应比例剩余劳力 (或因各种原因压抑而未能释放出的劳力)。这两种情况都能促使产出增加。所以, 与弹性定义的数学性格相反,  $\alpha$  “弹出”了  $K$  的潜力、 $\beta$  “弹出”了  $L$  的潜力, 二者似有一种“交感作用”。显然, 这又是原型的行为机理所使然, 而非将原型强塞进数学机理所致。

由于在这种匹配下,  $L$  和  $K$  都未达满负荷, 即都有潜力可控, 因此,  $L$  或  $K$  不论增与减, 它们各自的“搭档”都有余力与其“合作”, 故从行为机理看, 在一定的增减幅度内  $\alpha_+ = \alpha_- = \alpha, \beta_+ = \beta_- = \beta$ 。只有在这种情况下, 模型的数学机理与原型的行为机理才表现出一致。

4-2-4 以规模报酬率来判断发展规模(即依靠外延发展生产)的利弊是不充分的。

在我国, 长期以来, 人不能尽其能、物不能尽其用、财不能尽其利、劳不能获其值、货不能畅其统、信不能通其便的现象普遍而严重地存在着, 有些单位: 有些人没事做, 有些事没人做, 有些人超负荷, 有些人“吃劳保”, 能者不能多劳、劳者力不从心, ……。这些现象使得我们的生产要素配置远远达不到  $L$  与  $K$  的理想最佳匹配状态; 加之我们的社会主义制度的性质决定了我们不会把冗员裁减到社会上去充当失业大军; 发育不全的市场和金融机制不能保证资金高速正常的周转; 严重的腐败现象导致大量国有资产流失; 非公有制民营经济新兴的企业家把大把的资金耗费在千金一掷的非生产经营之中; ……。所有这一切, 都可能使得我们对某些局部地区、某些行业, 用数学的方法得出的  $\alpha + \beta$ ——规模报酬率所蕴含的数学机理根本无法客观地反映原型对象系统的行为机理。如果我们对数学机理情有独钟、非要使用不可, 在这种  $L$  与  $K$  的配置十分混乱的情况下, 充其量也只能用  $\alpha + \beta$  来说明过去, 而未必能很好地预示未来。

下面略举两列来佐证我们的观点:

例 1 设若某单位处于严重超员匹配状态, 劳力负荷率极低, 又由于资金极其短缺, 其利用率较高。由于建模时使用的是在册人员, 而真正能创造实绩的劳力远远低于此数, 故回归结果,  $\alpha$  将比以创造实绩的劳力为底时要低, 到一定程度即可造成  $\alpha + \beta < 1$ 。从

数学机理分析, 规模报酬率递减, 不宜走外延扩大再生产的路子。但从行为机理看, 此时若能增加资金投入, 则可将冗余的劳力启动, 产出将大大提高。

例 2 若某单位劳力中行政人员过多(严重超编), 科技人员和生产第一线的人员不足(严重欠偏), 也会造成总劳力(人数)多、而创实绩的劳力(人数)少; 若此时资金运转正常。在这种状态下, 同样可能使回归结果出现  $\alpha + \beta < 1$  的现象。但从系统的行为机理分析, 此时若一方面增加资金投入, 同时也增加劳力中科技人员和生产第一线人员的投入, 其结果不但不会出现规模报酬率递减, 反而会出现递增。

至于在  $L$  与  $K$  现实匹配情况下, 如何会出现文献[9]中  $\alpha + \beta = 4.28 \gg 1$  的数学现象, 因未掌握第一手资料, 故不敢引以为例。

