

## 实验四：模拟信号的数字化及编码

### 一、实验目的

1. 掌握低通信号的抽样及重建过程；
2. 掌握 PCM 的编码及译码过程；
3. 掌握汉明码的编码及译码过程；
4. 掌握卷积码的编码及译码过程。

### 二、实验原理

#### 1. 低通信号的抽样定理

对于带宽受限的信号，抽样定理表明，采用一定速率的抽样后可以由抽样序列无失真地重建恢复原始信号。抽样的过程是将输入的模拟信号与抽样信号相乘而得，通常抽样信号是一个周期为  $T_s$  的周期脉冲信号，抽样后得到的信号称为抽样序列。理想抽样信号定义如下：

$$\delta_T(t) = \sum_n p(t - nT_s),$$

其中  $p(t) = \begin{cases} 1 & t=0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$ ,  $f_s = \frac{1}{T_s}$  称为抽样速率。因此抽样后的信号为：

$$x_s(t) = x(t)\delta_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT_s)p(t - kT_s)。$$

一个频带为  $[0, f_H]$  的低通信号  $x(t)$ ，可以无失真地被抽样速率  $f_s \geq 2f_H$  的抽样序列所恢复，即：

$$x(t) = \frac{\sin 2\pi f_H t}{2\pi f_H t} * \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT_s)\delta_T(t - kT_s) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT_s) \frac{\sin 2\pi f_H (t - kT_s)}{2\pi f_H (t - kT_s)},$$

其中  $*$  代表卷积运算。

#### 2. PCM 编码及译码

对模拟信号进行抽样、量化，将量化后的信号电平值变换为二进制码组的过程称为编码，其逆过程称为译码。

A 律对数压缩特性：

$$f(x) = \begin{cases} \frac{Ax}{1 + \ln A} & 0 \leq x \leq \frac{1}{A} \\ \frac{1 + \ln Ax}{1 + \ln A} & \frac{1}{A} \leq x \leq 1 \end{cases}。$$

实际应用中采用 13 折线近似 A 律压缩特性。输入的信号经过抽样、量化后，每个抽样值编码成 8 个比特的二进制码组。量化时，A 律中的每个区间又被均匀量化成 16 个量化电平，其编码规则为：

$$b_0 \quad b_1 b_2 b_3 \quad b_4 b_5 b_6 b_7,$$

其中：

- $b_0$  为极性码， $b_0=0$  时对应输入为负， $b_0=1$  时对应输入为正；
- $b_1 b_2 b_3$  为段落码，对应 8 个区间；
- $b_4 b_5 b_6 b_7$  为段内码，对应 16 个量化电平值。

A 律的国际标准 PCM 编码表如下所示。（注意，这里的编码表与教材中的编码表略有不同，教材中量化级间隔为  $\Delta^* = \frac{1}{128} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{2048}$ ，段内量化间隔分别为 1, 1, 2, 4, 8, 16, 32，

64。此时如果令 $\Delta=\frac{1}{2}\Delta^*$ ，同时段内量化间隔变为 2 倍，则会变为下表所示的情形。）

A 律 PCM 编码，单位： $\Delta=\frac{1}{4096}$

段落编码	区间范围/ $\Delta$	量化间隔/ $\Delta$	量化区间/ $\Delta$	量化输出/ $\Delta$	PCM 编码
000	[0, 32)	2	[0, 2)	1	1 000 0000
			[2, 4)	3	1 000 0001
			[4, 6)	5	1 000 0010
			...	...	...
			[30, 32)	31	1 000 1111
001	[32, 64)	2	[32, 34)	33	1 001 0000
			[34, 36)	35	1 001 0001
			[36, 38)	37	1 001 0010
			...	...	...
			[62, 64)	63	1 001 1111
010	[64, 128)	4	[64, 68)	66	1 010 0000
			[68, 72)	70	1 010 0001
			[72, 76)	74	1 010 0010
			...	...	...
			[124, 128)	126	1 010 1111
011	[128, 256)	8	[128, 136)	132	1 011 0000
			[136, 144)	140	1 011 0001
			[144, 152)	148	1 011 0010
			...	...	...
			[248, 256)	252	1 011 1111
100	[256, 512)	16	[256, 272)	264	1 100 0000
			[272, 288)	280	1 100 0001
			[288, 304)	296	1 100 0010
			...	...	...
			[496, 512)	504	1 100 1111
101	[512, 1024)	32	[512, 544)	528	1 101 0000
			[544, 576)	560	1 101 0001
			[576, 608)	592	1 101 0010
			...	...	...
			[992, 1024)	1008	1 101 1111
110	[1024, 2048)	64	[1024, 1088)	1056	1 110 0000
			[1088, 1152)	1120	1 110 0001
			[1152, 1216)	1184	1 110 0010
			...	...	...
			[1984, 2048)	2016	1 110 1111
111	[2048, 4096)	128	[2048, 2176)	2112	1 111 0000
			[2176, 2304)	2240	1 111 0001
			[2304, 2432)	2368	1 111 0010
			...	...	...

