地统计，以协方差函数和变异函数为工具，研究区域化变量的空间变异规律。

# 一、地统计的基本原理

## （一）区域化变量

区域化变量，亦称区域化随机变量，它的取值（Z）与空间位置（x）有关，故将其即为Z(x)。区域化变量Z(x)，具有两个显著的特征：随机性和结构性特征。许多地理变量是区域化变量，有矿产的品位（铜矿、铁矿、煤矿、石油）、气温（中国气温由南向北逐渐降低，在同一区域里气温的高低有差异）、降水等。

## （二）协方差函数

在概率论中，随机变量X与Y的协方差定义为：

所以，区域化变量Z在空间点和处的两个随机变量的协方差函数为：

协方差函数的样本计算公式：

式中，为两样本点空间间隔距离；为Z在空间位置处的实测值；是Z在处的实测值(；是分隔距离为h时的样本点对总数；和分别为和的样本平均数：

若，则上式可以改写为：

式中，m为样本平均数，可由一般算术平均数公式求得，即：

## （三）变异函数

变异函数，又称变差函数或变异矩。它的定义为：区域化变量Z在空间点和处的取值与之差的方差的一半。一般地，变异函数被记为。其计算公式为：

在二阶平稳假设条件下，对任意的h有

因此，

从上式可知，变异函数依赖于两个自变量x和h，当变异函数仅仅依赖于距离h，而与位置x无关时，可改写为，即：

设是区域化变量，在满足二阶平稳假设条件下，变异函数具有如下性质：

，即在（空间距离等于0）处，变异函数为0；

②，即关于直线是对称的，它是一个偶函数；

③，即只能大于或等于0；

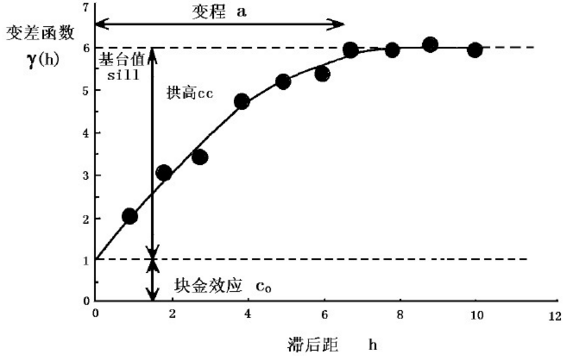
④时，，即当空间距离增大时，变异函数接近先验方差

**变异函数的样本计算公式**

设Z为一区域化随机变量，Z在空间位置x处的值为，并满足二阶平稳假设，h为两样本点空间分隔距离，和分别是Z在空间位置和处的实测值，那么，变异函数的离散计算公式为：

变异函数有几个重要参数：

* 基台值（sill）
* 变程（range）或称空间依赖范围
* 块金值（nugget）或称区域不连续性值



①当间隔距离h=0时，，即块金值或块金方差（块金值一般与随机误差有关）；

②当随着间隔距离h增大到a时，变异函数达到一个相对稳定的常数，即基台值；

③基台值是系统属性中最大的变异，变异函数达到基台值时的间隔距离a称为变程，在以后，区域化变量的空间相关性消失；

④块金值表示小于抽样尺度时的非连续变异，它由变量的属性或测量误差决定。

# 二、克里金插值

## （一）变异函数的理论模型

克里金插值的理论基础，是描述区域化变量的空间变异规律的变异函数。

常见的变异函数的理论模型：

**球状模型：**

其中，为块金值，为拱高，为基台值，为变程。当时，称为标准球状模型。

**指数模型：**

式中，意义与球状模型相同，但a不是变程。当时，，即，因此指数模型的变程约为。当时，称为标准指数模型。

**高斯模型：**

式中，意义与前相同， a也不是变程。当当时，，即，因此指数模型的变程约为。当时，称为标准高斯模型。

## （二）克里金插值的基本原理

克里金插值，是基于变异函数或协方差函数描述的空间变异规律，用已知采样的空间样本值对未采样点的区域化变量进行估计。其实质是，利用采样点的实测值和变异函数的结构特点，对未采样点的区域化变量的取值进行线性无偏、最优估计。

假设区域化变量满足二阶平稳假设和本征假设，协方差函数与变异函数存在，在待估计点（x）的邻域内共有n个实测点，即，其样本值为，那么，普通克里金插值计算公式为：

①无偏性。即：。当时，即时，有。这时，就是的无偏估计。

②最优性。在满足无偏性条件下，使估计方差达到最小。用协方差函数表达，它可以进一步写为：。

为使估计方差最小，根据拉格朗日乘数原理，令：

对和求偏导数，并令其为0，得克里金方程组：

整理后得

解上式方程组，求出权重系数和拉格朗日系数，可得克里金估计方差

在变异函数存在的条件下，也可以用变异函数表示克里格方程组和克里格估计方差，即：

解上式线性方程组，求出权重系数和拉格朗日乘数，可得克里金估计方差

上述过程也可以用矩阵形式表示：

则普通克里金方程组为

所以，

其估计方差为

用变异函数表示：

# 备注

来自中国大学imooc《计量地理学》视频教程第11讲 地统计分析

以上关于地统计和克里金的介绍，其实内容在我之前整理的Word《kriging基础知识（区域化变量&变差函数&结构套合）》和《普通kriging插值公式推导》中都有，相当于复习一遍吧。