Київський національний університет імені Тараса Шевченка

#### КРЕНЕВИЧ А.П.

# Методичні вказівки до лабораторних занять із дисципліни «Алгоритми і структури даних»

для студентів механіко-математичного факультету

#### Рецензенти: доктор фіз.-мат. наук, професор доктор фіз.-мат. наук,

Рекомендовано до друку	вченою ра	адою механіко-математично	oso
	факульп	nemy	
(протокол № _	від	201 року)	

#### Креневич А.П.

Методичні вказівки до лабораторних занять із дисципліни «Алгоритми і структури даних» для студентів механіко-математичного факультету— К.: ВПЦ "Київський Університет", 2018.— с.

Посібник містить перелік завдань для самостійної роботи з дисципліни «Алгоритми і структури даних», що викладається студентам механікоматематичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Він містить завдання для засвоєння основних понять цього курсу, таких як рекурентні співвідношення, рекурсія, аналіз складності алгоритмів, лінійні рекурсивні структури даних, графи, дерева, динамічне програмування тощо.

Для студентів механіко-математичного факультету та викладачів, які проводять заняття з курсу «Алгоритми і структури даних».

# **3MICT**

СТУП	4
ИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ	5
АБОРАТОРНА РОБОТА 1. РЕКУРЕНТНІ СПІВВІДНОШЕННЯ ТА РЕКУРСІЯ	7
АБОРАТОРНА РОБОТА 2. СКЛАДНІСТЬ АЛГОРИТМІВ	9
АБОРАТОРНА РОБОТА З. ЛІНІЙНИЙ ТА БІНАРНИЙ ПОШУК. РОЗВ'ЯЗАННЯ ІВНЯНЬ МЕТОДОМ БІЄКЦІї1	.1
АБОРАТОРНА РОБОТА 4. ХЕШУВАННЯ ТА ХЕШ-ТАБЛИЦІ1	4
АБОРАТОРНА РОБОТА 5. РЕКУРСІЯ, ПОВНИЙ ПЕРЕБІР, МЕТОД «РОЗДІЛЯЙ І ОЛОДАРЮЙ»1	
АБОРАТОРНА РОБОТА 6. СОРТУВАННЯ1	8
АБОРАТОРНА РОБОТА 7. СТЕК, ЧЕРГА, ДЕК, ПРІОРИТЕТНА ЧЕРГА. ЇХНЄ АСТОСУВАННЯ2	:0
АБОРАТОРНА РОБОТА 8. ЗВ'ЯЗНІ СПИСКИ 2	2
АБОРАТОРНА РОБОТА 9. ГРАФИ ТА ЇХНЯ РЕАЛІЗАЦІЯ2	4
АБОРАТОРНА РОБОТА 10. АЛГОРИТМИ НА НЕ ЗВАЖЕНИХ ГРАФАХ 2	6
АБОРАТОРНА РОБОТА 11. ЗВ'ЯЗНІСТЬ ТА СИЛЬНА ЗВ'ЯЗНІСТЬ ГРАФІВ 2	8
АБОРАТОРНА РОБОТА 12. АЛГОРИТМИ НА ЗВАЖЕНИХ ГРАФАХ 3	0
АБОРАТОРНА РОБОТА 13. ДЕРЕВА. АЛГОРИТМИ НА ДЕРЕВАХ 3	2
АБОРАТОРНА РОБОТА 14. БІНАРНІ ДЕРЕВА 3	4
АБОРАТОРНА РОБОТА 15. ДИНАМІЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ 3	6
АБОРАТОРНА РОБОТА 16. ДИНАМІЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ - 2 3	8
ПИСОК ЛІТЕРАТУРИ ТА ДОДАТКОВИХ ДЖЕРЕЛ4	0