			[3968, 4096)	4032	1 111 1111
--	--	--	--------------	------	------------

译码是编码的逆过程。译码的作用是把接收到的 PCM 信号还原成量化后的原样值信号。例如，设译码器输入的 PCM 码字（除极性码外）为“111 0011”，表示样值位于第 8 段落的序号为 3 的量化间隔内。因此，其对应的译码电平应该在此间隔的中间，以便减小最大误码误差（详见教材 P300）。

### 3. 汉明码编码及译码

汉明码具有的共同特性是： $(n, k) = (2^m - 1, 2^m - 1 - m)$ 。式中， $m$  是大于等于 3 的正整数例如， $m=3$  时，有  $(7, 4)$  汉明码。MATLAB 提供了生成汉明码的函数 `hammgen`，以及用汉明码进行编码译码的 `encode` 和 `decode` 函数。

(1) `h=hammgen(m)`：

产生一个  $m \times n$  的汉明校验矩阵  $h$ ，其中， $n = 2^m - 1$ 。需要注意的是，产生的校验矩阵的形式  $h = [I \ P]$ ， $I$  是  $m \times m$  的单位矩阵。

(2) `[h, g]=hammgen(m)`：

产生一个  $m \times n$  的汉明校验矩阵  $h$  和  $h$  相对应的生成矩阵  $g$ ，其中， $n = 2^m - 1$ 。

$h = [I \ P]$ ， $I$  是  $m \times m$  的单位矩阵。而  $g = [P \ I]$ ，其中， $I$  是  $(n-m) \times (n-m)$  的单位矩阵，这与前面讨论的生成的矩阵形式不同。

(3) `code = encode(msg, n, k, 'type/fmt')` 或 `code=encode(msg, n, k)`：  
`code=encode(msg, n, k, 'type/fmt')` 可以进行一般的线性分组编码、循环编码和 Hamming 编码。所选用的编码方式由 `type` 指定。它的值可以是 `linear`、`cyclic` 或 `hamming`，分别对应上面提到的 3 种编码方式，`fmt` 参数取值可以是 `binary` 或 `decimal`，分别用来说明输入待编码数据是二进制还是十进制。当使用 `code=encode(msg, nk)` 时，默认的是使用 Hamming 编码。

(4) `msg=decode(code, n, k, 'type/fmt')` 或 `msg=decode(code, n, k)`：  
`msg=decode(code, n, k, 'type/fmt')` 用来对编码数据进行译码，其 `type/fmt` 的取值与 `encode` 函数的 `type/fmt` 的取值相对应。当使用 `msg=decode(code, n, k)` 时，默认的是对 Hamming 编码进行译码。

### 4. 卷积码编码及译码

MATLAB 提供了卷积码的函数编码 `convenc` 和相应的 Viterbi 译码函数 `vitdec`。卷积码的编码函数主要有以下四个：

(1) `code=convenc(msg, trellis)`：

完成输入信号 `msg` 的卷积编码，其中 `trellis` 代表编码多项式，但其必须是 MATLAB 的网格结果，需要利用 `poly2trellis` 函数将多项式转化为网格表达式。`msg` 的比特数必须为 `log2(trellis.numInputSymbols)`。

(2) `code=convenc(msg, trellis, puncpat)`：

作用与 1 类似，其中 `puncpat` 定义凿孔模式。

(3) `code=convenc(msg, trellis, ...init_state)`：

`init_state` 指定编码寄存器的初始状态。

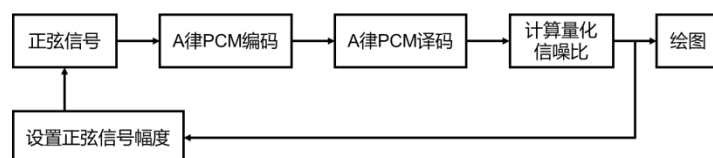
(4) `decoded=vitdec(code, trellis, tble, opmode, dectype)`：

对码字 `code` 进行 Viterbi 译码。`trellis` 表示产生码字的卷积编码器，`tble` 表示回

溯的深度，opmode 指明译码器的操作模式，dectype 则给出译码器判决的类型，如软判决和硬判决。

### 三、实验内容

1. 设低通信号  $x(t) = \cos 0.15\pi t + \sin 2.5\pi t + \cos 4\pi t$ 。
  - (1) 画出该低通信号的波形；
  - (2) 画出抽样速率为  $f_s = 4\text{Hz}$  的抽样序列；
  - (3) 画出抽样序列恢复出的原始信号。
2. 设输入信号为  $x(t) = A_c \sin 2\pi t$  对  $x(t)$  信号进行抽样、量化和 A 律 PCM 编码，经过传输后，接收端进行 PCM 译码，过载电平  $v = 1\text{V}$ 。
  - (1) 画出经过 PCM 编码、译码后的波形与未编码波形的对比图；
  - (2) 设信道没有误码，画出不同幅度  $A_c$  情况下 ( $A_c^2 / A_0^2 = -70 \sim 0\text{dB}$ ,  $A_0 = 1\text{V}$ )，PCM 译码后的量化信噪比。此时仿真框图可以表示为：



仿真中噪声功率可以用  $\text{mean}((x-y).^2)$  来计算，其中  $x$  表示信号的抽样值序列， $y$  表示量化信号值序列。

3. 设消息比特个数为 1000000，仿真进行 (7, 4) 汉明编码的 QPSK 调制通过 AWGN 信道后的误比特率性能，信噪比范围为 0dB 到 10dB。
4. 设消息比特个数为 1000000，仿真 BPSK 调制在 AWGN 信道下使用卷积码的误比特率性能，信噪比范围为 0dB 到 10dB，其中卷积码约束长度为 7，生成多项式为 [171, 133]，码率为二分之一，译码分别采用硬判决译码和软判决译码。

### 四、实验要求

1. 每次完成实验后按要求完成实验报告，实验报告格式如下：

一、实验目的
二、实验内容
三、实验程序（标明代码注释）
四、实验结果（图形添加标题）
五、实验分析（分析现象及原因）

2. 实验报告满分 5 分，最终实验成绩根据报告内容进行评定，请注意逾期提交报告或报告格式不符合要求都将影响最终实验成绩。
3. 请于 12 月 24 日晚 12: 00 前提交实验报告至邮箱：zy2002424@buaa.edu.cn，命名格式为：“学号+姓名+第 X 次实验报告”。