Para el estudio de las LT, tomaremos un elemento diferencial longitudinal en la direccin z. Asumiremos que la solución que se propaga por la LT es de tipo TEM, por lo que no existe acoplamiento eléctrico ni magnético. Intentaremos definir el concepto de diferencia de potencial entre 2 puntos situados en la misma sección transversal de la LT (Suponiendo que en la situación A, 1 y 2 estn en la misma seción, pero en B no)

$$U_{12}|_A - U_{12}|_B = -\oint \vec{D} d\vec{L} = -\int_S \vec{\nabla} \times \vec{E}\vec{n} ds = \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial}$$

1. Modelo Circuital de una LT

Tanto la tensión como la corriente en un elemento diferencial en una LT dependen únicamente de:

- De la capacidad creada entre los conductores
- Del flujo magntico que atraviesa la sección del elemento (autoinducción)

(Ambas definidas por unidad de longitud) Teniendo esto en cuenta, se puede representar una LT como un cuadripolo con una bobina en serie y un condensador en paralelo.

2. Ondas de tensión y corriente en una LT

Aplicando las leyes de Kirchoff:

$$U = L\frac{\partial I}{\partial t} dz + U + \frac{\partial U}{\partial z} dz$$

$$I = L\frac{\partial U}{\partial t} dz + I + \frac{\partial I}{\partial z} dz$$

simplificando, aparece el sistema de ecuaciones conocido como ecuaciones del telegrafista:

$$L\frac{\partial I}{\partial t} = \frac{\partial U}{\partial z}$$

$$C\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial I}{\partial z}$$

derivando respecto a z y sustituyendo, llegamos a:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = LC\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}$$

comparando con la ecuación general de onda, obtenemos la velocidad de propagación $= \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Siguiendo una solución de D'Alambert, la onda se puede descomponer en sus componentes progresiva y regresiva (que al sumarse producen la onda estacionaria que observamos)

$$U(z,t) = U^+(z,t) + U^-(z,t) = F_1(t - z/c) + F_1(t + z/c)$$

$$I(z,t) = I^+(z,t) + I^-(z,t) = \frac{1}{Z_{LT}}(F_1(t - z/c) - F_1(t + z/c))$$

La velocidad de propagación, definida como $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ equivale a $\frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}$

La impedancia de la LT se define como el cociente entre U^+ e I^+, independientemente de tiempo y lugar, y equivale a $\sqrt{\frac{L}{C}}$

Velocidad de propagación e impedancia caracterizan por completo a una LT.

La potencia transmitida por una LT se calcula como el producto de tensión por intensidad, que desarrollando el producto de sumas de ondas progresivas, nos queda:

$$P = \frac{(U^+)^2}{Z_{LT}} - \frac{(U^-)^2}{Z_{LT}}$$

Para el estudio de una LT en régimen transitorio (a saber, hallar I y U en cualquier punto de la LT), definimos el régimen transitorio como el breve período de tiempo entre dos regímenes permanentes (o estables)

Generación de una onda incidente (progresiva): Conectando una LT infinita a un generador, se produce una onda únicamente progresiva, cuyo valor de tensin se puede calcular con un simple divisor de tensin (con la resistencia del generador)

Conectamos ahora una LT finita a un generador y a una resistencia en sus extremos: en $t = 0$, se genera una onda progresiva, que viaja por la LT hasta el final en $t = l/v_p$, la onda alcanza la resistencia al final de LT, y para satisfacer la condición de contorno, se genera una onda regresiva (U^-), de forma que

$$R_L = Z_{LT}\frac{U^+ + U^-}{U^+ + U^- U^+ - U^-}$$

En caso de que la resistencia de carga sea igual a la Z_{LT}, el factor de reflexión de la carga es 0, en lo que se conoce como situación de carga adaptada (que consigue la máxima transferencia de potencia)

$$\rho_L = \frac{R_L - Z_{LT}}{R_L + Z_{LT}}$$

en $t = 2l/v_p$, la onda regresiva alcanza el generador, por lo que se genera otra onda progresiva, segn el coeficiente

$$\rho_g = \frac{R_g - Z_{LT}}{R_g + Z_{LT}}$$

3. Tema 3: La LT en régimen transitorio

3.1. Introducción

Una LT queda totalmente caracterizada por los valores de Z_c y V_p.

En este tema estudiaremos la LT en régimen transitorio, definido como el período entre dos regímenes permanentes distintos, provocado por un cambio en las condiciones en un extremo de la línea.

3.2. Generación de una onda incidente U^+

Dado un generador de tensión caracterizado por $U_g(t)$ y R_g, al que se le conecta una LT, considerada (inicialmente) infinita, de impedancia Z_c y velocidad de propagación V_p, se produce una onda progresiva en $z = 0$.

- Antes de la conexión al generador, U e I vale ambas 0.
- Tras la conexión, la tensión en $z = 0$ es la tensión resultante de calcular un divisor de tensión con R_g y Z_c: $U^+ = U_g \frac{Z_c}{R_g + Z_c} \quad \rightarrow \quad U^+(z,t) = U_g \frac{Z_c}{R_g+Z_c}(t - \frac{z}{V_p})$

3.3. Factores de reflexión y transmisión

3.3.1. Factor de reflexión

Partimos de una LT conectada a un generador en $z = 0$ y a una resistencia de carga R_L al final de la línea, en $Z = L$.

En $t = 0$, se genera una onda progresiva, como vimos en el apartado anterior, y alcanza la resistencia de carga en $t = \frac{L}{V_p} = T$. Hasta entonces, es la única onda en la línea.

En $t = T$ y $z = L$, observamos las condiciones de contorno impuestas por la carga y por la línea:

$$\frac{U^+(z,t)}{I^+(z,t)} = R_L \quad \frac{U^+(z,t)}{I^+(z,t)} = Z_c$$

Puesto que la impedancia de la línea y la resistencia de carga no tienen porqué valer lo mismo, la suposición de que la onda progresiva es la única deja de ser cierta. Se genera pues una onda regresiva.

$$U(z,t) = U^+ + U^-$$

$$I(z,t) = \frac{1}{Z_c}(U^+ - U^-)$$

$$\frac{U(z = L,t)}{I(z = L,t)} = Z_c \frac{U^+ + U^-}{U^+ - U^-} = R_L$$

Definimos pues el factor de reflexión como el cociente entre la onda reflejada y la onda incidente:

$$\rho = \frac{U^-}{U^+} = \frac{R_L - Z_c}{R_L + Z_c}$$

Cuando el factor de reflexión se anule ($R_L = Z_c$), estaremos en una situación de carga adaptada, y no habrá onda reflejada, por lo que toda la onda incidente se transmite.