Алгоритми і структури даних

# вступ

#### ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

- 1. Основна ціль лабораторної роботи довести викладачу, що студент засвоїв матеріал на достатньому рівні.
- 2. Кожна лабораторна роботи містить
  - а. перелік контрольних запитань, що стосуються теоретичного матеріалу;
  - b. варіанти індивідуальних/групових завдань лабораторних робіт для практичного виконання;
  - с. посилання на допоміжну літературу для закріплення теоретичного матеріалу і стане в нагоді під час виконання практичних завдань.
- 3. На вибір студентів надано перелік практичних завдань по кожній темі, серед яких вони мають можливість самостійно вибрати бажаний варіант. Обраний номер завдання студенти записують у спеціальний хмарний документ, наданий викладачем, ціль якого рівномірно розподілити завдання між студентами групи. Кілька студентів однієї групи, що можуть обрати один варіант не може перевищувати 2, у випадку самостійної роботи, та 3-х, у випадку роботи у команді.
- 4. Кожна лабораторна робота оформлюється у паперовому та електронному вигляді.
- 5. Паперове оформлення здійснюється за допомогою текстового процесору Word (чи аналогічного) або редактора презентацій PowerPoint (чи аналогічного) та має містити такі частини:
  - а. Титульний аркуш, що містить назву навчальної дисципліни, номер лабораторної роботи, номер варіанту, ПІБ студента (студентів, якщо спільна лабораторна робота), що виконав роботу, спеціальність, курс, номер групи.
  - b. Умову задачі. Якщо задача береться з електронних джерел, то вказати посилання на задачу. Умова задачі має містити приклади вхідних та вихідних даних.
  - с. Аналіз задачі та опис алгоритму, яким пропонується розв'язувати задачу.
  - d. Приклад роботи алгоритму на модельному прикладі (взятому з умови задачі або придуманому самостійно).
  - е. Програмну реалізацію (основні моменти).
  - f. Висновки: якщо робота програми перевірялася за допомогою електронних систем, то обов'язково вказати

посилання на систему перевірки разом з задачею (наприклад, <a href="https://www.e-olymp.com/uk/problems/3966">https://www.e-olymp.com/uk/problems/3966</a>), логін (логіни) виконавців лабораторної роботи та результат перевірки (наприклад, 100%). Якщо результат не 100%, то обов'язково зазначити у чому проблема (не пройшов, по часу, помилки виконання, тощо).

- 6. Електронна частина, складається з
  - а. Файлу (файлів), з яких друкується паперовий примірник лабораторної роботи.
  - b. Файлів вихідного коду програми, що розв'язує поставлену задачу.
  - с. Файлів вхідних даних (за необхідності) текстові файли, що місять вхідні дані задачі. Вони мають бути названі згідно з правилом «input.txt» (якщо один файл) та «input01.txt», «input02.txt» і т.д. якщо кілька файлів вхідних даних.
- 7. Електронний варіант надсилається на електронну адресу викладача, що викладає практичні заняття не пізніше ніж напередодні лабораторного заняття, на якому студент має її захищати.
- 8. Захист лабораторної роботи здійснюється студентом (студентами) одним з двох способів:
  - а. Індивідуальна співбесіда з викладачем, протягом якої викладач ставить запитання по теоретичному матеріалу теми лабораторної роботи (з переліку контрольних запитань), вислуховує ідею алгоритму, що розв'язує поставлену задачу, знайомиться з деталями реалізації алгоритму та перевіряє коректність розв'язку.
  - b. Презентація розв'язаної задачі з усіма деталями реалізації для всіх студентів навчальної групи. У цьому випадку роздрукований варіант не вимагається.

# ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 1. Рекурентні співвідношення та рекурсія.

#### Контрольні запитання

1.1.

Варіанти індивідуальних завдань

1.1.

#### Допоміжна література по темі

#### λιαοορατορτία ροσοτά 2

# ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 2. Складність алгоритмів

#### Контрольні запитання

2.1.

#### Варіанти індивідуальних завдань

2.1.

#### Допоміжна література по темі

2.1. <a href="http://nord.org.ua/static/course/algo-2011/lecture2.pdf">http://nord.org.ua/static/course/algo-2011/lecture2.pdf</a>

# ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 3. Лінійний та бінарний пошук. Розв'язання рівнянь методом бієкції.

#### Контрольні запитання

- 3.1. Які задачі допомагає розв'язати лінійний пошук? Наведіть алгоритм лінійного пошуку та його складність (у найгіршому випадку).
- 3.2. У чому полягає цілочисельний бінарний пошук? Для яких структур даних він може бути реалізований? Яка складність бінарного пошуку? Яка перевага бінарного пошуку у порівнянні з лінійним пошуком? Наведіть алгоритм бінарного пошуку.
- 3.3. Для чого використовується дійсний бінарний пошук? Наведіть приклад задачі. Чи є відмінність у реалізації дійсного бінарного пошуку від цілочисельного? Які основні підходи застосовуються для моменту завершення пошуку? У чому їхні переваги та недоліки у порівнянні один з одним? Наведіть алгоритм дійсного бінарного пошуку.

#### Варіанти індивідуальних завдань

**Зауваження**. Варіанти 3.7 — 3.10 можуть виконуватися у командах. Ці варіанти мають захищатися у вигляді презентацій для студентів своєї групи.

