

$$\left. \frac{\partial f}{\partial l} \right|_{x_0} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + te_1) - f(x_0)}{t}$$
$$H_f(x_0 + \theta \Delta x) = \begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{xy} & f_{yy} \end{bmatrix} \Big|_{(x_0 + \theta \Delta x)}$$

$$d(uv) = v du + u dv$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$$

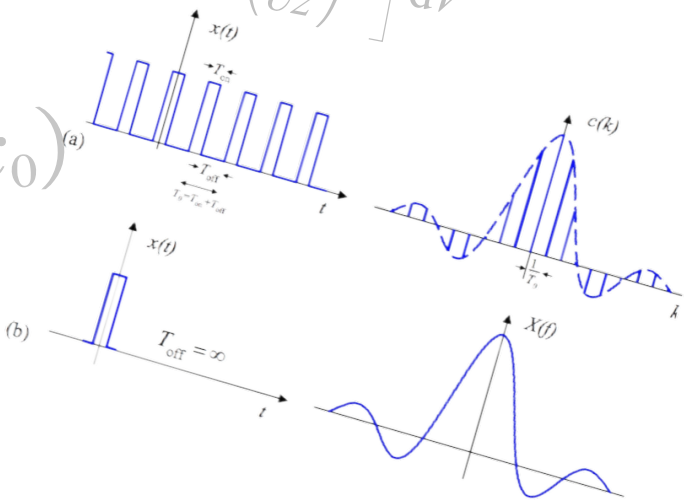
大学物理(上)

2025年期末真题集

$$\iint_{(\partial \Omega)} f(x, y, z) \frac{\partial f}{\partial n} dS = \iiint_{(\Omega)} \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right)^2 \right] dV$$

彭康书院学业辅导与发展中心·资料编写组

$$\text{grad } f(x_0) = \nabla f(x_0)$$



目录

2022-2023 学年第二学期阶段 2 考试试卷	2
2022-2023 学年第二学期阶段 2 考试试卷参考答案.....	6
2021-2022 学年第二学期期末考试试卷	10
2021-2022 学年第二学期期末考试试卷参考答案	13
2020-2021 学年第二学期阶段 2 考试试题	16
2020-2021 学年第二学期阶段 2 考试试题参考答案.....	20
2020-2021 学年第二学期期末考试 B 卷	23
2020-2021 学年第二学期期末考试 B 卷参考答案.....	28
2017-2018 学年第二学期期末考试 A 卷	32
2017-2018 学年第二学期期末考试 A 卷参考答案	38
2012-2013 学年第二学期期末考试 A 卷.....	41
2012-2013 学年第二学期期末考试 A 卷参考答案	46

2022-2023 学年第二学期阶段 2 考试试卷

一、单选题

1. 一宇航员要到离地球 5 光年的星球去旅行，如果宇航员希望把这段路程缩短为 3 光年，则他所乘的火箭相对于地球速度 v 应为 ().
A. $0.5c$ B. $0.6c$
C. $0.8c$ D. $0.9c$
2. 一粒子在粒子加速器中被加速，当其动能变为静止能量的 4 倍时，其质量为静止质量的 () 倍.
A. 5 B. 6
C. 4 D. 8
3. 以下说法正确的是：(1) 所有惯性系对物理基本规律都是等价的；(2) 在真空中，光在惯性系的速率与光的频率、光源的运动状态无关；(3) 在任何惯性系中，光在真空中沿任何方向的传播速率都相同 ().

- A. 只有 (1) (2) 是正确的
B. 只有 (1) (3) 是正确的
C. 只有 (2) (3) 是正确的
D. 三种说法都正确

4. 有一均匀带电的细圆弧，其圆心角为 $\frac{2\pi}{3}$ ，测得其圆心 O 处的电场强度大小为 E_0 。今将此圆弧对折，如图，则 O 点电场强度大小为 ()。

- A. $\frac{E_0}{2}$
B. $\frac{2\sqrt{3}E_0}{3}$
C. $\frac{\sqrt{3}E_0}{3}$
D. $2E_0$

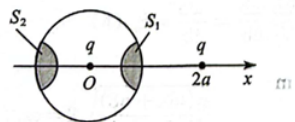


5. 当一个带电导体达到静电平衡时 ().

- A. 表面上电荷密度较大处电势较高
B. 表面曲率较大处电势较高
C. 导体内部的电势比导体表面的电势高
D. 导体内任一点与其表面上任点的电势差等于零

6. 有两个电量都是 $+q$ 的点电荷, 相距为 $2a$ 。今以左边的点电荷所在处为球心, 以 a 为半径作一球形高斯面。在球面上取两块相等的小面积和 S_1, S_2 (法向正方向指向凸面), 其位置如图所示。设通过 S_1, S_2 的电场强度通量分别为 ϕ_1, ϕ_2 , 通过整个球面的电场强度通量为 ϕ_S , 则 ()。

- A. $\phi_1 > \phi_2, \phi_s = \frac{q}{\varepsilon_0}$
 B. $\phi_1 < \phi_2, \phi_s = \frac{q}{\varepsilon_0}$
 C. $\phi_1 = \phi_2, \phi_s = \frac{3q}{\varepsilon_0}$
 D. $\phi_1 < \phi_2, \phi_s = \frac{2q}{\varepsilon_0}$



7. 点电荷 q 放在球形高斯面的中心, 当球形高斯面的半径缩小一半时, 与原球形高斯面相比, 它的 ().

- A. 高斯面上的场强不变, 穿过高斯面的电通量不变
 B. 高斯面上的场强不变, 穿过高斯面的电通量改变
 C. 高斯面上的场强改变, 穿过高斯面的电通量改变
 D. 高斯面上的场强改变, 穿过高斯面的电通量不变

8. 一平行板电容器始终与电压一定的电源相联。当电容器两极板间为真空时, 电场强度为 \vec{E}_0 , 电位移矢量为 \vec{D}_0 , 而当两极板间充满相对介电常量为 ϵ_r 的各向同性均匀电介质时, 电场强度为 \vec{E} , 电位移矢量为 \vec{D} , 则 ().

- A. $\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon}, \vec{D} = \vec{D}_0$
 B. $\vec{E} = \vec{E}_0, \vec{D} = \epsilon_r \vec{D}_0$
 C. $\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon}, \vec{D} = \frac{\vec{D}_0}{\epsilon_r}$
 D. $\vec{E} = \vec{E}_0, \vec{D} = \vec{D}_0$

9. 一球形导体, 带电量为 q , 置于一任意形状的空腔导体中。当用导线将两者连接后, 则系统静电能将 ().

- A. 不变
 B. 增加
 C. 减小
 D. 无法确定

10. 在以下公式里, \vec{E} 是电场强度, 可以说明静电场是保守场的是 ().

- A. $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0$
 B. $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \frac{\sum q}{\epsilon}$
 C. $\oint_L \vec{E} d\vec{S} = 0$
 D. $\oint_L \vec{E} d\vec{S} = \frac{\sum q}{\epsilon}$

二、填空题

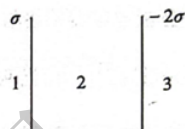
11. 已知惯性系 S' 相对于惯性系 S 以 $0.5c$ 速度沿 x 轴负方向运动, 若从 S' 系的坐标原点 O' 沿 x' 轴正方向发出一光波, 则 S 系中测得此光波在真空中的波速为_____.

12. 设电子的静止质量为 m_0 , 将一个电子从静止加速到速率为 $0.6c$ (c 为真空中光速), 需做功_____.

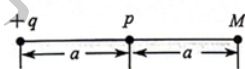
13. 观察者甲以 $0.8c$ (c 为真空中光速) 相对于静止的观察者乙运动。若甲携带一长度为 l 、截面积为 S 、质量为 m 的棒, 这根棒安放在运动方向上, 则甲测得此棒的密度为_____;
 乙测得此棒密度为_____.

14. 有两个静止质量均为 m_0 的粒子, 以 $0.8c$ 的速度相向运动, 对心碰撞后合成一个复合粒子, 则该复合粒子的静止质量 M_0 , 速度大小 =_____.

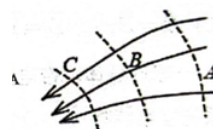
15. 已知某空间电场强度分布为 $\vec{E} = 2x \vec{i} (SI)$, 则坐标原点与 x 轴上 $2m$ 处之间的电势差为_____.
16. 电场强度大小为 E 的均匀电场中有一个半径为 R 的闭合半球面, 这个闭合半球面上的电通量为_____.
17. 两块无限大的均匀带电平行平面, 其电荷面密度分别为 $\sigma (\sigma > 0)$, -2σ , 如图所示, 则两板所夹区域 2 中的电场强度 \vec{E} 的大小为_____.



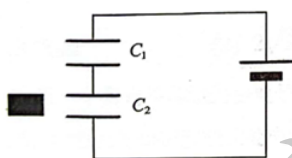
18. 在点电荷 q 的电场中, 若取图中 P 点处为电势零点, 则 M 点的电势为_____.



19. 如图所示, 图中实线为某电场的电场线, 虚线表示等势面, 则 E_A _____ E_C , U_A _____ U_C . (填 $>$, $=$, $<$)



20. 如图所示, 将两个完全相同的电容器 C_1 和 C_2 串联起来, 在电源保持连续时, 将一块介质放进其中一个电容器 C_2 的两极之间, 则 C_1 极板上电荷_____, 则 C_2 极板上电荷_____。(填“增加, 不变, 减少”)



三、计算题

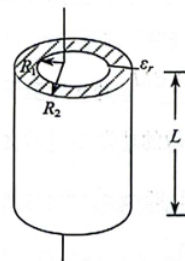
21. 设快速运动的介子的总能量约为 $E=3000MeV$, 而这种介子在静止时的能量为 $E_0=100MeV$ 。若在实验室参考系中这种介子的固有寿命为 $\tau_0 = 2 \times 10^{-6}$, 试求: (1) 介子的运动速度 (2) 介子在衰变前运动的距离 (光速 $c = 3 \times 10^8 m \cdot s^{-1}$)

22. 一半径为 R 的带电球体，其电荷体密度分布为： $\rho = \begin{cases} \frac{qr}{\pi R^2}, & r \leq R \\ 0, & r > R \end{cases}$ q 为一正常数. 试

求：(1) 带电球体的总电量；(2) 球内、外各点的电场强度；(3) 球内、外各点的电势（设无穷远为电势零点）。

23. (1) 一孤立带电导体球电量为 Q ，半径为 R ，求其静电能。(2) 已知电子的电量 $e = -1.6 \times 10^{-19} C$ ，电子的质量 $m_0 = 9.1 \times 10^{-31} kg$ ，假设电子的电荷分布类似孤立的带电导体球，电子的相对论静止能量全部来自静电能，由此估算电子的半径为多少？（ $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} F \cdot m^{-1}$ ）

24. 一个圆柱形电容器，内圆柱半径为 R_1 ，外圆柱筒半径为 R_2 ，长为 $L (L \gg R_2 - R_1)$ ，两圆柱筒间充有相对介电常数为 ϵ_r 的各向同性均匀电介质，如图所示。设内、外圆柱筒单位长度上带电荷（即电荷线密度）分别为 $+$ 和 $-$ ，求 (1) 电介质中电场强度和电位移矢量的大小；(2) 电容器的电容。



2022-2023 学年第二学期阶段 2 考试试卷参考答案

一、选择题

1. C

解析. $x' = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot x = 0.6x$

2. A

解析. $E_k = E - E_0 = 4E_0$ 即 $m'c^2 - mc^2 = 4mc^2$

3. D

解析. 1. 相对性原理 2. 3. 光速不变原理

4. B

解析. 设左半部分在 O 点场强大小为 E, 则有 $2E \cos 30 = E_0, 2E = \frac{2\sqrt{3}}{3}E_0$

5. D

解析. 静电平衡原理

6. B

解析. 取对称位置可知左电荷产生的场强大小相等, 但是右电荷在 1 处起抵消作用, 2 处起叠加作用, 故 2 处电场强度更大

7. D

解析. 略

8. B

解析. 与电源相联故电压不变, 由 $E = \frac{U}{d}$ 知电场强度不变, 电位移矢量变为原来的 ϵ_r 倍

9. C

解析. 导线连接后有电量平衡的过程会消耗能量故静电能减小, 也可以实际设数求解电场强度比较

10. A

解析. 保守场: 沿任意闭合路径线积分为 0

二、填空题 (每题 3 分, 共 30 分)

1. c **解析.** 光速相对任何参考系都不变

2. $\frac{m_0 c^2}{4}$

解析. 做功变为动能, $W = mc^2 - m_0 c^2 = \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.6c}{c}\right)^2}} - 1 \right] m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{4}$

3. $\frac{m}{lS} \frac{25m}{9lS}$

解析. 甲相对于此棒静止 $\rho_1 = \frac{m}{lS}$, 对乙来说, $l' = l \sqrt{1 - \left(\frac{0.8c}{c}\right)^2} = 0.6l$, $m' = \frac{m}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.8c}{c}\right)^2}} = \frac{5m}{3}$ $\rho' = \frac{m'}{l'S} = \frac{25m}{9lS}$

4. $\frac{10m_0}{3}; 0$

解析. 根据动量守恒, 碰撞后速度变为 0: 根据能量守恒 $2 \times \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.8c}{c}\right)^2}} = M_0 c^2$

