Mediciones e Incertidumbre

David Ratinoff V.

MEDICIONES

Se entiende por medir una magnitud física a la acción de comparar cuantitativamente dicha magnitud con otra de su misma especie que se utiliza como unidad. Se clasifican en:

a) Directa o fundamental. No se expresan en función de otras. Se definen sin necesidad de acudir a ninguna fórmula. Es aquella en la cual la magnitud a medir se compara directamente con la unidad patrón (instrumento).

b) Indirecta o derivada. Se definen a través de fórmulas o relaciones matemáticas que las ligan a otras magnitudes. Es aquella en la cual su valor se calcula como función de una o más magnitudes físicas medidas directa o indirectamente.

MEDICIONES

Por tanto, una cantidad física es el resultado de esta comparación cuantitativa , es decir, un número con su respectiva unidad de medida. En la tabla 1 se muestran ejemplo

Cantidad Física	Clasificación	Unidad
Volumen	Indirecta	[m^3]
Peso	Indirecta	[N]
Temperatura	Directa	[K]
Longitud	Directa	[m]
Velocidad	Indirecta	[m/s]
Fuerza	Indirecta	[N]
Presión	Indirecta	[N/m^2]
Tiempo	Directa	[s]

CONCEPTO DE ERROR DE UNA MEDIDA EXPERIMENTAL

Cualquier medida experimental de una magnitud física es siempre inexacta. Por tanto, el resultado de dicha medida debe ir siempre acompañado de una cantidad (error) que exprese el margen de incertidumbre.

$$x_{promedio} \pm \Delta x \ \ [unidades]$$

Esto significa que existe una probabilidad muy alta (95%) de que

$$x_{promedio} - \Delta x \leq x_{experimental} \leq x_{promedio} + \Delta x$$

Los errores se clasifican en dos grupos generales:

a. Errores aleatorios o accidentales
b. Errores sistemáticos

CONCEPTO DE ERROR DE UNA MEDIDA EXPERIMENTAL

Los *errores sistemáticos* son aquellos que permanecen constantes a lo largo de todo el proceso de medida y, por tanto, afectan a todas las mediciones de un modo definido y es el mismo para todas ellas.

Se pueden subclasificar en errores instrumentales, personales o por la elección del método:

A. *Los errores instrumentales* son los debidos al aparato de medida; por ejemplo, un error de calibrado generaría este tipo de imprecisión.

B. *Los errores personales* se deben a las limitaciones propias del experimentador; así, una persona con algún problema visual puede cometer errores sistemáticos en la toma de ciertos datos.

C. *El error en la elección del método* se presenta cuando se lleva a cabo la determinación de una medida mediante un método que no es idóneo para tal fin; por ejemplo, la medida del tiempo de caída de un objeto por mera inspección visual.

CONCEPTO DE ERROR DE UNA MEDIDA EXPERIMENTAL

Los *errores accidentales o aleatorios* son aquellos que se producen en las variaciones que pueden darse entre observaciones sucesivas realizadas por un mismo operador. Estas variaciones no son reproducibles de una medición a otra y su valor es diferente para cada medida.

Las causas de estos errores son incontrolables para el observador. Los errores accidentales son en su mayoría de magnitud muy pequeña y para un gran número de mediciones se obtienen tantas desviaciones positivas como negativas.

Aunque con los errores aleatorios no se pueden hacer correcciones para obtener valores más concordantes con el real, si se emplean métodos estadísticos se puede llegar a algunas conclusiones relativas al valor más probable en un conjunto de mediciones.

CONCEPTO DE EXACTITUD, PRECISIÓN Y SENSIBILIDAD

Exactitud se refiere a cuán cerca del valor real se encuentra el valor medido. En términos estadísticos, la exactitud está relacionada con el sesgo de una estimación. Cuanto menor es el sesgo más exacta es una estimación.

Un aparato de medida es exacto si las medidas realizadas con él son todas muy próximas al valor "verdadero" de la magnitud medida.

