

天津大学《数值计算方法与 Matlab》2008-2009 学年第二学期期末试卷 A

题号	一	二	三	成绩	核分人签字
得分					

一、填空题：(共 42 分，每空 3 分) 按要求把正确的答案填在每题中的横线上方。

1. 下列各数是经过四舍五入得到的近似值  $x_1^* = 1.1021$  ,  $x_2^* = 0.031$  , 则它们分别有几位有效数字 \_\_\_\_\_ ,  $x_1^* + x_2^*$  的绝对误差限为 \_\_\_\_\_ 。

2.  $n+1$  点插值型数值积分公式  $\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=0}^n A_i f(x_i)$  的代数精度，至少是 \_\_\_\_\_ , 最高不超过 \_\_\_\_\_ 。

3. 已知  $f(x_i)$  在节点  $x_0=0.9, 1.0$  和  $1.1$  处函数值分别为 1.260, 1.557 和 1.964, 则用三点数值微分公式计算,  $f'(1.1) =$  \_\_\_\_\_ 和  $f'(0.9) =$  \_\_\_\_\_ (保留 3 位有效数字)。

4. 建立常微分方程初值问题  $y'(x) = f(x, y)$  ,  $y(x_0) = y_0$  的计算格式有三种基本方法, 它们是 \_\_\_\_\_ 。

5. 设  $S(x)$  是  $f(x)$  在互异节点  $x_k$  ( $k = 0, 1, \dots, n$ ) 上的三次样条函数, 要想确定此三次样条函数  $S(x)$ , 共需要几个定解条件: \_\_\_\_\_ , 其中自然边界条件是指 \_\_\_\_\_ 。

\_\_\_\_\_ 。

6. 已知  $\{g_k(x)\}_{k=0}^{\infty}$  是区间  $[0, 1]$  上带权  $\rho(x) = 1$  的最高次项系数为 1 的正交多项式序列, 则  $\int_0^1 x \cdot g_k(x) dx =$  \_\_\_\_\_ 。

7. 复化 Simpson 积分公式的余项为 \_\_\_\_\_ , 若用此公式计算积分

$I = \int_0^1 \frac{1}{2+x} dx$ , 则为使误差不超过  $10^{-5}$ , 至少需要节点个数是 \_\_\_\_\_ 。

8. 设  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ , 则  $\text{cond}_2(A) =$  \_\_\_\_\_ 。考虑方程组  $Ax = b$ , 这里

$b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 。当  $b$  有误差  $\delta b = \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \varepsilon \\ 0 \end{bmatrix}$  时, 引起解向量的相对误差  $\frac{\|\delta x\|_2}{\|x\|_2}$  的上界为 \_\_\_\_\_ 。

二、解下列各题：(共 36 分，每小题 9 分)

1. 确定求积公式  $\int_0^2 xf(x) dx \approx Af(0) + Bf(1) + Cf(2)$  中的待定参数  $A, B, C$ , 使其代数精度尽量高, 并指出所确定的求积公式的代数精度。

学院\_\_\_\_\_专业\_\_\_\_\_班\_\_\_\_\_年级\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_ A 卷 共三页 第 2 页

2. 写出解下列方程组的 Gauss-Seidel 法迭代公式的分量形式,并考察此方法当常数  $c$  为何值时收敛与发散。

$$\begin{bmatrix} 1 & c & 0 \\ c & 1 & c \\ 0 & c & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 10 \\ 1 \end{bmatrix}$$

4. 利用 Gauss-Legendre 三点求积公式计算积分  $\int_0^2 e^{-2x^2} \cos(2x) dx$  (保留 5 位有效数字)。

3. 设  $y = \cos x$  的函数数据表如下:

$x_k$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
$y_k$	1.00000	0.99500	0.98007	0.95534	0.92106	0.87758	0.82534

利用四次插值多项式计算  $\cos(0.048)$  的近似值 (保留 5 位有效数字)。

学院\_\_\_\_\_专业\_\_\_\_\_班\_\_\_\_\_年级\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_ A 卷 共三页 第 3 页

三、应用题：(共 22 分，每小题 11 分)

1. 给定实验数据如下：

x	1.0	1.4	1.8	2.2	2.6
y	0.931	0.473	0.297	0.224	0.168

求形如  $y = \frac{1}{a + bx}$  的拟合函数 (结果保留三位小数)。

2. 假设有两种生物蓝鲸和磷虾，在时刻  $t$  时的数量分别为  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$ 。蓝鲸以磷虾为主要食物，二者在自然条件下，它们的数量关系为：

$$\dot{x}_1 = -ax_1 + bx_1x_2, \dot{x}_2 = cx_2 - dx_1x_2$$

其中  $a = 0.8, b = 0.3, c = 1.2, d = 0.6$ ， $\dot{x}_k, k = 1, 2$  表示  $x_k$  对时间  $t$  的导数，初始条件为  $x_1(0) = 2$  和  $x_2(0) = 1$ 。写出用经典四阶 Runge-Kutta 方法解此初值问题的计算格式 (步长取为  $h$ )。

世界經濟大系