5. 4V

解析. $V = \int_0^2 E dx = \int_0^2 2x dx = 4V$

6. 0

解析. 高斯定理 $\phi = \int_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q = 0$

7. $\frac{3\sigma}{2\epsilon_0}$

解析. σ 在区域 2 产生的电场 $E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$; σ 在区域 2 产生的电场 $E_2 = \frac{-2\sigma}{2\epsilon_0}$; 所以

$$E = E_1 - E_2 = \frac{3\sigma}{2\epsilon_0}$$

8. $-\frac{q}{8\pi\epsilon_0 a}$

解析. $V_P - V_M = \int_P^M E dl = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{2a} \right) = \frac{q}{8\pi\epsilon_0 a} \Rightarrow V_M = -\frac{q}{8\pi\epsilon_0 a}$

9. < >

解析. 电场线越密集, 场强越大; 电势沿着电场线方向降低。

10. 增大; 增大 **解析.** 插入介质后 $C_1 < C_2$, 因为串联时分配的电压与电容成反比, 所以 $U_1 > \frac{U}{2} > U_2$, C_1 不变, U_1 增大, 所以 Q_1 增大, 电容串联必有 $Q_1 = Q_2$, 所以都增大。

三、计算题

1. (1) $v \approx 0.9994c$; (2) $d \approx 1.798 \times 10^4 \text{ m}$ 。

解析. (1) 介子的运动速度根据相对论能量公式 $E = \gamma E_0$,

得洛伦兹因子: $\gamma = \frac{E}{E_0} = \frac{3000\text{MeV}}{100\text{MeV}} = 30$

由 $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, 解得: $1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{\gamma^2} = \frac{1}{900} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{899}{900} \Rightarrow v = c\sqrt{\frac{899}{900}} \approx 0.99944c$

(2) 介子在衰变前运动的距离实验室参考系中寿命 $\tau = \gamma\tau_0 = 30 \times 2 \times 10^{-6} \text{ s} = 6 \times 10^{-5} \text{ s}$, 运动距离 $d = v\tau \approx 0.99944 \times 3 \times 10^8 \times 6 \times 10^{-5} \approx 1.798 \times 10^4 \text{ m}$ 。

2. (1) $Q = q$;

(2) 球内 $E = \frac{qr^2}{4\pi\epsilon_0 R^4}$, 球外 $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$;

(3) 球外 $V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$, 球内 $V = \frac{q}{12\pi\epsilon_0 R^4} (R^3 - r^3) + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$ 。

解析. (1) 总电量 Q 利用球对称积分体密度: $Q = \int_0^R \frac{qr}{\pi R^4} \cdot 4\pi r^2 dr = q$

(2) 电场强度 \vec{E}

- 球内 ($r \leq R$): 高斯定理得 $E = \frac{qr^2}{4\pi\epsilon_0 R^4}$ (方向径向)。

- 球外 ($r > R$): 高斯定理得 $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ (方向径向)。

(3) 电势 V

- 球外 ($r > R$): $V = \int_r^\infty \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r'^2} dr' = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$

- 球内 ($r \leq R$): $V = \int_r^R \frac{qr'^2}{4\pi\epsilon_0 R^4} dr' + \int_R^\infty \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r'^2} dr' = \frac{q}{12\pi\epsilon_0 R^4} (R^3 - r^3) + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$

3. (1) 静电能 $W = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 R}$;

(2) 电子半径 $r_e \approx 1.4 \times 10^{-15} \text{ m}$ 。

解析. (1) 导体球电荷均匀分布在表面, 电场 $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} (r \geq R)$, $E = 0 (r < R)$ 。

静电能密度 $w_e = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$, 积分得: $W = \int_R^\infty \frac{1}{2}\epsilon_0 \left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\right)^2 \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 R}$ (2) 电子静止能量 $m_0 c^2 = W = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_e}$, 解得:

$$r_e = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 m_0 c^2} = \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{8\pi \times 8.85 \times 10^{-12} \times 9.1 \times 10^{-31} \times (3 \times 10^8)^2} \approx 1.4 \times 10^{-15} \text{ m}$$

4. (1) 电位移 $D = \frac{\lambda}{2\pi r}$, 电场强度 $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r r}$;

(2) 电容 $C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r L}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$ 。

解析. (1) 电介质中电场强度和电位移矢量

- 电位移矢量 \vec{D} : 利用高斯定理, 取半径 r ($R_1 < r < R_2$) 的同轴圆柱面, 有 $\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = D \cdot 2\pi r L = \lambda L$, 解得 $D = \frac{\lambda}{2\pi r}$

- 电场强度 \vec{E} : 由 $\vec{D} = \epsilon_0\epsilon_r \vec{E}$, 得 $E = \frac{D}{\epsilon_0\epsilon_r} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r r}$ 。

(2) 电容器的电容

- 电势差 U : 积分电场求电势差: $U = \int_{R_1}^{R_2} E dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} \ln \frac{R_2}{R_1}$

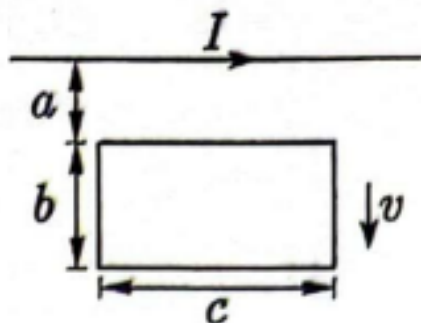
- 电容 C : 总电荷 $Q = \lambda L$, 故 $C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r L}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$ 。

2021-2022 学年第二学期期末考试试卷

一、计算题

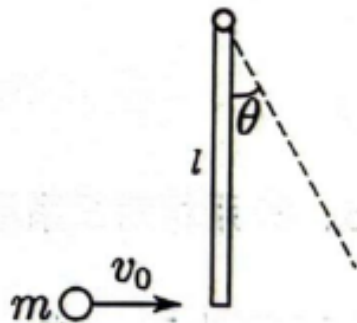
1. 无限长直导线有电流，下方有一线框， t 时刻时，线框位于图示位置，求下列 t 时刻感应电动势：

- (1) 线框以匀速 v 向下运动，导线通恒定电流 I_0 ;
- (2) 线框不动，导线通有电流 $I = I_0 \sin \omega t$;
- (3) 线框以匀速 v 向下运动，导线通有电流 $I = I_0 \sin \omega t$



2. 如图，长为 l ，质量为 M 的均匀细棒可绕过 O 点的转轴在竖直面内自由转动。一质量为 m 的质以初速必沿水平方向运动，与静止在竖直位置的细棒的末端发生完全非弹性碰撞，碰撞后一起摆。求：

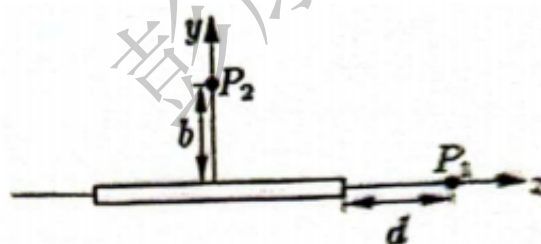
- (1) 碰撞后瞬间两者一起上摆的角速度 ω
- (2) 两者一起上摆的最大角度 θ



3. 一根均匀带电杆，总电量为 Q ，长为 L ，求以下情况所对应的电场

(1) 距离杆近端 d 处的电场

(2) 距离杆中垂线 b 处的电场



4. 已知物体运动方程为 $x = 2t, y = t^3$

(1) 求 $t = 1s$ 时，物体的加速度

(2) 求 $t = 2s$ 时，物体的切向加速度和法向加速度

5. S' 系相对于 S 系沿着 x 轴运动，在 S 系中同一地点时间间隔为 $4s$ ， S' 系中测得两时间间隔为 $5s$

(1) S' 系相对于 S 系的速度

(2) 两事件在 S 系中的空间间隔

二、选择题

1. 物体的运动方程为 $\vec{S}(t) = t\vec{i} + t^2\vec{j} + \frac{t^3}{3}\vec{k}$, 求物体 $t = 1$ s 时的切向加速度大小为 ().

A. $2\sqrt{2}m/s^2$

B. $\sqrt{6}m/s^2$

C. $\sqrt{2}m/s^2$

D. $2m/s^2$

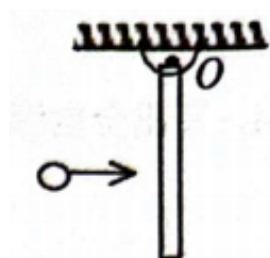
2. 如图所示, 以匀质细杆可绕光滑固定轴 O 旋转, 初始状态为静止悬挂, 现有一个小球自左方水平极大细杆, 设小球与细杆之间为非弹性碰撞, 则在碰撞过程中对细杆和小球这一系统 ()

A. 只有机械能守恒;

B. 只有动量守恒;

C. 只有对转轴 O 的角动量守恒;

D. 机械能, 动量和角动量均守恒



3. 正方形导线边框长为 a , 通有电流 I , 正方形中心磁场强度与 a 的关系 ()

A. $2\sqrt{2}u_0I/\pi a$

B. $\sqrt{2}u_0I/\pi a$

C. $\sqrt{2}u_0I/2\pi a$

D. $2u_0I/\pi a$

4. 电容器以下列两种情况减少两极板距离后, 电场能量怎么变: (1) 连接电源, (2) 断开电源 ()

A. (1) (2)

B. (1), (2)

C. (1) (2)

D. (1) (2)

5. S' 系相对于 S 系以 $0.6c$ 的速度运动, 一粒子固有寿命为 $2 \times 10^{-6}s$, 求 S' 系中粒子寿命 ()

A. 3.3×10^{-6}

B. 1.2×10^{-6}

C. 2.5×10^{-6}

D. 1.6×10^{-6}

三、简答题

1. 一个半径为 R 的接地导体球, 距球心 d 处有一点 $q(q>0)$, 求导体球上感应电荷总量及感应电荷对球心的场强 E .

2. 请写出静电场中电位移矢量的高斯公式, 一句话解释物理意义。

3. 写出洛伦兹变换, 一句话解释物理意义

4. 写出全电流安培定理, 解释物理意义。

5. 一环状电流 I 的半径为 R , 求环心轴线上距离该环心为 x 处的磁场强度。

2021-2022 学年第二学期期末考试试卷参考答案

一、计算题

1. 【解析】(1) 设任意时刻线框上边距离长直导线为 x ,

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_z^{x+b} \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} c \, dr = \frac{\mu_0 I_0 c}{2\pi} \ln \frac{x+b}{x}$$

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 I_0 c}{2\pi} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+b} \right) \frac{dx}{dt} = \frac{\mu_0 I_0 c v}{2\pi} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+b} \right)$$

$$x = a \text{ 时, } \varepsilon_1 = \frac{\mu_0 I_0 c v}{2\pi} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+b} \right)$$

$$(2) \Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} c \, dr = \frac{\mu_0 I_0 c \sin \omega t}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a}$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0 I_0 c \omega \cos \omega t}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a}$$

$$(3) \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{\mu_0 I_0 c v}{2\pi} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+b} \right) - \frac{\mu_0 I_0 c \omega \cos \omega t}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a}$$

2. 【解析】

$$(1) m v_0 l = \left(\frac{1}{3} M l^2 + m l^2 \right) \omega, \quad \therefore \omega = \frac{3 m v_0}{(M+3m)l}$$

$$(2) \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} M l^2 + m l^2 \right) \omega^2 = M g \frac{l}{2} (1 - \cos \theta) + m g l (1 - \cos \theta)$$

$$\text{解得: } \theta = \arccos \left[1 - \frac{3 m^2 v_0^2}{(M+2m)(M+3m)gl} \right]$$

3. 【解析】(1) 电荷线密度 $\lambda = \frac{Q}{L}$

$$E_{P1} = \int_d^{d+L} \frac{\lambda \, dr}{4\pi \varepsilon_0 r^2} = \frac{\lambda}{4\pi \varepsilon_0} \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+L} \right) = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 d(d+L)}$$

(2) 由对称性知, P_2 处电场强度在 y 轴方向的分量为零

$$E_{P2} = \frac{\lambda}{4\pi \varepsilon_0 b} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 b L} \left(\frac{L/2}{\sqrt{b^2 + (L/2)^2}} - \frac{-L/2}{\sqrt{b^2 + (L/2)^2}} \right)$$

$$= \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 b \sqrt{b^2 + (L/2)^2}}$$

4、【解析】

(1)

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} = 2\vec{i} + 3t^2\vec{j} \text{ (SI)}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 6t\vec{j} \text{ (SI)},$$

$$t = 1 \text{ s 时}, \quad \vec{a} = 6\vec{j} \text{ (SI)}$$

$$(2) \quad v = \sqrt{2^2 + (3t^2)^2} = \sqrt{9t^4 + 4} \text{ (SI)}, \quad a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{18t^3}{\sqrt{9t^4 + 4}} \text{ (SI)} \quad t = 1 \text{ s 时},$$

$$a_t = \frac{18}{\sqrt{13}} = 5.0 \text{ m/s}^2, \therefore a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \sqrt{6^2 - \left(\frac{18}{\sqrt{13}}\right)^2} = 3.33 \text{ m/s}^2$$