Por tanto, si un experimento tiene pequeños errores sistemáticos, entonces se dice que tiene alta EXACTITUD.

Se cuantifica utilizando la expresión

$$\varepsilon_{r\%} = \left| \frac{M_{Exp} - M_{Teo}}{M_{Teo}} \right| \times 100$$

Siendo M_{Exp} : Medida experimental

M_{Teo} : Medida teórica

CONCEPTO DE EXACTITUD, PRECISIÓN Y SENSIBILIDAD

Precisión se refiere a la dispersión del conjunto de valores obtenidos de mediciones repetidas de una magnitud, es decir, es el grado de concordancia entre una medida y otras de la misma magnitud realizadas en condiciones sensiblemente iguales. Cuanto menor es la dispersión mayor la precisión.

Una medida común de la variabilidad es la desviación estándar de las mediciones y la precisión se puede estimar como una función de ella.

Un aparato de medir es preciso cuando la diferencia entre diferentes medidas de una misma magnitud sean muy pequeñas.

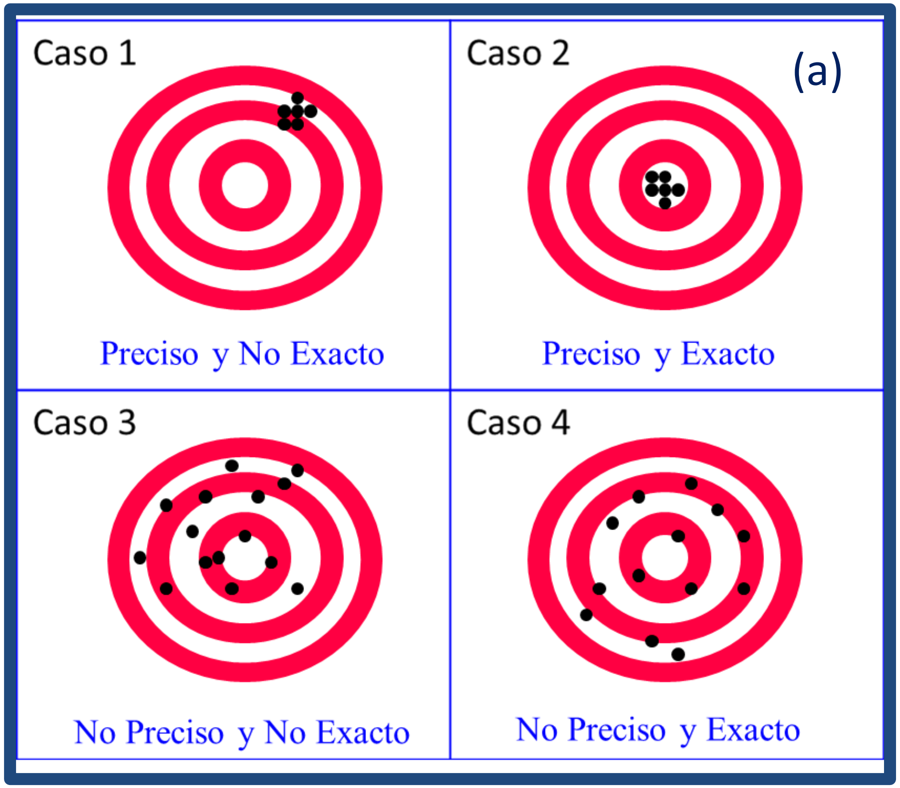
Si un experimento tiene pequeños errores aleatorios, entonces se dice que es PRECISO.