3.1.	1) https://informatics.msk.ru/mod/statements/view3.php?id=270&chapt
	erid=224
	2) https://www.e-olymp.com/uk/problems/3966
3.2.	1) https://informatics.msk.ru/mod/statements/view3.php?id=270&chapt
	<u>erid=225</u>
	2) https://www.e-olymp.com/uk/problems/3968
3.3.	1) https://informatics.msk.ru/mod/statements/view3.php?id=270&chapt
	<u>erid=227</u>
	2) https://informatics.msk.ru/mod/statements/view.php?id=3516
3.4.	1) https://informatics.msk.ru/mod/statements/view3.php?id=270&chapt
	<u>erid=228</u>
	2) https://informatics.msk.ru/mod/statements/view3.php?id=3516&chap
	<u>terid=3571</u>
3.5.	1) https://informatics.msk.ru/mod/statements/view3.php?id=270&chapt
	<u>erid=1409</u>
	2) https://informatics.msk.ru/mod/statements/view3.php?id=3516&chap

#### Алгоритми і структури даних

......

	<u>terid=111403</u>				
3.6.	1) https://informatics.msk.ru/mod/statements/view3.php?id=270&chapt				
	<u>erid=1412</u>				
	2) Знайдіть найменше $x \in [0,10]$ , що				
	$f(x) = x^3 + x + 1 > 5$				
3.7.	1) https://informatics.msk.ru/mod/statements/view3.php?id=270&chapt				
	<u>erid=1427</u>				
	2) https://informatics.msk.ru/mod/statements/view3.php?id=1966&chap				
	<u>terid=1620</u>				
3.8.	1) https://informatics.msk.ru/mod/statements/view3.php?id=270&chapt				
	erid=1440				
	2) https://informatics.msk.ru/mod/statements/view3.php?id=1966&chap				
	<u>terid=1</u>				
3.9.	1) https://informatics.msk.ru/mod/statements/view3.php?id=270&chapt				
	erid=1447				
	2) https://informatics.msk.ru/mod/statements/view3.php?id=1966&chap				
2.40	terid=414				
3.10.	1) https://informatics.msk.ru/mod/statements/view3.php?id=270&chapt				
	erid=226  2) https://informatics.msk.ru/mod/statements/view2.nhn2id=10668.shan				
	2) https://informatics.msk.ru/mod/statements/view3.php?id=1966&chap terid=894				
	terra out				

#### Допоміжна література по темі

- 3.1. А.П.Креневич «Алгоритми і структури даних», §3.1 https://ldrv.ms/b/s!AkQ93-IlgoCHgpsqQvGRPDultn6aiw
- 3.2. <a href="https://informatics.msk.ru/file.php/3/binary-search.pdf">https://informatics.msk.ru/file.php/3/binary-search.pdf</a> тут описано приклади алгоритмів для розділу «Бінарний пошук по відповіді».

πασοματομία μοσοτά τ

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 4. Хешування та хеш-таблиці.

#### Контрольні запитання

4.1.

#### Варіанти індивідуальних завдань

•	
4.1.	https://www.e-olymp.com/uk/problems/4842
4.2.	https://www.e-olymp.com/uk/problems/1227
4.3.	https://www.e-olymp.com/uk/problems/7273
4.4.	https://www.e-olymp.com/uk/problems/131
4.5.	https://www.e-olymp.com/uk/problems/2035
4.6.	Розв'яжіть задачу
	https://informatics.msk.ru/mod/statements/view3.php?id=601&chapteri
	<u>d=745</u>
	використовуючи метод лінійного зондування для розв'язання колізій
4.7.	Розв'яжіть задачу
	https://informatics.msk.ru/mod/statements/view3.php?id=601&chapteri
	<u>d=745</u>
	використовуючи метод ланцюжків для розв'язання колізій
4.8.	https://informatics.msk.ru/mod/statements/view3.php?id=601&chapteri
	<u>d=746</u>
4.9.	
4.10.	

#### Допоміжна література по темі

- 4.1. А.П.Креневич «Алгоритми і структури даних», §3.1 https://ldrv.ms/b/s!AkQ93-IIgoCHgpsqQvGRPDultn6aiw
- 4.2. <a href="http://aliev.me/runestone/SortSearch/Hashing.html">http://aliev.me/runestone/SortSearch/Hashing.html</a>
- 4.3. https://csc.sibsutis.ru/sites/default/files/courses/pavu/S2 Lab3.pdf
- 4.4.  $\frac{\text{https://bitsofmind.wordpress.com/2008/07/28/introduction in hash tables}}{\angle}$

....

# ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 5. Рекурсія, повний перебір, Метод «розділяй і володарюй».

#### Контрольні запитання

5.1.