5、【解析】

$$(1) \quad t' = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow v = c\sqrt{1 - \left(\frac{t}{t'}\right)^2} = c\sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{3}{5}c = 1.8 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$(2) \quad \Delta x' = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{0 - \frac{3}{5}c \times 4}{\sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2}} = -9 \times 10^8 \text{ m}$$

二、选择题

1、

【正解】 B

【解析】 $\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{i} + 2t\vec{j} + t^2\vec{k}, v = \sqrt{1 + 4t^2 + t^4}, a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{8t + 4t^3}{2\sqrt{1 + 4t^2 + t^4}}, t = 1 \text{ s 时}, a_t = \sqrt{6} \text{ m/s}^2$

2、

【正解】 C

【解析】 小球与细杆之间为非弹性碰撞，所以机械能不守恒；在小球与杆碰撞的过程中，除小球与杆的作用外，杆还受到固定转轴 O 点的作用力，作用力既有竖直方向的分力，还有水平方向的分力，小球与杆的系统在水平方向的动量不守恒；杆受到重力与转轴 O 的作用力，力的作用线都过转轴 O 点，小球受到的重力也过 O 点，所以小球与杆组成的系统对转轴 O 的角动量守恒。

3、

【正解】 A

$$\text{【解析】 } B_O = 4 \frac{\mu_0 I}{4\pi(a/2)} (\cos 45^\circ - \cos 135^\circ) = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi a}$$

4、

【正解】 B

【解析】 d 减小，则电容 C 增大

(1) 连接电源，则 U 不变， $W = \frac{1}{2}CU^2$ ，电场能量增大；

(2) 断开电源，则 Q 不变， $W = \frac{Q^2}{2C}$ ，电场能量减小。

5、

【正解】 C

$$\text{【解析】 } t' = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2 \times 10^{-6}}{\sqrt{1 - 0.6^2}} = 2.5 \times 10^{-6} \text{ s}$$

三、简答题

1、

【解析】设球面上的感应电荷总量为 q' ，因导体球接地，球心电势为零

$$U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d} + \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 R} = 0, \quad \therefore q' = -\frac{R}{d}q$$

感应电荷在导体内部产生的电场与球外电荷产生的电场强度大小相等，则感应电荷对球心的场强为 $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d^2}$

2、

【解析】 $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_i$ 物理意义：在静电场中，通过任意闭合曲面的电位移通量等于该闭合曲面内所包围的自由电荷的代数和。

3、

【解析】 S' 系相对于 S 系以不变速度 v 沿 x 轴的正方向运动，当 $t = t' = 0$ 时， S 系和 S' 系的原点互相重合。同一个物理事件在 S 系和 S' 系中的时空坐标由下列关系式相联系：

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - \frac{vx}{c^2}) \end{cases} \quad \begin{cases} x = \gamma(x' + vt') \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \gamma(t' + \frac{vx'}{c^2}) \end{cases}$$

式中 $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, S 系的坐标轴为 $X Y$ 和 Z , S' 系的坐标轴为 $X' Y'$ 和 Z' 。

4、

【解析】

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\text{全}} = I_{\text{传导}} + I_{\text{位移}}$$

物理意义：磁场强度 \vec{H} 沿任意闭合曲线的线积分，等于穿过此曲线限定面积的全电流。

2020—2021 学年第二学期阶段 2 考试试题

一、单选题

1. 有下列几种说法：

- (1) 两个相互作用的粒子系统对某一惯性系满足动量守恒，对另一个惯性系来说，其动量不一定守恒；
- (2) 在真空中，光的速度与光的频率、光源的运动状态无关；
- (3) 在任何惯性系中，光在真空中沿任何方向的传播速度都相同。

上述说法中正确的是 ()。

- A. 只有 (1) (2) 是正确的
- B. 只有 (1) (3) 是正确的
- C. 只有 (2) (3) 是正确的
- D. 3 种说法都是正确的

2. 一根细棒固定在 S' 系中，它与 $O'x$ 轴的夹角 $\theta' = 60^\circ$ 。如果 S' 系以速度 u 沿 Ox 方向相对于 S 系运动， S' 系中观察者测得细棒与 Ox 轴的夹角为 ()。

- A. 等于 60°
- B. 大于 60°
- C. 小于 60°
- D. 当 S' 系沿 Ox 正方向运动时大于 60° ，而当 S' 系沿 Ox 负方向运动时小于 60°

3. 一宇航员要到离地球为 5 光年的星球去旅行。如果宇航员希望把这路程缩短为 3 光年，则他所乘的火箭相对于地球的速度应为 ()。(c 表示真空中光速)

- A. $0.5c$
- B. $0.6c$
- C. $0.8c$
- D. $0.9c$

4. 一个静止质量为 M 的粒子因为内部的原因分解为两个质量相同、分别以 $v = \pm 0.8c$ (c 为真空中光速) 的速度运动的两个粒子，如果这些粒子受到了某种阻力停了下来，则每个粒子的静止质量为 ()。

- A. $0.3M$
- B. $0.4M$
- C. $0.5M$
- D. $0.6M$

5. 把一个静止在质量为 m_0 的粒子，由静止加速到 $0.6c$ (c 为真空中的光速)，需做的功为 ()。

- A. $0.18m_0c^2$
- B. $0.25m_0c^2$
- C. $0.36m_0c^2$
- D. $1.25m_0c^2$

6. 一个点电荷，从静电场中的 a 点移到 b 点，其电势能的变化为零，则 ()。

- A. $a b$ 两点场强一定相等
- B. 该点电荷一定沿等势面移动
- C. $a b$ 两点的电势一定相等
- D. 作用于该点的电场力与其移动方向总是垂直的

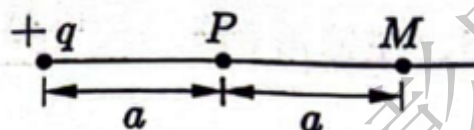
7. 在点电荷 $+q$ 的电场中, 若取图中 P 点处为电势零点, 则 M 点的电势为 ().

A. $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}$

B. $\frac{q}{8\pi\epsilon_0 a}$

C. $-\frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}$

D. $-\frac{q}{8\pi\epsilon_0 a}$



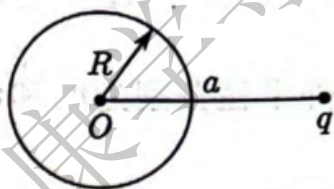
8. 如图 1 所示, 真空中有一半径为 R 的未带电的导体球, 在离球心 O 距离为 a 处 ($a > R$) 放一点电荷 q 。设无穷远处电势为零, 则对导体球球心 O 有 ().

A. $E = 0, U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}$

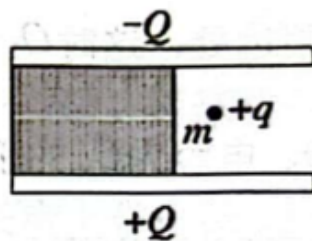
B. $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2}, U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}$

C. $E = 0, U = 0$

D. $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2}, U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$



(1)



(2)

9. 一个大平行板电容器水平放置, 两极板间的一半空间充有各向同性均匀电介质, 另一半为空气, 如图 2, 当两极板上带上恒定的等量异号电荷时, 有一个质量为 m , 带电荷为 $+q$ 的质点, 在极板间的空气区域中处于平衡, 此后, 若把电介质抽去, 则该质点 ().

A. 保持不动

B. 向上运动

C. 向下运动

D. 是否运动不能确定

10. 在以下公式中, \vec{E} 是电场强度, 可以说明静电场有源性的是 ()

A. $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$

B. $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{\sum q_{\text{内}}}{\epsilon_0}$

C. $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$

D. $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_{\text{内}}}{\epsilon_0}$

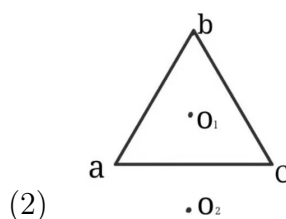
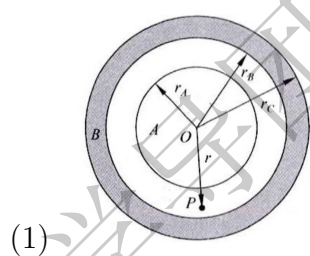
二、填空题

1. 一光子以真空光速 c 运动, 一人以 $0.99c$ (c 表示真空中光速) 的速度去追, 则此人观察到的光子速度大小为 _____.

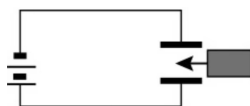
2. 两个惯性系中的观察者 O 和 O' 以 $0.6c$ (c 表示真空中光速) 的相对速度互相接近。如果 O 测得两者的初始距离是 20 米, 则 O' 测得两者经过时间 _____ s 后相遇。

3. 已知一静止质量为 m_0 的粒子, 其固有寿命为实验室测量到的寿命的 $1/n$, 则此粒子的动能为 _____.

4. 一个新发现的新粒子在实验室中以 $0.8c$ (c 表示真空中光速) 的速度飞行了 3 米后衰变, 由一个与该粒子相对静止的观察者来测量, 这个粒子衰变前存在的时间是_____.
5. 在速度 $v =$ _____ 情况下, 粒子的动量等于非相对论动量的两倍.
6. 已知某空间电场强度分布为 $\vec{E} = 2xi$ (SI), 则坐标原点与 x 轴上 2 m 处之间的电势差为_____.
7. 如图 1 所示, 一带电荷量为 q 、半径为 r_A 的金属球 A , 与一原先不带电、内外半径分别为 r_B 和 r_C 的金属球壳 B 同心放置. 则图中 P 点的电场强度大小 $E =$ _____, 如果用导线将 AB 连接起来, 则 A 球的电势 $U =$ _____ (设无穷远处电势为零)



8. 把均匀带电的绝缘细杆分为三段, 拼成如图 2 所示的正三角形, O_1 为重心, 测得 $O_1 O_2$ 两点的电势分别为 u_1 和 u_2 ($O_1 O_2$ 两点与 ac 边对称), 现把 ac 棒移至无限远处, 这时 O_1 和 O_2 两点的电势分别为 $u'_1 =$ _____, $u'_2 =$ _____.
9. 电容为 C_0 的平行板电容器, 接在电路中, 如图所示. 若将相对介电常数为 ϵ_r 的各向同性均匀介质插入电容器中 (填满空间), 则此时电容器的电容为原来的_____倍, 电场能量是原来的_____倍.



10. 在相对介电常数为 ϵ_r 的各向同性均匀介质中, 电位移矢量 \vec{D} 与电场强度 \vec{E} 之间的关系是_____.

三、计算题

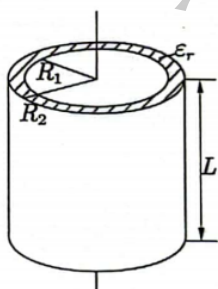
1. 一个电子被电压为 10^6 V 的电场加速后, 其质量为多少? 速率为多大?
(电子电量: 1.6×10^{-19} C; 电子静止质量: 9.1×10^{-31} kg; 真空光速: 3×10^8 m/s).

2. 一艘宇宙飞船的船身固有长度为 $L_0 = 90 \text{ m}$ ，相对于地面以 $v_0 = 0.8c$ 的速度在一观测站的上空飞过. ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$) 求：

- (1) 观测站测得飞船的船身通过观测站的时间间隔是多少？
- (2) 宇航员测得船身通过观测站的时间间隔是多少？

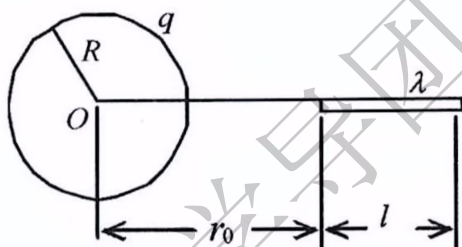
3. 一个圆柱形电容器，内圆柱筒半径为 R_1 ，外圆柱筒半径为 R_2 ，长为 L ($L \gg R_2 - R_1$)，两圆柱筒间充有相对介电常数为 ϵ_r 的各向同性均匀介质，如图所示。设内、外圆柱筒单位长度上带电荷（即电荷线密度）分别为 λ 和 $-\lambda$ 。求：

- (1) 电介质中电场强度和电位移的大小；
- (2) 电容器的电容。



4. 一带电量为 q ，半径为 R 的均匀带电球面，试求：

- (1) 其电场强度分布；
- (2) 如图所示，沿其某一半径方向上有一均匀带电细线，电荷线密度为 λ ，长度为 l ，细线左端离球心距离为 r_0 。设球和线上的电荷分布不受影响，则细线所受球面电荷的电场力和细线在该电场中电势能分别为多少？（设无穷远的电势为零）



2020-2021 学年第二学期阶段 2 考试试题参考答案

一、选择题 (每题 3 分, 共 30 分)

1. C

解析. 根据相对性原理, 物理定律在所有惯性系中具有相同的表达式, 即所有惯性系对运动的描述都是等效的。A 中对另一惯性系, 动量一定守恒。

2. B

解析. 根据相对论的长度收缩效应, 只沿运动方向收缩, 在 S 系中测得细棒与 Ox 轴的夹角为

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{y'}{x' \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} > \frac{y'}{x'} = \tan 60^\circ, \therefore \theta > 60^\circ.$$

3. C

解析.

$$\Delta x = \frac{\Delta x' + u \Delta t}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}, \text{即 } 5 = \frac{3 + 0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}, \therefore u = 0.8c.$$

4. A

解析. 每个粒子的总质量为

$$E = \frac{M}{2}$$

, 静止质量为

$$E_0 = E \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 0.3M$$

5. B

解析.

$$W = E - E_0 = E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - 0.6^2}} - 1 \right) = 0.25m_0c^2$$

6. C

解析. 电势能的变化为零, 则 a, b 两点的电势一定相等

7. D

解析.

$$U_M = \int_{2a}^a \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = -\frac{q}{8\pi\epsilon_0 a}$$

8. A

解析. 导体球内电场强度为零,

$$U_o = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}$$

9. B

解析. 把电介质抽取, 电荷平均分布, 原空气部分电荷面密度变大, 场强变大, 质点向上运动。

10. D

解析. 静电场的高斯定理说明静电场是有源场。

二、填空题 (每题 3 分, 共 30 分)

1. c 解析. 光速不变原理

2. 8.89×10^{-8}

解析.

$$L' = L\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 16\text{m}, \Delta t' = \frac{L'}{v} = \frac{16}{0.6 \times 3 \times 10^8} = 8.89 \times 10^{-8}\text{s}$$

3. $(n-1)m_0c^2$

解析.