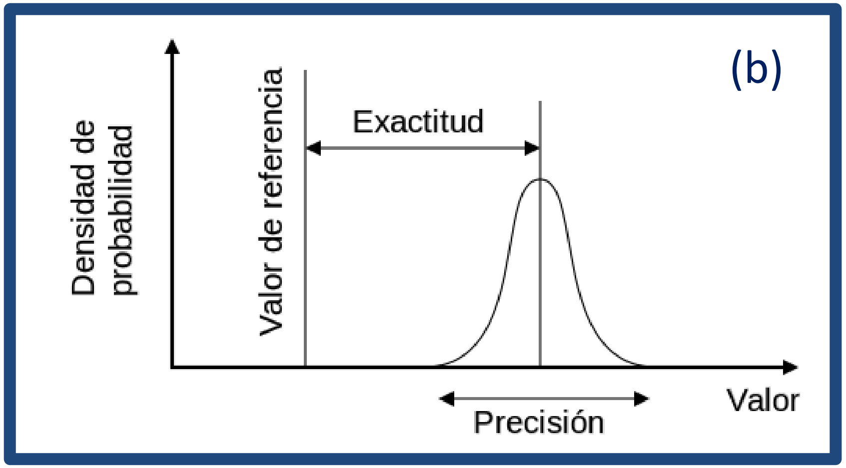
Se cuantifica por medio de la expresión

$$\varepsilon_{r\%} = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \times 100$$

CONCEPTO DE ERROR DE UNA MEDIDA EXPERIMENTAL

En las siguientes figuras se representa la forma en que afectan los dos tipos de errores a una medida





CONCEPTO DE EXACTITUD, PRECISIÓN Y SENSIBILIDAD

La *sensibilidad de un aparato de medir* es el valor mínimo de la magnitud que es capaz de medir. Normalmente, se admite que la sensibilidad de un aparato viene indicada por el valor de la división más pequeña de la escala de medida.

Otro tipo de error que esta asociado a la sensibilidad es el Error Instrumental (E.I.), el cual se calcula según sea el tipo de instrumento utilizado:

Tipo de Instrumento	Error Instrumental
Analógico	E.I. = Sensibilidad / 2
Digital	E.I. = Sensibilidad

ESTIMACIÓN DEL VALOR DE UNA MAGNITUD Y DE SU ERROR

Cuando se tiene un conjunto de mediciones $\{x_1, x_2, \ldots, x_N\}$ obtenidos de forma directa de una misma cantidad física, es decir, independientes entre sí y libres de errores sistemáticos, se acostumbra expresar el resultado de la forma:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x$$

Donde

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$$

: es el valor más representativo de la cantidad medida, el cual coincide con el punto de máxima densidad de probabilidad de la distribución. Si es necesario el promedio se expresará siempre con una cifra decimal más que el de cada medida x_i.

Δx : es el error absoluto de x.

ESTIMACIÓN DEL VALOR DE UNA MAGNITUD Y DE SU ERROR

Dependiendo del número de medidas el valor del error absoluto se puede calcular o estimar:

Número de Medidas	Método
Si es 1 vez	Δx = E.I.
Si $\mathrm{N} = 3$	$\Delta x = (x_{máximo} - x_{máínimo})/2$
Si $3 \leq \mathrm{N} < 10$	No Estadístico
Si $10 \leq \mathrm{N} \leq 25$	Estadístico

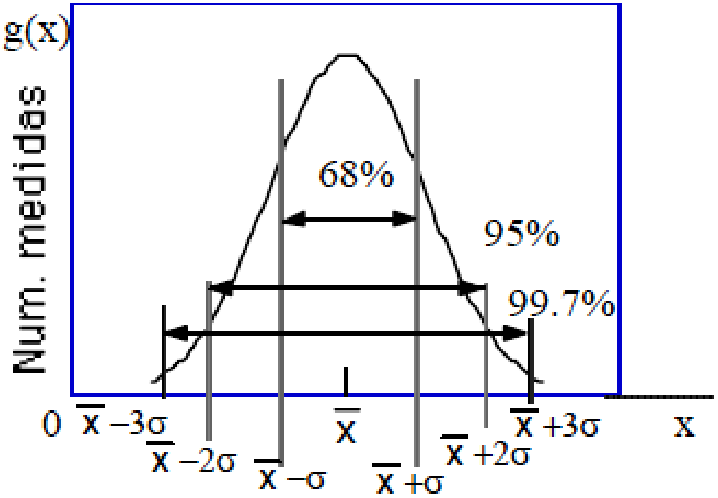
ESTIMACIÓN DEL VALOR DE UNA MAGNITUD Y DE SU ERROR

Las expresiones matemáticas utilizadas en el Método Estadístico son:

