0.1 電子ボルト及び電子の速度

電子の EOM(一次元 x 軸方向)

$$
\begin{aligned}
m\frac{dv}{dt} &= e\frac{dV}{dx}, \quad \left(v = \frac{dx}{dt}\right) \\
\int mv\frac{dv}{dt}dt &= \int ev\frac{dV}{dx}dt \\
\int_{v_0}^{v} &= \int_0^{V_0} edV \\
\Leftrightarrow \left[\frac{1}{2}mv^2\right]_{v_0}^{v} &= [eV]_0^{V_0} \\
\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 &= eV_0 \\
(\text{初速度}v_0\text{は}0\text{とする}) \\
\frac{1}{2}mv^2 &= eV_0 \ \ [\mathrm{J}]
\end{aligned}
$$

電子が 1 [V] の電位差の間を通った時に得られるエネルギーは 1.602×10^{-19} [J]
これを 1 [eV(電子ボルト)] と定義する。
電子の速度は

$$
v = \sqrt{\frac{2eV_0}{m}} \ \ [\mathrm{m/s}]
$$

1　静磁場中の電子の運動

ベクトル積 (外積)

点 O から $\boldsymbol{A}$,$\boldsymbol{B}$ が角度 θ をなして存在している。
$\boldsymbol{A}$ と $\boldsymbol{B}$ によって作られる平行四辺形の面積 S は、

$$S = |\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|\sin\theta$$

このとき、平行四辺形に垂直に交わるベクトル $\boldsymbol{C}$ は、

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} = -\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{A}$$

となる。
よって、

$$\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} = -\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{A}$$
$$(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}) \times \boldsymbol{D} = \boldsymbol{A} \times \boldsymbol{D} + \boldsymbol{B} \times \boldsymbol{D}$$
$$\boldsymbol{A} = (A_x, A_y, A_z) \quad \boldsymbol{B} = (B_x, B_y B_z)$$

ここで、x, y, z方向の単位ベクトル$\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$を考えると、

$$\boldsymbol{i} \times \boldsymbol{j} = \boldsymbol{k}, \boldsymbol{j} \times \boldsymbol{k} = \boldsymbol{i}, \boldsymbol{k} \times \boldsymbol{i} = \boldsymbol{j}, \boldsymbol{i} \times \boldsymbol{i} = \boldsymbol{0}$$

$\boldsymbol{i}$,$\boldsymbol{j}$,$\boldsymbol{k}$ は $Cyclic$ である。

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{A} &= A_x\boldsymbol{i} + A_y\boldsymbol{j} + A_z\boldsymbol{k}, \boldsymbol{B} = B_x\boldsymbol{i} + B_y\boldsymbol{j} + B_z\boldsymbol{k} \\
\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} &= (A_x\boldsymbol{i} + A_y\boldsymbol{j} + A_z\boldsymbol{k}) \times (B_x\boldsymbol{i} + B_y\boldsymbol{j} + B_z\boldsymbol{k}) \\
&= A_xB_y\boldsymbol{i} \times \boldsymbol{j} + A_xB_z\boldsymbol{i} \times \boldsymbol{k} + A_yB_x\boldsymbol{j} \times \boldsymbol{i} + A_yB_z\boldsymbol{j} \times \boldsymbol{k} + A_zB_x\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{i} + A_zB_y\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{j} \\
&= (A_yB_z - A_zB_y)\boldsymbol{i} + (A_zB_x - A_xB_z)\boldsymbol{j} + (A_xB_y - A_yB_x)\boldsymbol{k} \\
&= (A_yB_z - A_zB_y, A_zB_x - A_xB_z, A_xB_y - A_yB_x) \\
&= \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \\
&= \sum_{j,k=1}^{3} \varepsilon_{ijk} A_j B_k
\end{aligned}$$

1.1 磁場による電子の加速

◎ローレンツ力磁場中で速度 v [m/s] で動く電子は力を受ける。この力をローレンツ力という。

$$\boldsymbol{F} = -e\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} \quad (\boldsymbol{B} : \text{磁束密度})$$

電子の EOM は

$$\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} = -\frac{e}{m}\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$$

成分表示:$\boldsymbol{r} = (x, y, z), \boldsymbol{v} = (v_x, v_y, v_z), \boldsymbol{B} = (B_x B_y, B_z)$とおく。

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{e}{m}\left(v_y B_z - v_z B_y\right) \\ \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{e}{m}\left(v_x B_z - v_z B_x\right) \\ \frac{d^2z}{dt^2} = -\frac{e}{m}\left(v_x B_y - v_y B_x\right) \end{cases}$$