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \Rightarrow \frac{\Delta t_0}{\Delta t} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{n}, E_k = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - m_0c^2 = (n-1)m_0c^2$$

4. $7.5 \times 10^{-9}\text{s}$

解析.

$$t = \frac{3}{0.8c}, t' = t\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 7.5 \times 10^{-9}\text{s}$$

5. $\frac{\sqrt{3}}{2}c$

解析.

$$\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}v = 2m_0v \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2}c$$

6. 4V

解析.

$$\Delta U = \int_0^2 2x dx = 4\text{V}.$$

7. $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}; \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_c}$

解析.

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

; 金属球壳内, 外表面的感应电荷为 $-q, q$, 导线将 A, B 连接起来后, 正负电荷中和, A 球是个等势体, 其电势等于球心的电势,

$$U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_c}.$$

8. $\frac{2u_1}{3}; u_2 - \frac{u_1}{3}$

解析. 根据对称性, 三段带电细杆在 O_1 处产生的电势相等, 为 $\frac{u_1}{3}$, ac 在 O_2 处产生的电势也等于 $\frac{u_1}{3}$; 当 ac 移至无限远处时, O_1 的电势为 $u'_1 = 2\frac{u_1}{3}$, O_2 的电势为 $u'_2 = u_2 - \frac{u_1}{3}$

9. $\varepsilon_r; \varepsilon_r$

解析. 插入电介质后, 电容 $C' = \varepsilon_r C_0$, 电压 $U' = U_0$

电场能量 $W' = \frac{1}{2} C' U'^2 = \varepsilon_r \frac{1}{2} C_0 U_0^2 = \varepsilon_r W_0$

10. $\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E}$

三、计算题 (每题 10 分, 共 40 分)

1. **解析.**

(1)

$$E_k = eU = 1.6 \times 10^{-13} \text{ J}, E_k = mc^2 - m_0 c^2 \Rightarrow m = \frac{E_k}{c^2} + m_0 = 2.69 \times 10^{-30} \text{ kg},$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \Rightarrow v = 0.94c$$

2. **解析.** (1)

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}} = 54 \text{ m}, \Delta t_1 = \frac{L}{v_0} = 2.25 \times 10^{-7} \text{ s}$$

(2)

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta t_1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} = 3.75 \times 10^{-7} \text{ s}$$

3. **解析.** (1)

$$E \cdot 2\pi r L = \frac{\lambda L}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_r \varepsilon_0 r}, D = \varepsilon_r \varepsilon_0 E = \frac{\lambda}{2\pi r}$$

(2)

$$U = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_r \varepsilon_0 r} dr = \frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_r \varepsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}, C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi \varepsilon_r \varepsilon_0 L}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

4. **解析.** (1)

$$r < R, E = 0; r > R, E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 r^2}$$

(2)

$$F = \int_{r_0}^{r_0+l} \frac{q\lambda}{4\pi \varepsilon_0 x^2} dx = \frac{q\lambda l}{4\pi \varepsilon_0 r_0(r_0 + l)},$$

方向沿 x 轴正方向

$$dW = \frac{q\lambda dx}{4\pi \varepsilon_0 x}, W = \int_{r_0}^{r_0+l} \frac{q\lambda}{4\pi \varepsilon_0 x} dx = \frac{q\lambda}{4\pi \varepsilon_0} \ln \frac{r_0 + l}{r_0}$$

2020-2021 学年第二学期期末考试 B 卷

一、选择题 (每题 3 分, 共 27 分)

1. 一质点沿 x 轴运动, 其加速度为 $\dot{a} = (5 + 3x^2)\dot{i}$ (m/s²)。如果该质点在 $x = 0$ 处时速度 $\vec{v}_0 = 1.0\dot{i}$ (m/s), 则它运动到 $x = 4.0$ m 处时的速度为 $\vec{v} = (\quad)$ (m/s)。

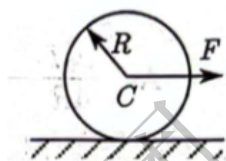
- a) $12\dot{i}$ b) $13\dot{i}$ c) $16\dot{i}$ d) $21\dot{i}$

2. 质量为 m 的物体自空中下落, 它在空中受到的浮力为恒力 F , 下落时受到的空气阻力 $f_{\text{阻}}$ 的大小与速度大小的平方成正比, 即 $f_{\text{阻}} = -\beta v^2$, 其中比例系数 $\beta > 0$ 。则该下落物体的收尾速度 (即最后物体作匀速下落时的速度) 是 ()。

- a) $\sqrt{\frac{mg-F-f_{\text{阻}}}{\beta}}$ b) $\sqrt{\frac{mg-f_{\text{阻}}}{\beta}}$ c) $\sqrt{\frac{mg-F}{\beta}}$ d) $\sqrt{\frac{mg}{\beta}}$

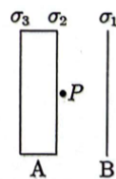
3. 水平桌面上有一半径为 R 、质量为 m 的圆柱体。今用水平拉力 F 垂直于圆柱体的轴线作用于圆柱体的质心 C 上 (如图所示), 使圆柱体在桌面上做纯滚动, 则此圆柱体作纯滚动对其质心的加速度 a_c 的大小为 ()。(已知圆柱体对其中中心轴的转动惯量为 $I = \frac{1}{2}mR^2$)。

- a) $\frac{F}{m}$ b) $\frac{3F}{4m}$
c) $\frac{2F}{3m}$ d) $\frac{F}{2m}$



4. 地面上的观察者, 观测到飞船 A 以速度 2.500×10^8 m/s 从地面上方飞过, 飞船 B 以速度 2.000×10^8 m/s 跟随 A 沿同一方向飞行, 则飞船 B 上的观察者测得 A 的速度为 () (m/s)。

- a) 0.500×10^8 b) 4.500×10^8
c) 1.550×10^8 d) 1.125×10^8



5. 如图所示, A 为一无限大带电导体平板, B 为与导体平板表面平行的无限大均匀带电平面, 其面电荷密度为 σ_1 。静电平衡后, A 板两表面的面电荷密度分别为 σ_2 和 σ_3 , 那么极靠近 A 板右侧面的一点 P 的场强大小为 ()。

- a) $\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}$ b) $\frac{\sigma_2}{\varepsilon_0}$
c) $\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}$ d) $\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}$

6. 一空心导体球壳带电 $+q$, 其内、外半径分别为 R_1 、 R_2 , 现在球心处又放置一个点电荷 $+q$, 设无穷远处电势为零, 则静电平衡后, 导体球壳的电势为 ()。

A. $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_1}$

B. $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$

C. $\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$

D. $\frac{q}{2\pi\epsilon_0 R_2}$

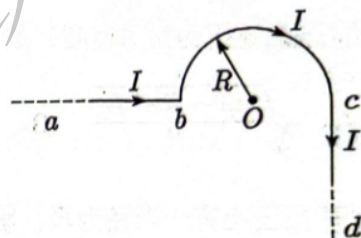
7. 一平行板电容器，极板面积为 S ，间距为 d ，接在电源上并保持电压恒定为 U 。忽略电场的边缘效应，若将极板距离拉开一倍，那么电容器中静电能的增量为（ ）。

A. $+\frac{\epsilon_0 S}{2d} U^2$

B. $+\frac{\epsilon_0 S}{4d} U^2$

C. 0

D. $-\frac{\epsilon_0 S}{4d} U^2$



8. 一根无限长的载流导线被弯曲成如图所示形状，其中 bc 段是半径为 R 的光圆弧，ab 段沿半径方向，cd 段与 ab 段垂直。若导线中的电流强度为 I ，则半圆弧圆心处的磁感应强度的大小为（ ）。

A. $\frac{\mu_0 I}{4R} - \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$

B. $\frac{\mu_0 I}{4R} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$

C. $\frac{\mu_0 I}{4R} - \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

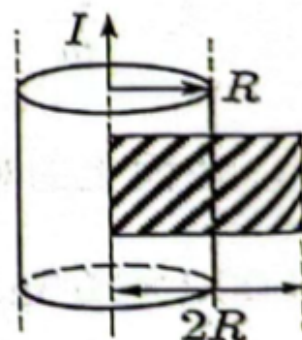
D. $\frac{\mu_0 I}{2R} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$

注：不要问为什么直接跳到 15 题了，问就是圣遗物失传了。。。

二、填空题

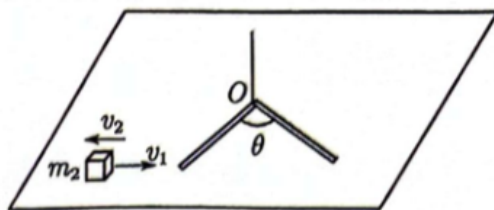
15. A、B 为两个均匀带电的同心半球面，半径分别为 R_A 和 R_B ，所带的电量分别为 Q_A 、 Q_B 。若以无穷远处为零电势点，则球心处的电势为_____。

16. 一半径为 R 的无限长圆柱形导体（相对磁导率为 μ_r ），通有沿轴线方向的电流，电流强度为 I ，且电流在其横截面上均匀分布。今取一矩形平面 S （长为 1m ，宽为 $2R$ ），位置如右图中画阴影部分所示，则通过该矩形平面的磁通量为_____。



三、计算题 (共 5 题, 共 48 分)

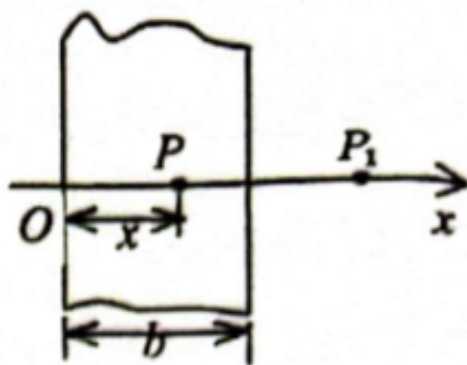
1. (本题 10 分) 有一质量为 m_1 、长为 l 的均匀细棒, 静止平放在滑动摩擦系数为 μ 的水平桌面上, 它可绕通过其端点 O 且与桌面垂直的固定光滑轴转动。另有一水平运动的质量为 m_2 的小滑块, 从侧面垂直于棒与棒的另一端相碰撞, 且碰撞时间极短。已知小滑块在碰撞前后的速度分别为 v_1 和 v_2 , 如图所示。求碰撞后, 细棒从开始转动到停止转动的过程所转过的角度 θ 。(已知棒绕 O 点的转动惯量 $I = \frac{1}{3}m_1l^2$)



2. (本题 9 分) 一固有长度为 $l_0 = 100\text{ m}$ 的宇宙飞船以速率 $v = 0.6c$ 相对于地面沿 xz' 轴匀速运动。当该飞船飞临地面上空时, 船上的宇航员同时打开船头和船尾的信号灯。试通过计算分析:
- (1) 地面上的观测者发现船头、船尾的两信号灯哪个先打开? 并求这两个事件的时间间隔 Δt 和空间间隔 Δz ;
 - (2) 地面上的观测者测得飞船的长度 l 是多少? 并解释 l 与 Δz 相等或不等的的原因。

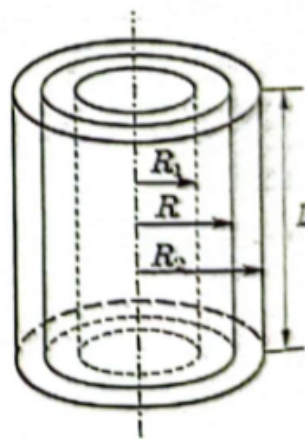
(本题 10 分) 如图所示, 厚度为 b 的“无限大”带电平板, 其电荷体密度为 $\rho = kx^2$ ($0 \leq x \leq b$), 式中 k 为一正的常量。试求:

- (1) 平板外任意点 P_1 处的电场强度;
- (2) 平板内任一点 P 处电场强度;
- (3) 此板左右两面的电势差, 并判断哪一面电势高。



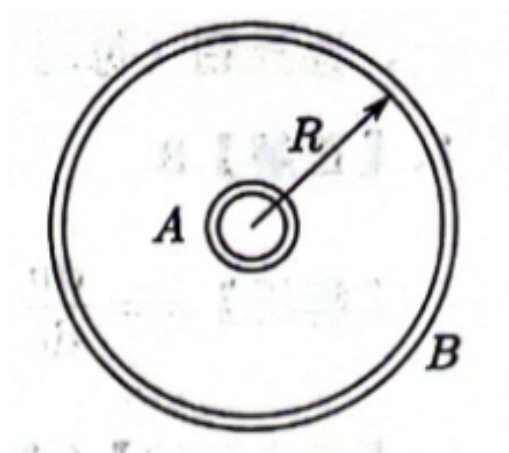
(本题 10 分) 一个圆柱电容器由两个同轴的圆筒形导体极板组成, 内、外极板的半径分别为 R_1 和 R_2 , 电容器的长度为 L , 且 $L \gg (R_2 - R_1)$ 。两极板之间充满了两层均匀介质, 如图所示, 其分界面的半径为 R 。已知内层介质的相对电容率为 $\epsilon_{r1} = 4.0$, 外层电介质的相对电容率为 $\epsilon_{r2} = 2.0$, 若充电后内外极板上所带的电量分别为 $+Q$ 和 $-Q$, 不计电场的边缘效应, 试求:

- (1) 两层介质中电位移矢量和电场强度的分布;
- (2) 该电容器的电容。



(本题 9 分) 如图所示, 一面积为 2.0 cm^2 , 共 50 匝的小圆线圈 A 放在半径为 20 cm , 共 100 匝的大圆线圈 B 的中央, 两圆线圈同心共面。试求:

- (1) 两线圈之间的互感系数;
- (2) 当小线圈 A 中通有电流 $I = 10 \sin(100\pi t)$ (SI) 时, 大线圈 B 中的互感电动势。(已知真空中的磁导率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-1}$)



2020-2021 学年第二学期期末考试 B 卷参考答案

一、选择题 (每题 3 分, 共 27 分)

1. 【正解】 B

【解析】 $a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx},$

$$\int_0^4 (5 + 3x^2) dx = \int_1^v v dv \Rightarrow v = 13 \text{ m/s}.$$

2. 【正解】 C

【解析】 物体匀速下落时, 有 $mg - F - \beta v^2 = 0,$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{mg - F}{\beta}}.$$

3. 【正解】 C

【解析】 由转动定律和纯滚动条件:

$$FR = J\beta = \left(\frac{1}{2}mR^2 + mR^2\right)\beta \Rightarrow \beta = \frac{2F}{3mR},$$

质心加速度 $a_c = \beta R = \frac{2F}{3m}.$

4. 【正解】 D

【解析】 地面为 S 系, 飞船 B 为 S' 系。根据洛伦兹速度变换:

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - \frac{u}{c^2}v_x} = \frac{2.5 \times 10^8 - 2 \times 10^8}{1 - \frac{(2 \times 10^8)(2.5 \times 10^8)}{c^2}} = 1.125 \times 10^8 \text{ m/s}.$$

5. 【正解】 D

【解析】 面电荷密度为 σ 的无限大带电平板在周围产生的场强大小为 $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, 场强指向平板外:

$$P \text{ 点的场强大小为 } E = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}$$

6. 【正解】 D

【解析】 球外的场强大小为 $E = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, 球壳的电势

$$U = \int_{R_2}^{\infty} \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 R_2}$$

7. 【正解】 D

【解析】 U 不变, $d \rightarrow 2d$, 故

$$C' = \frac{\varepsilon_0 S}{2d} = \frac{C}{2}, \quad \Delta W = \frac{1}{2}C'U^2 - \frac{1}{2}CU^2 = -\frac{1}{4}CU^2 = -\frac{1}{4}\frac{\varepsilon_0 S}{d}U^2$$

8. 【正解】 B

【解析】

$$B = B_{ab} + B_{bc} + B_{cd} = 0 + \frac{\mu_0 I}{4R} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

二、填空题 (共 25 分)

15. 【正解】

$$\frac{Q_A}{4\pi\varepsilon_0 R_A} + \frac{Q_B}{4\pi\varepsilon_0 R_B}$$

【解析】 由电势叠加原理可得球心处的电势为:

$$U_0 = \frac{Q_A}{4\pi\varepsilon_0 R_A} + \frac{Q_B}{4\pi\varepsilon_0 R_B}$$

16. 【正解】

$$\frac{\mu_0 I}{4\pi}(1 + 2\ln 2)$$

【解析】 由安培环路定理得磁感应强度大小为:

$$B = \begin{cases} \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}, & (r \leq R) \\ \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, & (r > R) \end{cases}$$

通过该矩形平面的磁通量为:

$$\Phi = \int_0^R \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} dr + \int_R^{2R} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 I}{4\pi} + \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln 2.$$

三、计算题 (共 5 题, 共 48 分)

17. 【解析】

1) 角动量守恒:

$$m_2 v_1 l = \left(\frac{1}{3} m_1 l^2 \right) \omega_0 - m_2 v_2 l$$

解得棒碰撞后的角速度:

$$\omega_0 = \frac{3m_2(v_1 - v_2)}{m_1 l}.$$

2) 绕棒受到的摩擦力矩为:

$$M = - \int_0^l \mu g r \frac{m_1}{l} dr = -\frac{1}{2} \mu m_1 g l.$$

3) 由动能定理:

$$M\theta = 0 - \frac{1}{2}J\omega_0^2 \Rightarrow \theta = \frac{-\left(\frac{1}{3}m_1l^2\right)\left(\frac{3m_2(v_1-v_2)}{m_1l}\right)^2}{\frac{1}{2}\mu m_1gl} = \frac{6m_2^2(v_1-v_2)^2}{\mu m_1^2gl}.$$

18. 【解析】(1) 以地面为 S 系, 飞船为 S' 系, S' 系中 $\Delta t' = 0$, $\Delta x' = l_0 = 100 \text{ m}$

$$\Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{v}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2.5 \times 10^{-7} \text{ s}$$

船头的信号灯先打开

$$\Delta x = \frac{\Delta x' + v\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 125 \text{ m}$$

(2) 由长度收缩公式:

$$l = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 80 \text{ m}$$

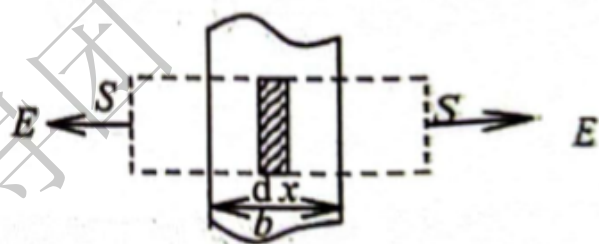
洛伦兹变换反映了同一事件在不同惯性系中的时空坐标之间的关系, 所求得的 Δx 是同一时刻下, 两事件的坐标差值; 而长度收缩与同时性的相对性有关, 是不同惯性系之间进行时间测量的结果, 长度收缩纯属时空性质, 只要相对速度一定, 收缩量就不变。

19. 【解析】(1) 由对称分析知, 平板外两侧场强大小处处相等、方向垂直于平面且背离平面。设场强大小为 E , 作一柱形高斯面垂直于平面。其底面大小为 S , 如图:

$$E \cdot 2S = \frac{1}{\epsilon_0} \int_0^b kx^2 \cdot S dx = \frac{kSb^3}{3\epsilon_0}$$

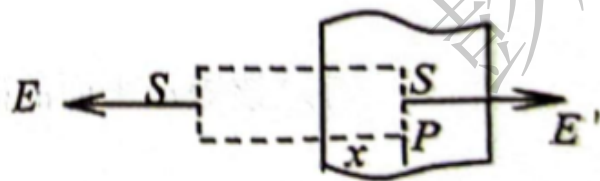
$$\therefore E = \frac{kb^3}{6\epsilon_0}$$

板外两侧



(2) 作高斯面如图所示, 由高斯定理得:

$$(E + E')S = \frac{1}{\epsilon_0} \int_0^x kx^2 \cdot S dx = \frac{kSx^3}{3\epsilon_0}$$



$$\therefore E' = \frac{k}{3\epsilon_0} \left(x^3 - \frac{b^3}{2} \right), \quad (0 < x < b)$$

(3)

$$U = \int_0^b \frac{k}{3\epsilon_0} \left(x^3 - \frac{b^3}{2} \right) dx = -\frac{kb^4}{12\epsilon_0}, \quad \text{右面电势高}$$

20. 【解析】(1) 当 $R_1 < r < R$ 时,

$$D \cdot 2\pi rL = Q \Rightarrow \vec{D} = \frac{Q}{2\pi rL} \mathbf{e}_r, \quad \vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}} = \frac{Q}{8\pi \epsilon_0 rL} \mathbf{e}_r$$

当 $R < r < R_2$ 时,

$$\vec{D} = \frac{Q}{2\pi rL} \mathbf{e}_r, \quad \vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon_0 \epsilon_{r2}} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 rL} \mathbf{e}_r$$

(2) 电势差计算:

$$U = \int_{R_1}^R \frac{Q}{8\pi \epsilon_0 rL} dr + \int_R^{R_2} \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 rL} dr = \frac{Q}{8\pi \epsilon_0 L} \ln \frac{R_2^2}{R_1 R}$$

电容为:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{8\pi \epsilon_0 L}{\ln \frac{R_2^2}{R_1 R}}$$

21. 【解析】(1) 设线圈 B 中有电流 I 通过, 圆心处磁感应强度为:

$$B = N_B \frac{\mu_0 I}{2R}$$

穿过线圈 A 的磁链为:

$$\Psi_A = N_A B S_A = N_A N_B \frac{\mu_0 I}{2R} S_A$$

互感系数为:

$$M = \frac{\Psi_A}{I} = N_A N_B \frac{\mu_0}{2R} S_A = 3.14 \times 10^{-6} \text{ H}$$

(2)

$$\varepsilon_{12} = -M \frac{dI_1}{dt} = -1000\pi M \cos(100\pi t) = -9.9 \times 10^{-8} \cos(100\pi t) \text{ (SI)}$$

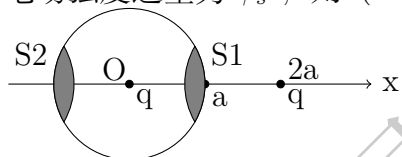
2017-2018 学年第二学期期末考试 A 卷

一、单选题 (2*10)

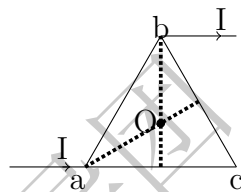
1. 一质点沿 x 轴运动, 其速度与时间的关系为: $v = 4 + t^2$ (m/s), 当 $t = 3$ s 时, 质点位于 $x = 9$ m 处, 则质点的运动方程为 ().
 A. $x = 4t + \frac{1}{3}t^3 - 12$ (m)
 B. $x = 4t + \frac{1}{2}t^2$ (m)
 C. $x = 2t + 3$ (m)
 D. $x = 4t + \frac{1}{3}t^3 + 12$ (m)
2. 对质点系有以下几种说法:
 (1) 质点系总动量的改变与内力无关;
 (2) 质点系总动能的改变与内力无关;
 (3) 质点系机械能的改变与保守内力无关;
 (4) 质点系总势能的改变与保守内力无关。
 在上述说法中 ().
 A. 只有 (1) 是正确的
 B. (2) 和 (3) 是正确的
 C. (1) 和 (4) 是正确的
 D. (1) 和 (3) 是正确的
3. 一均质细杆可绕垂直它且离其一端 $l/4$ (l 为杆长) 的水平固定轴 O 在竖直平面内转动。杆的质量为 m , 当杆自由悬挂时, 给它一个起始角速度 ω_0 , 如杆恰能持续转动而不作往复摆动则需要 (已知细杆绕轴 O 的转动惯量 $J = 7ml^2/48$, 一切摩擦不计) ().
 A. $\omega_0 \geq 4\sqrt{\frac{3g}{7l}}$
 B. $\omega_0 \geq 4\sqrt{\frac{g}{l}}$
 C. $\omega_0 \geq \frac{4}{3}\sqrt{\frac{g}{l}}$
 D. $\omega_0 \geq \sqrt{\frac{12g}{l}}$
4. 有两个半径相同, 质量相等的圆环 A 和 B, A 环的质量分布均匀, B 环的质量分布不均匀。它们对通过环心并与环面垂直的轴的转动惯量分别为 J_A 和 J_B , 则 ().
 A. $J_A > J_B$
 B. $J_A < J_B$
 C. $J_A = J_B$
 D. 不能确定 J_A J_B 哪个大
5. 粒子在加速器中被加速, 当其质量为静止质量的 3 倍时, 其动能为静止能量的 () 倍。
 A. 2
 B. 3
 C. 4
 D. 5
6. 一平行板电容器始终与电压一定的电源相联。当电容器两极板间为真空时, 电场强度为 \vec{E}_0 , 电位移为 \vec{D}_0 , 而当两极板间充满相对介电常量为 ϵ_r 的各向同性均匀电介质时, 电场强度为 \vec{E} , 电位移为 \vec{D} , 则 ().

