

Вариант 5

Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка:

$$\begin{cases} u'' - 4u' + 3u = f(x), & 0 \leq x \leq 1, \\ u(0) = 0, \\ u'(0) = 3. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $f(x)$ — произвольная функция.

Преобразовать задачу (1) к системе дифференциальных уравнений первого порядка

$$\begin{cases} U' = F(x, U), \\ U(0) = U_0. \end{cases} \quad (2)$$

где $U = (u, u')^T$ — вектор неизвестных, $F(x, U)$ — вектор-функция правой части. Затем решить задачу Коши (1) методами Рунге – Кутты и Адамса третьего порядка.

В качестве функции $f(x)$ при тестировании взять функцию $-6(\sin 3x + 2 \cos 3x)$. Вычисления вести с двойной точностью.

Представить сведения о теоретических свойствах численных методов. Описать логическую схему программы. Показать сходимость численных методов путем построения на одном графике точного решения и серии приближенных решений на последовательно измельчающихся сетках (например: $N = 5, 10, 20, \dots$). Численно определить порядок аппроксимации путем построения графика изменения погрешности численного решения в зависимости от количества узлов N сетки (в логарифмических осях). Сравнить использованные методы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хакимзянов Г.С., Черный С.Г. Методы вычислений: учеб. пособие: в 4 ч. Ч. 1. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений — Новосибирск: НГУ, 2003. — 160 с.
2. Михайлов А.П. Учебные задания вычислительной практики в компьютерном классе: учеб. пособие. — Новосибирск: НГУ, 2003 — 86 с.