#### Варіанти індивідуальних завдань

-	-
5.1.	
5.2.	
5.3.	
5.4.	
5.5.	

#### Допоміжна література по темі

- 5.1. А.П.Креневич «Алгоритми і структури даних», §3.2 <a href="https://ldrv.ms/b/s!AkQ93-IIgoCHgpsqQvGRPDultn6aiw">https://ldrv.ms/b/s!AkQ93-IIgoCHgpsqQvGRPDultn6aiw</a>
- 5.2. <a href="https://logic.pdmi.ras.ru/~kulikov/simplealgscourse/lecture2-handout.pdf">https://logic.pdmi.ras.ru/~kulikov/simplealgscourse/lecture2-handout.pdf</a>
- 5.3. <a href="http://nord.org.ua/static/course/algo-2011/lecture3.pdf">http://nord.org.ua/static/course/algo-2011/lecture3.pdf</a>
- 5.4. <a href="http://csaa.ru/algoritmy-razdeljaj-i-vlastvuj/">http://csaa.ru/algoritmy-razdeljaj-i-vlastvuj/</a>
- 5.5. <a href="http://www.kalinin.ru/programming/alg/11">http://www.kalinin.ru/programming/alg/11</a> 11 00.shtml
- 5.6.

https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/201612#.D0.A1.D0.B2.D1.8F.D0.B 7.D1.8C\_.D1.81\_.D0.BA.D0.BE.D0.BD.D1.86.D0.B5.D0.BF.D1.86.D0.B8.D0.B 5.D0.B9 .C2.AB.D1.80.D0.B0.D0.B7.D0.B4.D0.B5.D0.BB.D1.8F.D0.B9 .D0.B 8\_.D0.B2.D0.BB.D0.B0.D1.81.D1.82.D0.B2.D1.83.D0.B9.C2.BB

# ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 6. Сортування.

#### Контрольні запитання

6.1.

#### Варіанти індивідуальних завдань

6.1.

#### Допоміжна література по темі

- 6.1. А.П.Креневич «Алгоритми і структури даних», §3.2 <a href="https://ldrv.ms/b/s!AkQ93-IlgoCHgpsqQvGRPDultn6aiw">https://ldrv.ms/b/s!AkQ93-IlgoCHgpsqQvGRPDultn6aiw</a>
- 6.2. <a href="http://aliev.me/runestone/SortSearch/TheBubbleSort.html">http://aliev.me/runestone/SortSearch/TheBubbleSort.html</a>

, on opinion of the parties of the p

# ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 7. Стек, черга, дек, пріоритетна черга. Їхнє застосування.

#### Контрольні запитання

7.1.

#### Варіанти індивідуальних завдань

7.1.

#### Допоміжна література по темі

#### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 8. Зв'язні списки.

#### Контрольні запитання

8.1.

#### Варіанти індивідуальних завдань

Алгоритми і стр	уктури даних
-----------------	--------------

# ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 9. Графи та їхня реалізація.

# Контрольні запитання

9.1.

#### Варіанти індивідуальних завдань

9.1.

# Допоміжна література по темі

γιασορατοριία μοσοτία τ

Алгоритми і структ	ури даних
--------------------	-----------

**ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 10.** Алгоритми на не зважених графах.

#### Контрольні запитання

10.1.

#### Варіанти індивідуальних завдань

10.1.

#### Допоміжна література по темі

# ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 11. Зв'язність та сильна зв'язність графів

#### Контрольні запитання

11.1.

#### Варіанти індивідуальних завдань

# ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 12. Алгоритми на зважених графах.

# Контрольні запитання

12.1.

#### Варіанти індивідуальних завдань

12.1.

#### Допоміжна література по темі

Алгоритми	i	стр	укт	ури	даних
-----------	---	-----	-----	-----	-------

# ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 13. Дерева. Алгоритми на деревах.

# Контрольні запитання

13.1.

#### Варіанти індивідуальних завдань

13.1.

# Допоміжна література по темі

# ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 14. Бінарні дерева.

#### Контрольні запитання

14.1.

#### Варіанти індивідуальних завдань

14.1.

#### Допоміжна література по темі

# ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 15. Динамічне програмування.

#### Контрольні запитання

15.1.

#### Варіанти індивідуальних завдань

15.1.

#### Допоміжна література по темі

# ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 16. Динамічне програмування - 2.

#### Контрольні запитання

16.1.

#### Варіанти індивідуальних завдань

16.1.

#### Допоміжна література по темі

# Список літератури та додаткових джерел

1.