- A. $\vec{E} = \vec{E}_0/\epsilon_r, \vec{D} = \vec{D}_0$
 B. $\vec{E} = \vec{E}_0, \vec{D} = \epsilon_r \vec{D}_0$
 C. $\vec{E} = \vec{E}_0/\epsilon_r, \vec{D} = \vec{D}_0/\epsilon_r$
 D. $\vec{E} = \vec{E}_0, \vec{D} = \vec{D}_0$

7. 有两个电量都是 $+q$ 的点电荷，相距为 $2a$ 。今以左边的点电荷所在处为球心，以 a 为半径作一球形高斯面。在球面上取两块相等的小面积 S_1 和 S_2 （法向正方向指向凸面），其位置如图所示。设通过 S_1 和 S_2 的电场强度通量分别为 ϕ_1 和 ϕ_2 ，通过整个球面的电场强度通量为 ϕ_s ，则（ ）。

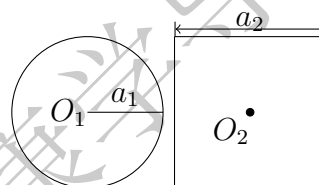


- A. $\phi_1 > \phi_2, \phi_s = q/\epsilon_0$
 B. $\phi_1 < \phi_2, \phi_s = q/\epsilon_0$
 C. $\phi_1 < \phi_2, \phi_s = 3q/\epsilon_0$
 D. $\phi_1 < \phi_2, \phi_s = 2q/\epsilon_0$
8. 边长为 l ，电阻均匀的导线构成的正三角形导线 abc ，通过彼此平行的长直导线 1 和 2 与电源相连，导线 1 和 2 分别与导线框在 a 点和 b 点相接，导线 1 和线框的 ac 边的延长线重合。导线 1 和 2 上的电流为 I ，如图所示。令长直导线 1 2 和导线框中电流在线框中心 O 点产生的磁感应强度分别为 \vec{B}_1, \vec{B}_2 和 \vec{B}_3 ，则 O 点的磁感应强度大小（ ）。



- A. $B = 0$ ，因为 $B_1 = B_2 = B_3 = 0$
 B. $B = 0$ ，因为 $\vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0, B_3 = 0$
 C. $B \neq 0$ ，因为虽然 $\vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0$ ，但 $B_3 \neq 0$
 D. $B \neq 0$ ，因为虽然 $B_3 = 0$ ，但 $\vec{B}_1 + \vec{B}_2 \neq 0$
9. E 和 E_v 分别表示静电场和有旋电场的电场强度，下列关系式中正确的是（ ）。
- A. $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0, \oint \vec{E}_v \cdot d\vec{l} = 0$
 B. $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \neq 0, \oint \vec{E}_v \cdot d\vec{l} = 0$
 C. $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \neq 0, \oint \vec{E}_v \cdot d\vec{l} \neq 0$
 D. $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0, \oint \vec{E}_v \cdot d\vec{l} \neq 0$

10. 半径为 a_1 的载流圆形线圈与边长为 a_2 的方形载流线圈, 通有相同的电流 (电流均为顺时针方向), 若两线圈中心 O_1 和 O_2 的磁感应强度大小相同, 则半径与边长之比 $a_1 : a_2$ 为 ().



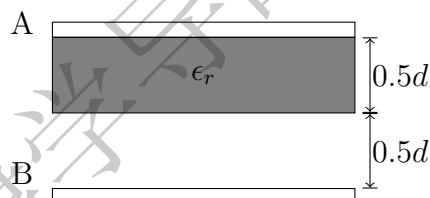
- A. $1 : 1$
C. $\sqrt{2}\pi : 4$

- B. $\sqrt{2}\pi : 1$
D. $\sqrt{2}\pi : 8$

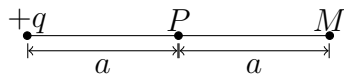
二、填空题 (2*10)

- 质量为 $m = 0.5 \text{ kg}$ 的质点, 在 XOY 坐标平面内运动, 其运动方程为 $x = 5t, y = 0.5t^2$ (SI), 从 $t = 2 \text{ s}$ 到 $t = 4 \text{ s}$ 这段时间内, 外力对质点作的功为 _____ 焦耳。
- 一质点从静止出发, 沿半径 $R = 3 \text{ m}$ 的圆周运动, 切向加速度大小 $a_t = 3 \text{ m/s}^2$ 保持不变。当总加速度与半径成角 45° 时, 所经过的时间 $t =$ _____ 秒。
- 一根长为 l , 质量为 m 的均质细杆竖立在地面上, 如果此杆以下端接地处 O 为轴转动而倒下, 则杆的上端 A 到达地面时的速率为 _____。
- 一轻绳绕在半径为 r 的定滑轮边缘, 定滑轮竖直悬挂, 滑轮的转动惯量为 J , 滑轮与转轴间的摩擦不计。如以质量为 m 的物体挂在绳端, 则滑轮的角加速度为 _____。
- 空间有一粒子以光速 c 运动, 设其相对论能量为 E ; 相对论动量为 p , 则 $E/p =$ _____。

6. 平行板电容器的极板 A 和极板 B 面积均为 S , 相距为 d , 电介质的相对介电常数为 ϵ_r , 介质的厚度和位置如图所示, 则此电容器的电容为 _____。



7. 在点电荷 q 的电场中, 若取图中 P 点处为电势零点, 则 M 点的电势为 _____。



- 半径为 r 的导线圆环中载有电流 I , 置于磁感应强度为 B 的均匀磁场中, 若磁场方向与环面垂直, 则圆环所受的合力为 _____, 力矩为 _____。
- 一无铁芯的长直密绕螺线, 在保持其半径和总匝数不变的情况下, 把螺线管稍拉长一些, 考虑不漏磁的理想情况下, 则它的自感系数将 _____。(变小、不变、变大)

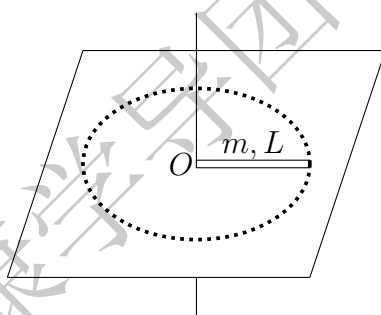
四、计算题 (6*10)

1. 一木块质量 $M = 1 \text{ kg}$ 置于水平面上，一质量 $m = 2 \text{ g}$ 的子弹以 500 m/s 的速度水平击穿木块，速度减为 100 m/s ，木块沿水平方向滑行了 20 cm ，(子弹击穿木块时间不计，忽略摩擦生热) 求：

- (1) 子弹的动能减少多少；
- (2) 木块与水平面间的摩擦系数。

2. 如图所示，一根质量均匀分布的细棒长为 L ，质量为 m 。现将细棒放在粗糙的水平桌面上，棒可绕过其端点 O 的竖直轴转动，已知棒与桌面的摩擦系数为 μ ，棒的初始角速度为 ω_0 ，试求：

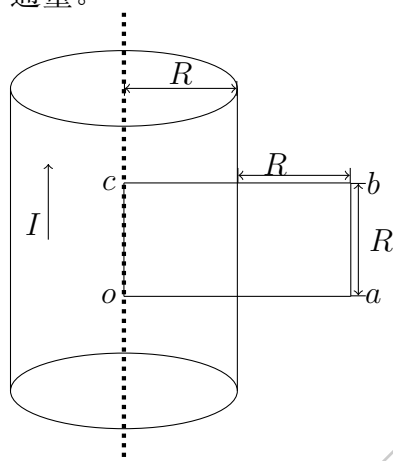
- (1) 细棒对给定轴的转动惯量；
- (2) 细棒绕轴转动时所受到的摩擦力矩；
- (3) 细棒从角速度 ω_0 开始到停止转动所经过的时间。



3. 在 6000 m 的高空大气层中产生一个 π 介子, 以速度 $v = 0.998c$ 飞向地球, 假定该 π 介子在其自身的静止系中的寿命等于其平均寿命为 $2 \times 10^{-6} \text{ s}$ 。试问
- (1) 地球上的观察者观测到的该 π 介子的寿命是多少?
 - (2) 试判断该 π 介子能否到达地面, 并指明其原因。(已知 $\sqrt{1 - 0.998^2} = 0.0632$, 真空中光速 $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$)。

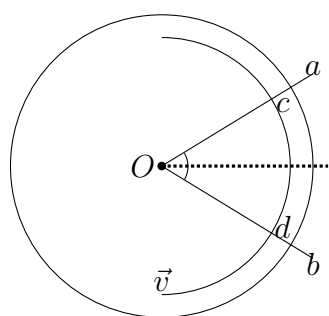
4. 电荷分布在半径为 R 的球体内, 电荷量体密度为 $\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right)$, 式中 ρ_0 为常量, r 为球心到球内一点的距离, 试求: (1) 空间各点电场强度的大小; (2) 球面处的电势。

5. 如图所示，在半径为 R 的长直圆柱导体中，通过的电流为 I ，电流沿轴向方向，且在截面上的分布是均匀的，求：(1) 空间各处磁感应强度的分布；(2) 通过 $oabco$ 面的磁通量。



6. 在垂直图面的圆柱形空间内有一随时间均匀变化的匀强磁场，其磁感应强度的方向垂直图面向里 (图中未示出)。在图面内有两条相交于 O 点夹角为 60° 的直导线 Oa 和 Ob ，而 O 点则是圆柱形空间的轴线与图面的交点。此外，在图面内另有一半径为 r 的半圆环导线在上述两条直导线上以速度 \vec{v} 匀速滑动。 \vec{v} 的方向与 $\angle aOb$ 的平分线一致，并指向 O 点 (如图)。在时刻 t ，半圆环的圆心正好与 O 点重合，此时磁感应强度的大小为 B ，磁感应强度大小随时间的变化率为 k (k 为正数)。求

- (1) 此时半圆环导线与两条直线所围成的闭合回路 $cOdc$ 中的动生电动势；
- (2) 此时闭合回路 $cOdc$ 中的感生电动势；
- (3) 此时闭合回路 $cOdc$ 中的总感应电动势。



2017-2018 学年第二学期期末考试 A 卷参考答案

一、选择题 (30 分, 每题 3 分, 共 10 题)

1. A

2. D

解析. 根据质点系的动量定理知, 质点组的总动量的改变只与质点组所受到的外力有关, 与内力无关, (1) 正确; 根据质点系的动能定理知, 质点组总动能的变化等于质点组受到的外力和内力做功之和, 与内力有关, (2) 错误; 根据质点系的机械能守恒律知, 质点组的机械能与保守内力无关, (3) 正确; 质点系总势能的改变与保守内力有关, 例如双星系统, (4) 错误。

3. A

解析. $\frac{1}{2} \left(\frac{7}{48} ml^2 \right) \omega_0^2 - 0 \geq mg \frac{l}{2}$, 则 $\omega_0 \geq 4\sqrt{\frac{3g}{7l}}$

4. C

解析. $J = \int r^2 dm = r^2 \int dm = mr^2$, 两圆环半径相等, 质量相等, 则 $J_A = J_B$.

5. A

解析. $E_k = mc^2 - m_0c^2 = 3m_0c^2 - m_0c^2 = 2m_0c^2 = 2E_0$.

6. B

解析. 电容器与电源相联, 电压 U 不变, 则电场强度 $E = \frac{U}{d}$ 不变, $\vec{E} = \vec{E}_0$, $D = \varepsilon_0 \varepsilon_r E = \varepsilon_r D_0$

7. B

解析. 由高斯定理知, $\phi_s = q/\varepsilon_0$; 由于面积 S_1 和 S_2 相等且很小, 场强可视为均匀, 为该点场强, $E_1 = 0, E_2 > 0, \therefore \phi_1 < \phi_2$.

8. D

解析. 导线框中电流在 O 点产生的磁感应强度相抵消为零, $B_3 = 0$; 导线 1 和 2 在 O 点产生的磁感应强度大小不等、方向相反, $\vec{B}_1 + \vec{B}_2 \neq 0, \therefore B \neq 0$.

9. D

10. D

解析. $B_1 = \frac{\mu_0 I}{2a_1}, B_2 = 4 \frac{\mu_0 I (\cos \frac{\pi}{4} - \cos \frac{3\pi}{4})}{4\pi(a_2/2)} = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi a_2}, \frac{\mu_0 I}{2a_1} = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi a_2}$, 则 $\frac{a_1}{a_2} = \frac{\sqrt{2}\pi}{8}$

二、填空题 (共 30 分)

1. 3

解析. $v = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = \sqrt{25 + t^2}(\text{SI}), \quad A = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = 3 \text{ J}$

2. 1

解析. 当总加速度与半径成角 45° 时, 切向加速度大小等于法向加速度大小, $a_n = \frac{v^2}{R} = 3 \text{ m/s}^2$, $v = 3 \text{ m/s}, t = \frac{v}{a_t} = 1 \text{ s}$.