## 5 建议和想法

5-1 建议使用  $Y = A a(t) L^\alpha K^\beta = A a(t) L^\alpha K^\beta$  (不强制  $\alpha + \beta = 1$ ) 的数学构造形式, 其中  $a(t)$  取  $e^{rt}$  或  $(1 + \lambda)^t$  或其它时间函数均可。这样做可能有三个好处:

i) 用  $A$  表示技术水平, 用  $a(t)$  中的参数(如  $r$  或  $\lambda$ )表示狭义的技术进步, 用  $\alpha + \beta - 1 = p$  表示要素组合、管理改革、结构优化、规模效益等被文献[1]称之为“我们无知的(技术进步)的度量”。

ii) 一旦“碰巧”出现  $\alpha + \beta = 1$  的数学现象, 还有  $r$  或  $\lambda$  来表示技术进步。

iii) 分解出三个分量, 亦不太多、亦不嫌少。

5-2 我们非常尊重数学机理的分析, 但同时要辅以原型的行为机理分析。在对象系统范围小、取样时间区间短、原型单位专业窄的情况下, 尤应如此。

5-3 希望能找到一些  $L$  与  $K$  匹配混

乱、生产不正常但回归结果出现  $\alpha + \beta > 1$  的实例来进行深入的原型的行为机理分析。

#### 5-4 冗余人员总量分析的仿真研究 将模型改写成

$$Y = \mathcal{A}_{(1)}(\rho L)^{\alpha} K^{\beta} \quad (10)$$

的形式,在 $[0,1]$ 中改变 $\rho$ 值,不断进行回归分析,待到 $\rho = \rho^*$ 正好出现 $\alpha + \beta = 1$ 时,则 $(1 - \rho^*) \times 100\%$ 即为需裁减的冗员的百分数。此数可作为单位定偏、裁员的宏观辅助参数。

### 参 考 文 献

- 1 国务院经济技术社会发展研究中心编. 中国经济的发展与模型. 中国财政经济出版社, 1990. 5
- 2 湖南省规划办公室编. 湖南省经济科技社会发展规划(1989—2000年). 湖南科学技术出版社, 1990. 10

- 3 宋先道·陈赫编著. 实用经济数学——方法及案例分析. 长沙市长远规划办公室, 1984. 7
- 4 陈赫, 罗声求著. 水环境水平的规模——技术进步预测模型. 《系统工程理论与实践》, 第4期, 1994
- 5 He Chen, Sheng-Qiu Luo, Fang Gao, A PREDICTION MODEL BASED ON PRODUCTION SCALE AND TECHNOLOGY PROGRESS FOR INDUSTRIAL WASTEWATER - POLLUTION CONTROL, Water Environment Federation 65th Annual Conference & Exposition, Volume IX. GENERAL TOPICS, New Orleans, September 20-24, 1992
- 6 罗声求, 陈赫著. “重金属废水治理综合分析的初步研究”科研报告. 中南工业大学化学系, 1989年
- 7 厉以宁, 秦宛顺编著. 现代西方经济学概论. 北京大学出版社, 1983. 11
- 8 G. Dosi 等编, 钟学义等译. 技术进步与经济理论. 经济科学出版社, 1992. 1
- 9 许振苏. C—D 生产函数及科技进步测定的实践. 中南工业大学管理系, 1987

### Analysis of Mathematics Mechanism of Model of Cobb—Douglas (C—D)

#### Production Function and Behavior Mechanism of Primitive Form

Luo Shengqiu Chen He

**【Abstract】** This paper discusses some successful unsuccessful wrong application of C—D production function in China. First, the authors comparatively study some mathematical structures which reflect the user's different subjective attention. Then, combining problems, which appear in the authors' research, they point out that we can not violate the objectivity of behavior mechanism of the system's primitive form. Furthermore, the authors find out different matching patterns of working input L and capital investment k, which are the main objective reasons that effect the structure of the system's behavior. Because of different matching L and K, it is insufficient to use elasticity  $\alpha, \beta$  and scale payment rate,  $\alpha + \beta$ , to identify the advantage of increasing input and expanding production scale. At last, considering Chinese condition, the author presents some important aspects in using C—D production function and gives some further suggestions and extends its applying fields making it more suitable for Chinese situation.

**【Keywords】** mathematics mechanism, behavior mechanism, matching, tensile elasticity, elasticity of compression