Nombre	Formula
Desviación Estándar Se escribe con 2 cifras significativas.	$\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{\left(N-1\right)}}$
Error típico o error normal del promedio Se escribe con 1 cifra significativa.	$\sigma_m = \dfrac{\sigma}{\sqrt{N}}$
Error Relativo	$\varepsilon_r = \dfrac{\sigma_m}{\bar{x}}$
Error Porcentual	$\varepsilon_{\%} = \varepsilon_r \times 100\%$

ESTIMACIÓN DEL VALOR DE UNA MAGNITUD Y DE SU ERROR

Antes de escribir el resultado de la medición con su error estimado, se debe verificar que todo los datos estén dentro del intervalo o área bajo la curva Gaussiana.



Número de Medidas	Criterio de descarte
Si $10 \leq N \leq 25$	$\left[\bar{x}-2\sigma;\bar{x}+2\sigma\right]$
Si $N > 25$	$\left[\bar{x}-3\sigma;\bar{x}+3\sigma\right]$

ESTIMACIÓN DEL VALOR DE UNA MAGNITUD Y DE SU ERROR

Finalmente podemos presentar el resultado

Criterio	Presentación
Si $10 \leq \mathrm{N} \leq 25$	$x = \bar{x} \pm \Delta x = \bar{x} \pm (2\sigma_m + E.I.)$
Si $\mathrm{N} > 25$	$x = \bar{x} \pm \Delta x = \bar{x} \pm (3\sigma_m + E.I.)$

ESTIMACIÓN DEL VALOR DE UNA MAGNITUD Y DE SU ERROR

Las expresiones matemáticas utilizadas en el Método No Estadístico son:

Nombre	Formula
Desviación Media Absoluta Se escribe con 2 cifras significativas.	$\rho = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left\lvert \bar{x} - x_i \right\rvert$
Error absoluto	$\Delta x = (\rho + E.I.)$

Presentación de la medición
$x = \bar{x} \pm \Delta x = \bar{x} \pm (\rho + E.I.)$

ESTIMACIÓN DEL ERROR DE UNA MEDIDA INDIRECTA

Si F corresponde a una función $F=f(x_1, x_2, x_3, ..., x_n)$, es decir, medida indirecta y tanto $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ se han medido más de 10 veces de forma directa.

La ley de propagación de errores estadístico establece que:

Expresión
$\overline{F} = f(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \overline{x_3}, ..., \overline{x_n})$
$\Delta F = 2\sigma_{mF} = 2\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\sigma_{mx_i}\right)^2 \left(\frac{\partial F}{\partial x_i}\right)^2}$
$F = \overline{F} \pm \Delta F$

ESTIMACIÓN DEL ERROR DE UNA MEDIDA INDIRECTA

Si F corresponde a una función F=f(x_1, x_2 , x_3 ,.., x_n), es decir, medida indirecta y tanto x_1, x_2 , x_3 ,.., x_n se han medido menos de 10 veces de forma directa.

La ley de propagación de errores no estadístico establece que:

Expresión
$\overline{F} = f(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \overline{x_3}, \ldots, \overline{x_n})$
$\Delta F = \sum_{i=1}^{n} \left\| \frac{\partial F}{\partial x_i} \right\| \Delta x_i$
$F = \overline{F} \pm \Delta F$

CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Se define el número de cifras significativas (c.s.) como los dígitos necesarios para expresar una cantidad física, así todo dígito distinto de cero es una cifra significativa, los ceros a la izquierda no son cifras significativas y los ceros a la derecha si son cifras significativas.