3. $\sqrt{3gl}$

解析. $mg\frac{l}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}ml^2\right)\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3g}{l}}, v_A = \omega l = \omega = \sqrt{3gl}$

4. $\frac{mgr}{J+mr^2}$

解析. $mg - T = ma, \quad Tr = J\beta, \quad a = \beta r, \quad \beta = \frac{mgr}{J+mr^2}$

5. c

解析. $\frac{E}{p} = \frac{mc^2}{mc} = c$

6. $\sigma/2\epsilon_0, 3\sigma/2\epsilon_0, \sigma/2\epsilon_0$

解析. $E_1 = \frac{Q}{\epsilon_0\epsilon_r S}, E_2 = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$

$$C = \frac{Q}{U_1 + U_2} = \frac{Q}{E_1\frac{d}{2} + E_2\frac{d}{2}} = \frac{2\epsilon_0\epsilon_r S}{(1 + \epsilon_r)d}$$

7. $-\frac{q}{8\pi\epsilon_0 a}$

解析. $U = \int_{2a}^a E dr = -\frac{q}{8\pi\epsilon_0 a}$

8. 0; 0

解析. 磁场方向与环面垂直, 由对称性所受合力为零, 在环上任取一点, 该点受力方向与 r 共线, 则力矩为 0

9. 变小

解析. $L = \mu\frac{N^2}{l}S, l \text{ 增大}, L \text{ 变小}$

三、计算题 (共 40 分)

1. 解析.

$$(1) E_{k1} - E_{k2} = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_2^2 = 240 \text{ J}$$

$$(2) \text{ 击穿时间不计, 水平方向动量守恒, } mv_1 = mv_2 + Mu, -\mu Mgs = 0 - \frac{1}{2}Mu^2, \text{ 则 } \mu = 0.16$$

2. 解析.

- (1) 细棒对给定轴的转动惯量为 $J = \int_0^l x^2 \cdot \frac{m}{l} dx = \frac{1}{3} ml^2$;
- (2) 细棒绕轴转动时所受到的摩擦力矩 $M = - \int_0^l \mu \frac{m}{l} g x dx = -\frac{1}{2} \mu m g l$;
- (3) $M = J\beta$, 解得 $\beta = -\frac{\frac{1}{2} \mu m g l}{\frac{1}{3} ml^2} = -\frac{3\mu g}{2l}$, 由 $0 = \omega_0 - \frac{3\mu g}{2l} t$ 得: $t = \frac{2\omega_0 l}{3\mu g}$

3. 解析.

$$(1) t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2 \times 10^{-6}}{\sqrt{1 - 0.998^2}} = 3.16 \times 10^{-5} \text{ s}$$

(2) 在 π 介子静止系中, π 介子是静止的。地球则以速度 v 接近介子,

在 t_0 时间内, 地球接近的距离为 $d = vt_0 = 0.998 \times 3 \times 10^8 \times 2 \times 10^{-6} = 598.8 \text{ m}$

$$d_0 = 6000 \text{ m} \text{ 经洛伦兹收缩后的值为 } d'_0 = d_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 379 \text{ m}$$

$d > d'_0$, 所以 π 介子能到达地球。

4. 解析.

(1) 由高斯定理, 得:

$$r \leq R \text{ 时, } E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_0^r \rho_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right) 4\pi r^2 dr = \frac{\rho_0 \pi (4R - 3r)r^3}{3\varepsilon_0 R}, \therefore E = \frac{\rho_0 r (4R - 3r)}{12\varepsilon_0 R}$$

$$r > R \text{ 时, } E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_0^R \rho_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right) 4\pi r^2 dr = \frac{\rho_0 \pi R^3}{3\varepsilon_0}, \therefore E = \frac{\rho_0 R^3}{12\varepsilon_0 r^2}$$

$$(2) U = \int_R^\infty \frac{\rho_0 R^3}{12\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{\rho_0 R^2}{12\varepsilon_0}$$

5. 解析.

(1) 由安培环路定理, 得离轴线 r 处的磁感应强度大小:

$$r \leq R \text{ 时, } B \cdot 2\pi r = \mu_0 \frac{\pi r^2}{\pi R^2} I, \therefore B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

$$r > R \text{ 时, } B \cdot 2\pi r = \mu_0 I, \therefore B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$(2) \Phi = \int_0^R \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} R dr + \int_R^{2R} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} R dr = \frac{\mu_0 I R}{4\pi} + \frac{\mu_0 I R}{2\pi} \ln 2 .$$

6. 解析.

(1) 取顺时针为正, 动生电动势为: $\varepsilon_{i1} = \int_c^d (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = v B \overline{cd} = v B r$, 顺时针

(2) $\varepsilon_{i2} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt} \left(B \cdot \frac{1}{2} r^2 \frac{\pi}{3} \right) = -\frac{1}{6} \pi r^2 \frac{dB}{dt} = -\frac{1}{6} \pi r^2 k$, 逆时针

(3) $\varepsilon = \varepsilon_{i1} + \varepsilon_{i2} = v B r - \frac{1}{6} \pi r^2 k$, $\varepsilon > 0$ 时, 顺时针, 反之, 逆时针

2012-2013 学年第二学期期末考试 A 卷

一、选择题 (30 分, 每题 3 分, 共 10 题)

1. 质点以速度 $v = 4 + t^2$ m/s 作直线运动, 沿质点运动直线作 OX 轴, 并已知 $t = 3$ s 时, 质点位于 $x = 9$ m 处, 则该质点的运动学方程为: ().

A. $x = 3t$

B. $x = 4t + t^2/2$

C. $x = 4t + t^3/3 - 12$

D. $x = 4t + t^3/3 + 12$

2. 力 $\vec{F} = (3\vec{i} + 5\vec{j})$ N 其作用点的位置矢量为 $\vec{r} = (4\vec{i} - 3\vec{j})$ m, 则该力对坐标原点的力矩大小为: ().

A. -3 N · m

B. 29 N · m

C. 19 N · m

D. 3 N · m

3. 一特殊弹簧, 弹性力 $F = -kx^3$, k 为劲度系数, x 为形变量。现将弹簧水平放置于光滑的平面上, 一端固定, 一端与质量为 m 的滑块相连而处于自然状态, 今沿弹簧长度方向给滑块一个冲量, 使其获得一速度 v , 则弹簧压缩的最大长度为: ().

A. $\left(\frac{4mv}{k}\right)^{\frac{1}{4}}$

B. $\left(\frac{2mv^2}{k}\right)^{\frac{1}{4}}$

C. $\sqrt{\frac{m}{k}} v$

D. $\sqrt{\frac{k}{m}} v$

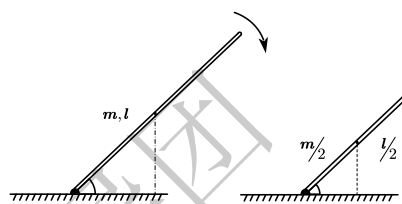
4. 一根质量为 m , 长为 l 的细而均匀的棒, 其下端绞接在水平地板上并竖直的立起, 如让它掉下, 则棒将以角速度 ω 撞击地板, 如果将同样的棒截成长为 $l/2$ 的一段, 初始条件不变, 则它撞击地板时的角速度最接近于: ().

A. 2ω

B. $\sqrt{2} \omega$

C. ω

D. $\omega/\sqrt{2}$



5. 关于狭义相对论, 下列几种说法中叙述错误的是: ().

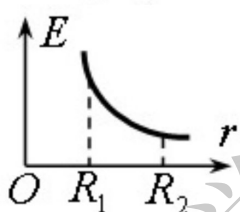
A. 一切运动物体的速度都不能大于真空中的光速;

B. 在任何惯性系中, 光在真空中沿任何方向的传播速率都相同;

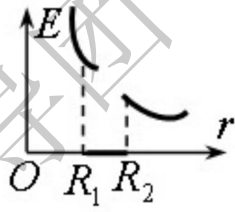
C. 在真空中, 光的速度与光源的运动状态无关;

D. 在真空中, 光的速度与光的频率有关

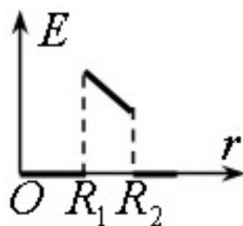
6. 两个均匀带电的同心球面, 半径分别为 R_1 R_2 ($R_1 < R_2$), 小球面带电 Q , 大球面带电 $-Q$, 下列各图中正确表示了电场分布的是: ().



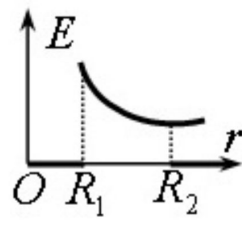
A



B



C

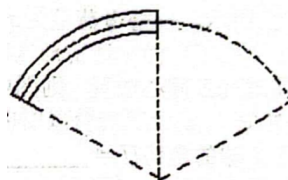


D

7. 磁场的高斯定理 $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ 说明了下面表述正确的是: ().

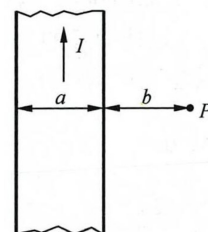
- A. 穿入闭合曲面 S 的磁感应线条数必然等于穿出的磁感应线条数;
- B. 穿入闭合曲面 S 的磁感应线条数不等于穿出的磁感应线条数;
- C. 一根磁感应线可以终止在闭合曲面 S 内;
- D. 一根磁感应线不可能完全处于闭合曲面 S 内

8. 有一均匀带电的绝缘体细圆弧, 其圆心角为 $\frac{2\pi}{3}$, 测得其圆心 O 处的电场强度大小为 E_0 , 今将此圆弧对折, 如图, 则 O 点电场强度大小为: ().



- A. $\frac{E_0}{2}$
- B. $2E_0$
- C. $\frac{\sqrt{3}E_0}{3}$
- D. $\frac{2\sqrt{3}E_0}{3}$

9. 如图所示, 有一无限长通有电流的薄平直铜片, 宽度为 a , 厚度不计, 电流 I 在铜片上均匀分布, 在铜片外与铜片共面, 离铜片右边缘为 b 处的 P 点的磁感应强度 B 的大小为: ().



- A. $\frac{\mu_0 I}{2\pi(a+b)}$
- B. $\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \ln \frac{a+b}{b}$
- C. $\frac{\mu_0 I}{2\pi b} \ln \frac{a+b}{a}$
- D. $\frac{\mu_0 I}{2\pi a(a/2+b)}$

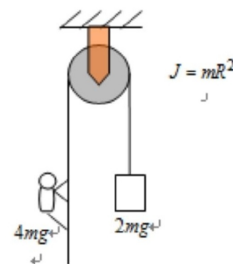
10. 对位移电流, 有下列四种说法, 请指出哪一种说法正确: ().

- A. 位移电流是由变化的电场产生的;
- B. 位移电流是由线性变化的磁场产生的;
- C. 位移电流产生焦耳热;
- D. 位移电流的磁效应不服从安培环路定理

二、填空题 (共 30 分)

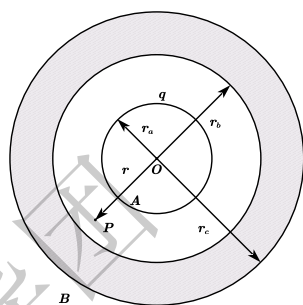
1. 质量为 m 的物体, 初速极小, 在外力作用下从原点起沿 x 轴正向运动, 所受外力方向沿 x 轴正向, 大小为 $F = kx$ 。物体从原点运动到坐标为 x_0 点的过程中所受外力冲量的大小为 _____。

2. 如图所示, 一条轻质细绳绕过一个半径为 R , 转动惯量为 mR^2 的定滑轮 (轮轴光滑), 一端系着一个质量为 $2m$ 的物体, 另一端有质量为 $4m$ 的人抓住绳子相对于绳子匀速向上爬, 则物体的加速度大小为 _____; 若人相对于地面匀速向上爬, 则物体的加速度大小为 _____。

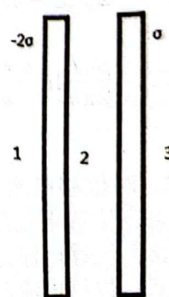


3. 一个人站在转动的转台中央, 在他伸出的两个手中各握有一个重物, 若此人向着胸部缩回他的双手及重物, 忽略所有摩擦, 则系统的转动惯量 _____, 系统的转动角速度 _____, 系统的角动量 _____, 系统的转动动能 _____。(填增大、减小或不变)

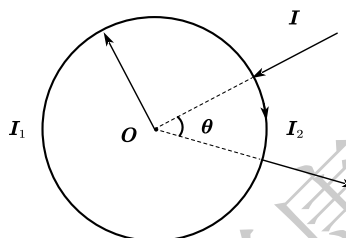
4. 设电子的静止质量为 m_0 ，将一个电子从静止加速到速率为 $0.6c$ (c 为真空中光速)，需做功 _____。在速度 $v =$ _____ 的情况下电子的动能等于它的静止能量。
5. 如图所示，一带电荷量为 q ，半径为 r_A 的金属球 A ，与一原先不带电、内外半径分别为 r_B 和 r_C 的金属球壳 B 同心放置。则图中 P 点的电场强度大小 $E =$ _____。如果用导线将 $A B$ 连接起来，则 A 球的电势 $U =$ _____。(设无穷远处电势为零)



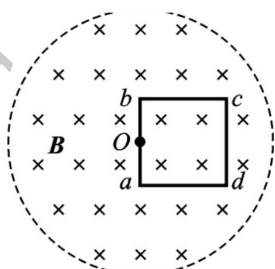
6. 两块无限大的均匀带电平行平板，其电荷面密度分别为 σ ($\sigma > 0$) 及 -2σ ，如图所示，试写出各区域的电场强度 \vec{E} 的大小：1 区 \vec{E} 的大小 _____；2 区 \vec{E} 的大小 _____；3 区 \vec{E} 的大小 _____。



