

BARISAN DAN DERET

MATERI AJAR

1. BARISAN ARITMETIKA
2. BARISAN GEOMETRI
3. DERET ARITMETIKA
4. DERET GEOMETRI
5. SISIPAN
6. DERET GEOMETRI TAK HINGGA

1. BARISAN ARITMETIKA

A. BARISAN BILANGAN ADALAH :

BILANGAN YANG DISUSUN MENURUT SUATU ATURAN TERTENTU.

CONTOH :

1. 1,2,3,4,5,... BARISAN BILANGAN.....
2. 0,1,2,3,4,... BARISAN BILANGAN.....
3. 1,3,5,7,9,... BARISAN BILANGAN.....
4. 2,4,6,8,10,.. BARISAN BILANGAN.....

LANJUTANNYA

5. 1,3,6,10,15,.....BARISAN BILANGAN.....
6. 1,4,9,16,25,.....BARISAN BILANGAN.....
7. 2,6,12,20,30,...BARISAN BILANGAN.....

TENTUKAN RUMUS SUKU KE-N NYA (U_N)

BARISAN ARITMETIKA

ADALAH BARISAN BILANGAN YANG
MEMPUNYAI BEDA YANG TETAP ANTARA DUA
SUKU BERURUTAN. NOTASINYA $(b) = \text{BEDA}$

CONTOH :

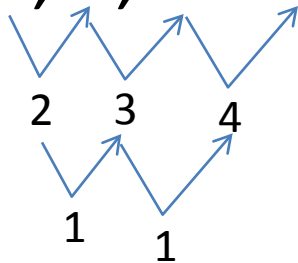
1. 1,3,5,7,...
2. 2,4,6,8,...
3. 1,5,9,13,...
4. 10,8,6,4,... DLL

SUKU KE-N BARISAN ARITMETIKA

CONTOH :

Tentukan suku ke-n barisan Aritmetika

1, 3, 6, 10, Solusi :



Misalkan $U_n = an^2 + bn + c$

maka $U_1 = a + b + c$

$$U_2 = 4a + 2b + c$$

$$U_3 = 9a + 3b + c$$

$$U_4 = 16a + 4b + c$$

buat seperti diagram disamping diperoleh hasil sebagai berikut

$$a = \frac{1}{2} \quad b = \frac{1}{2} \quad \text{dan} \quad c = 0 \Rightarrow U_n = \frac{1}{2}n(n+1)$$

RUMUS SUKU KE-N BARISAN ARITMETIKA

$$U_n = a + (n - 1)b$$

Contoh 2

Tentukan suku ke 30 dari barisan 1, 3, 6, 10,.....

$$\begin{aligned}U_{30} &= \frac{1}{2}(30)[30 + 1] \\&= 15(31) \\&= 465\end{aligned}$$

2. BARISAN GEOMETRI

Adalah :

Barisan bilangan yang mempunyai rasio (Pembanding) yang tetap antara dua suku yang berurutan dan dinotasikan dengan r

CONTOH 1.

1. 1,3,9,27,.....

2. 1,2,4,8,.....

3. 1,5,25,125,.....DLL

RUMUS SUKU KE-N BARISAN GEOMETRI

$$U_n = ar^{n-1}$$

CONTOH 1

Tentukan suku ke- 10 dari barisan geonetri
1,3,9,27,.....

Jawab :

$$a = 1$$

$$r = 3$$

$$n = 10$$

$$U_n = ar^{n-1}$$

$$U_{10} = 1(3)^{10-1}$$

$$U_{10} = 3^9 = 19.683$$

3. DERET ARITMETIKA

BENTUK UMUM DERET ARITMETIKA

$$a + a + b + a + 2b + \dots + a + (n-1)b$$

Jika U_n = suku ke - n. U_t = suku tengah

dan S_n = Jumlah n suku pertama deret Aritmetika maka :

$$1. \quad U_n = a + (n - 1)b$$

$$2. \quad S_n = \frac{n}{2}(a + U_n) = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$$

$$3. \quad U_t = \frac{a + U_n}{2}$$

$$4. \quad U_n = S_n - S_{n-1}$$

$$5. \quad b = U_n - U_{n-1}$$

CONTOH 1

Diketahui barisan Aritmetika 5, 8, 11, ..., 125, 128, 131.
suku tengahnya adalah.....