Ejemplos:

841.3	$\longrightarrow$	4 c.s.
0.00933	$\longrightarrow$	3 c.s.
39.000.000 habitantes	$\longrightarrow$	2 c.s.
1.0 m	$\longrightarrow$	2 c.s.

CIFRAS SIGNIFICATIVAS

La cantidad de cifras significativas hacen la diferencia entre una medida y otra. Por ejemplo, L=3.00[cm] y L=3[cm] como cantidades físicas no son iguales, pues la cantidad de cifras significativas son diferentes.

En el primer caso, se tiene una medición qué fue realizada con un instrumento que discriminaba hasta la centésima de centímetro, en cambio, en la segunda se utilizó un aparato que discriminaba sólo hasta la unidad de centímetro.

De lo anterior, se deduce que la cantidad de cifras significativas está íntimamente relacionada con el instrumento de medición.

NO se debe expresar una cantidad física con más cifras significativas de lo que el instrumento puede discriminar.

CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Generalmente, se deben redondear las cifras significativas, para ello se utiliza el siguiente criterio:

1. Se expresa la magnitud objeto de estudio y su error con todas las cifras conocidas. Ejemplo: longitud L =2,30408415 [m]

2. Se examinan las dos primeras cifras significativas del error (esto es, descontando los ceros situados a la izquierda del número).

Ejemplos:

a) E_L=0,00<u>21</u>56 [m]
b) E_L=0,0<u>36</u>74 [m]
c) E_L=0,<u>20</u>36 [m]
d) E_L=<u>2,8</u>7 [m]
e) E_L=<u>23</u>4 [m]
f) E_L=0,00<u>96</u>2 [m]

CIFRAS SIGNIFICATIVAS

3. Si el conjunto de las dos cifras seleccionadas es un número menor o igual que 25, se conservan ambas. Si es un número mayor que 25, se conserva sólo la primera. El resto de las cifras del error se eliminan. La última cifra que se retiene debe redondearse (se deja igual si lo que viene detrás es menor que 5, y se le suma 1 si lo que viene detrás es mayor o igual que 5).

Ejemplos:

a) $E_L=0,00\underline{22}$ [m]
b) $E_L=0,0\underline{4}$ [m]
c) $E_L=0,\underline{20}$ [m]
d) $E_L=\underline{3}$ [m]
e) $E_L=\underline{230}$ [m] (un cero de relleno depende del instrumento)
f) $E_L=0,0\underline{10}$ [m]

CIFRAS SIGNIFICATIVAS

4. Ya se ha redondeado el error. Ahora debe redondearse la magnitud. Para ello debe verse en qué posición (respecto a la coma) se encuentra la última cifra retenida del error. La cifra que en el valor de la magnitud ocupe dicha posición debe ser la última conservada, aunque debidamente redondeada.

Ejemplos:

a) $L=2{,}3041 \pm 0{,}0022$ [m]
b) $L=2{,}30 \pm 0{,}04$ [m]
c) $L=2{,}30 \pm 0{,}20$ [m]
d) $L=2 \pm 3$ [m]
e) $L=0 \pm 230$ [m]
f) $L=2{,}304 \pm 0{,}010$ [m]

CIFRAS SIGNIFICATIVAS

En el caso de las operaciones aritméticas los criterios a seguir son:

1. En adiciones y sustracciones, el resultado final tiene la misma cantidad de dígitos decimales que el factor con menor cantidad de dígitos decimales. Por ejemplo:

$$4.35 + 0,868 + 0,6 = 5,818 \rightarrow 5,8$$

2. En multiplicaciones, divisiones y potencias, el resultado final tendrá el mismo número de cifras significativas que el factor que menos cifras significativas tenga. Por ejemplo:

$$8,425 \times 22,3 = 187,8775 \rightarrow 188$$