7. 载流导线在平面内分布，弯成如下图所示形状。导线中通有电流为 I 、 I_1 、 I_2 ，它们在点 O 的磁感应强度大小为 _____。

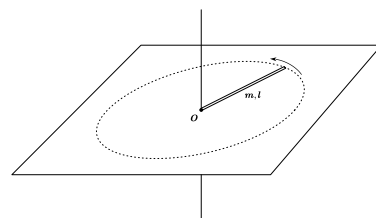


8. 圆柱形区域内存在一匀强磁场 B ，且以恒定变化率 $\frac{dB}{dt}$ 减小，一边长为 1 的正方形导体框 $abcd$ 置于该磁场中，框平面与磁场垂直，圆柱形匀强磁场中心 O 位于 ab 的中心，如图所示，则 c 处有旋电场强度大小 $E_c =$ _____； dc 段上的感生电动势大小 $\varepsilon_{dc} =$ _____。



三、计算题

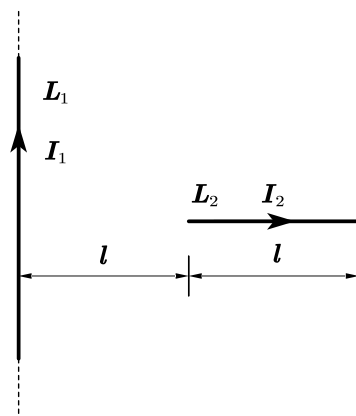
1. 如图所示，一根质量均匀分布的细棒长为 L ，质量为 m 。现将细棒放在粗糙的水平桌面上，棒可绕过其端点 O 的垂直轴转动，已知棒与桌面的摩擦系数为 μ ，棒的初始角速度为 ω_0 ，试求：(1) 细棒对给定轴的转动惯量；(2) 细棒绕轴转动时所受到的摩擦力矩；(3) 细棒从角速度 ω_0 开始到停止转动所经过的时间。



2. 设快速运动的介子的能量约为 $E = 3000\text{MeV}$ ，而这种介子在静止时的能量 $E_0 = 100\text{MeV}$ 。若种介子的固有寿命为 $\tau_0 = 2 \times 10^{-6}\text{g}$ ，试将介子衰变前运动的距离。

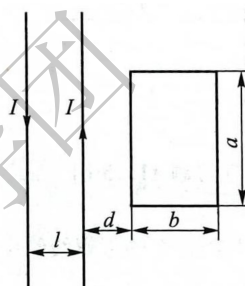
3. 电荷分布在半径为 R 的球体内，电荷量体密度为 $\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right)$ ，式中 ρ_0 为常量， r 为球心到球内一点的距离，试求：(1) 球内、球外的电场强度大小；(2) 电场强度的最大值。

4. 如图所示，一无限长直导线 L_1 载有电流 I_1 ，旁边有与它垂直且共面的一段导线 L_2 ， L_2 长为 l ，载有电流 I_2 ，靠近 L_1 的一端到 L_1 的距离也是 l ，试求： L_1 上的电流作用在 L_2 上的力的大小及方向。



5. 两根无限长的平行输电线，相距为 l ，载有大小相等而方向相反的电流 $I = I_0 \cos \omega t$ ；旁边有一长为 a ，宽为 b 的矩形线圈，它们在同一平面内，长边与输电线平行，到最近一条的距离为 d ，如图所示，试求：

- (1) 导线与矩形线圈的互感系数；
- (2) 矩形线圈中的感应电动势。



2012-2013 学年第二学期期末考试 A 卷参考答案

一、选择题 (30 分, 每题 3 分, 共 10 题)

1. C

解析. $\frac{dx}{dt} = 4 + t^2$, 由条件积分得 $x = 4t + \frac{1}{3}t^3 - 12$

2. B

解析. $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = (3\vec{i} + 5\vec{j}) \times (4\vec{i} - 3\vec{j}) = 29(\text{N} \cdot \text{m})$

3. B

解析. $\int_0^t kx^2 dx = \frac{1}{2}mv^2$, 解得 $l = \left(\frac{2mv^2}{k}\right)^{\frac{1}{4}}$

4. B

解析. 转动过程机械能守恒, 故 $mg \cdot \frac{l}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}ml^2 \cdot \omega^2$, $\frac{m}{2} \cdot g \cdot \frac{l}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{m}{2} \left(\frac{l}{2}\right)^2 \cdot \omega'^2$

所以 $\omega' = \sqrt{2}\omega$

5. D

解析. 在真空中, 光的速度和光的频率以及光源的运动无关

6. D

解析. 根据高斯定理, 小球内部和大球外部的电荷量是均为 0, 只有两球之间具有电场强度 $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, 故选 D

7. A

解析. A 是磁场高斯定理的一种表述形式。磁感应线是闭合曲线, 因此没有终止, 并且一个闭合曲面可以将它完全包覆

8. D

解析. 记 $\frac{\pi}{3}$ 圆心角对圆心 O 的电场强度大小为 E, 当未对折时, 根据电场强度的矢量合成, $E_0 = \sqrt{3}E$, 故对折后, $E' = 2E = \frac{2\sqrt{3}}{3}E_0$

9. B

解析. 将铜片看作是由无数个无限长直流导线组成的, $dB = \frac{\mu I}{2\pi a(x+b)} dx$, $B = \int_0^a \frac{\mu I}{2\pi a(x+b)} dx$,
解得 $B = \frac{\mu I}{2\pi a} \ln \frac{a+b}{b}$

10. A

解析. 位移电流是由变化的电场产生的, 不具备热效应, 磁效应服从安培环路定理

二、填空题 (共 30 分)

1. $x_0\sqrt{mk}$

解析. 冲量等于动量, 因为初速度极小, 故 $W = \int Fdx = \int_0^{x_0} kxdx = \frac{1}{2}mv^2$,

解得: $v = \sqrt{\frac{k}{m}}x_0$, 所以 $I = mv = x_0\sqrt{mk}$

2. $\frac{2}{7}g, \frac{2}{3}g$

解析. 当人相对绳子匀速向上,

对人: $4mg - T_1 = 4ma$, 对物体: $T_2 - 2mg = 2ma$

对滑轮: $(T_1 - T_2)R = J\beta = mR^2\beta$, 而 $a = R\beta$, 联立解得: $a = \frac{2}{7}g$

若人相对地面匀速向上,

对人: $4mg - T_1 = 0$, 对物体: $T_2 - 2mg = 2ma$

对滑轮: $(T_1 - T_2)R = J\beta = mR^2\beta$, 而 $a = R\beta$, 联立解得: $a = \frac{2}{3}g$

3. 减小, 增大, 不变, 增大

解析. 人将手及重物缩回, R 减小, 因此转动惯量减小; 转动动能为 $\frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2}(J\omega)\omega$, 根据角动量守恒, 角动量不变, 转动角速度增大, 因而转动动能增大

4. $0.25m_0c^2, \frac{\sqrt{3}}{2}c$

解析.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 1.25$$

所做的功是电子的动能,

$$E_k = E - E_0 = (\gamma - 1)m_0c^2 = 0.25m_0c^2$$

当电子的动能等于它的静止能量,

$$E_k = (\gamma - 1)m_0c^2 = m_0c^2, \gamma = 2, \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

解得 $v = \frac{\sqrt{3}}{2}c$

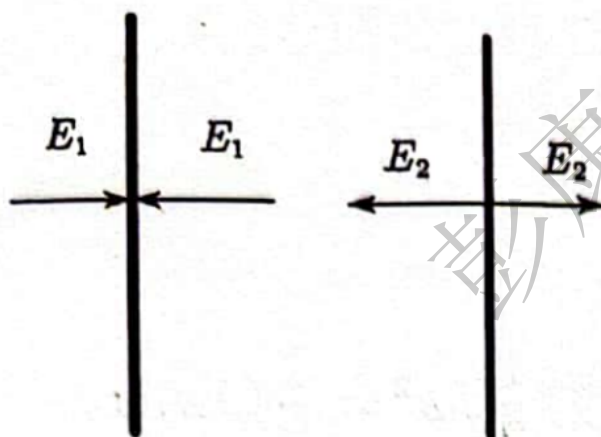
5. $q/4\pi\epsilon_0r^2, q/4\pi\epsilon_0rc$

解析. 根据高斯定理: $E \cdot 4\pi r^2 = q/\epsilon_0$;

当金属球壳 B 内侧感应出电荷 $-q$, 外侧出现电荷 q , 用导线将 A 和 B 连接起来后, 正负电荷中和。此时, A 球的电势为球壳外侧电荷产生的, 且整个 A 球是个等势体, 球心电势即为 A 球电势, 因此 $U = q/4\pi\epsilon_0rc$

6. $\sigma/2\epsilon_0, 3\sigma/2\epsilon_0, \sigma/2\epsilon_0$

解析. 记向右为正方向, 分别单独考虑两个版产生的电场,



$$E_1 = \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0}, \quad E_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

1 区: $E = \sigma/\varepsilon_0 - \sigma/2\varepsilon_0 = \sigma/2\varepsilon_0$, 方向向右;

2 区: $E = -\sigma/2\varepsilon_0 - \sigma/\varepsilon_0 = -3\sigma/2\varepsilon_0$, 方向向左;

3 区: $E = \sigma/2\varepsilon_0 - \sigma/\varepsilon_0 = -\sigma/2\varepsilon_0$, 方向向左;

7. $\frac{\mu_0 I_1 (2\pi - \theta) - \mu_0 I_2 \theta}{4\pi R}$

解析. 长直电流经过 O 点时, $Id\vec{l} \times \vec{r} = 0$, 因此它在点 O 产生的磁场为零, O 点处的磁感应强度为圆弧电流所激发

故

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2R} \cdot \frac{2\pi - \theta}{2\pi} - \frac{\mu_0 I_2}{2R} \cdot \frac{\theta}{2\pi}$$

8. $\frac{\sqrt{5}}{4} \frac{dB}{dt}, \frac{1}{2} l^2 \frac{dB}{dt}$

解析.

$$\oint \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = 2\pi \frac{\sqrt{5}}{2} l \cdot E_k = - \iint \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S} = -\pi \left(\frac{\sqrt{5}}{2} l \right)^2 \frac{dB}{dt}$$

则感生电场的强度大小为 $E_k = \frac{\sqrt{5}}{4} \frac{dB}{dt}$;

对于非闭合导线 dc , 构建 dc 、 co 、 od 闭合回路, 故感生电动势的大小

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{1}{2} l^2 \frac{dB}{dt}$$

三、计算题 (共 40 分)

1. 解析.

- (1) 细棒对给定轴的转动惯量为 $J = \int_0^l x^2 \cdot \frac{m}{l} dx = \frac{1}{3} ml^2$;
- (2) 细棒绕轴转动时所受到的摩擦力矩 $M = - \int_0^l \mu \frac{m}{l} g x dx = - \frac{1}{2} \mu m g l$;
- (3) $M = J\beta$, 解得 $\beta = - \frac{\frac{1}{2} \mu m g l}{\frac{1}{3} ml^2} = - \frac{3\mu g}{2l}$, 由 $0 = \omega_0 - \frac{3\mu g}{2l} t$ 得: $t = \frac{2\omega_0 l}{3\mu g}$

2. 解析.

根据 $E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$, 可得 $\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{E}{E_0} = 30$,

解得: $v = 2.995 \times 10^8 \text{ m/s}$

介子的运动时间为: $\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 30\tau_0$, 故运动距离 $l = vt = 1.797 \times 10^4 \text{ m}$

3. 解析.

(1) 当 $r < R$ 时, 球内的电荷大小 $q(r) = \int_0^r 4\pi r^2 \rho dr = \left(\frac{4}{3} \pi r^3 - \frac{\pi r^4}{R} \right) \rho_0$,

电场强度大小 $E = \frac{q}{4\pi r^2 \epsilon_0} = \left(\frac{1}{3} r - \frac{r^2}{4R} \right) \frac{\rho_0}{\epsilon_0}$;

当 $r \geq R$ 时, 球内的电荷大小 $Q = \int_0^R 4\pi r^2 \rho dr = \frac{1}{3} \pi R^3 \rho_0$

电场强度大小 $E = \frac{q}{4\pi r^2 \epsilon_0} = \frac{R^3}{12r^2 \epsilon_0}$

(2) 根据题 (1) 求导判断出, 当 $r = \frac{2}{3} R$ 时, 电场强度大小取得最大值, $E = \frac{R\rho_0}{9\epsilon_0}$

4. 解析.

无限长直导线 L_1 的磁感应强度大小为 $B = \frac{\mu I_1}{2\pi x}$, $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$

$F = \int_l^{2l} \frac{\mu I_1 I_2}{2\pi x} dx = \frac{\mu I_1 I_2}{2\pi} \ln 2$, 根据左手定则, 方向向上

5. 解析.

(1) 设通过线圈的磁通量为 Φ , 则 $d\Phi = B dS = \frac{\mu_0 I_0 \cos \omega t}{2\pi} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+l} \right) a dr$,

故 $\Phi = \frac{\mu_0 a I_0 \cos \omega t}{2\pi} \int_d^{d+b} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+l} \right) dr = \frac{\mu_0 a I_0 \cos \omega t}{2\pi} \ln \frac{(d+b)(d+l)}{d(d+b+l)}$,

所以互感系数 $M = \frac{\Phi}{I_0 \cos \omega t} = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln \frac{(d+b)(d+l)}{d(d+b+l)}$

(2) $\epsilon = - \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 I_0 \omega a \sin \omega t}{2\pi} \ln \frac{(d+b)(d+l)}{d(d+b+l)}$