- A. 21
- B. 22
- C. 42
- D. 43
- E. 68

JAWAB

PEMBAHASAN:

$$\text{SUKU TENGAH} = U_t = \frac{a + U_n}{2}$$

$$U_t = \frac{5 + 131}{2}$$

$$U_t = 68$$

CONTOH 2

Jumlah semua bilangan - bilangan bulat diantara 100 dan 300 yang habis dibagi 5 ialah

- A. 8.200
- B. 8.000
- C. 7.800
- D. 7.600
- E. 7.400

JAWAB

Bilangan - bilangan bulat diantara 100 dan 300 yang habis dibagi 5 ialah 105, 110, 115, 295 jadi

$$a = 105$$

$$b = 5$$

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$U_n = 295$$

$$295 = 105 + (n - 1)5 \text{ didapat } n = 39$$

$$\begin{aligned} \text{Jadi } S_n &= \frac{n}{2} (a + U_n) = \frac{39}{2} (105 + 295) \\ &= 7.800 \end{aligned}$$

4. DERET GEOMETRI

BENTUK UMUM DERET GEOMETRI

$$a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}$$

Jika U_n = suku ke - n, U_t = suku tengah dan S_n = Jumlah n suku pertama deret geometri maka :

1. $U_n = ar^{n-1}$

2. $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ untuk $r < 1$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \text{ untuk } r > 1$$

3. $U_t = \sqrt{aU_n}$

4. $U_n = S_n - S_{n-1}$

5. $r = \frac{U_n}{U_{n-1}}$

CONTOH 1

Jika $k + 1$, $k - 1$, $k - 5$ membentuk deret geometri maka harga yang dapat diberikan pada k ialah.....

- A. -3
- B. -2
- C. 2
- D. 3
- E. 4

JAWAB

Deret Geometri $k + 1, k - 1, k - 5$

$$r = \frac{k - 1}{k + 1} = \frac{k - 5}{k - 1} \quad \Leftrightarrow \quad (k - 1)^2 = (k - 5)(k + 1)$$

$$\Leftrightarrow k^2 - 2k + 1 = k^2 - 4k - 5$$

$$\Leftrightarrow \quad \quad \quad 2k = -6$$

$$\Leftrightarrow \quad \quad \quad k = -3$$

CONTOH 2

Jika suku pertama deret geometri adalah $\sqrt[3]{m}$ dengan $m > 0$ sedangkan suku ke - 5 adalah m^2 , maka suku ke - 21 adalah.....

A. $m^8 \sqrt[3]{m^2}$

D. $m^2 \sqrt[3]{m^2}$

B. $m^6 \sqrt[3]{m^2}$

E. $\sqrt[3]{m^2}$

C. $m^4 \sqrt[3]{m^2}$

JAWAB

$$a = \sqrt[3]{m} = m^{\frac{1}{3}} \text{ sedangkan } U_5 = ar^4 = m^2$$

$$m^{\frac{1}{3}} \cdot r^4 = m^2 \Leftrightarrow r^4 = m^{\frac{5}{3}}$$

$$\Leftrightarrow U_{21} = ar^{20} = a(r^4)^5$$

$$= m^{\frac{1}{3}} \cdot (m^{\frac{5}{3}})^5$$

$$= m^{\frac{1}{3}} \cdot (m^{\frac{25}{3}})$$

$$= m^{\frac{26}{3}} = m^{8\frac{2}{3}} = m^8 \sqrt[3]{m^2}$$

5. SISIPAN

CONTOH :

Antara dua suku yang berurutan pada barisan 3,18,33,... disisipkan 4 buah bilangan sehingga Berbentuk barisan Aritmetika yang baru. Jumlah 7 suku pertama dari barisan yang terbentuk Adalah.....

A. 78


D. 87

B. 81

E. 91

C. 84

PEMBAHASAN

3, , 18
Yang disisipkan

$$a=3$$

$$U_6 = a + 5b = 18$$

$$3 + 5b = 18 \Leftrightarrow b = 3$$

$$S_7 = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$$

$$= \frac{7}{2}(2.3 + 6.3)$$

$$= \frac{7}{2}(24)$$

$$= 84$$

6. DERET GEOMETRI TAK HINGGA

Jika deret itu Konvergen maka gunakan rumus

$$-1 < r < 1$$

Jika yang ditanyakan Jumlahnya gunakan rumus

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

CONTOH 1

Sebuah bola tenis dijatuhkan kelantai dari tempat yang tingginya 1 meter. Setiap kali setelah Bola itu memantul, ia mencapai ketinggian yang sama dengan dua pertiga dari tinggi yang dicapainya sebelum pantulan terakhir. Panjang lintasan Bola itu sampai ia berhenti adalah.....

A. 2m

D. ∞

B. 3m

E. Semua salah

C. 5m

PEMBAHASAN

Panjang Lintasan $S_{\infty} = 1 + 2\left(\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} + \dots\right)$

$$S_{\infty} = 1 + 2 \cdot \frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3}}$$

$$S_{\infty} = 1 + 4$$

$$S_{\infty} = 5$$

TIPS MENJAWAB SOAL

$$S = \text{Jatuh pertama} \times \frac{\text{Jumlah perbandingan}}{\text{Selisih perbandingan}}$$

Untuk soal yang tadi dapat diselesaikan dengan TIPS

$$S = 1 \times \frac{3+2}{3-2} = 5$$

