

1-10 D C D A D B C B C D

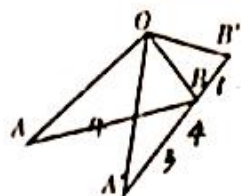
二、填空题(本大题共 6 小题,每小题 3 分,共 18 分)

11. 请写出一个开口向上,并且与 y 轴交于点 $(0,1)$ 的抛物线的解析式 $y = x^2 + 1$.

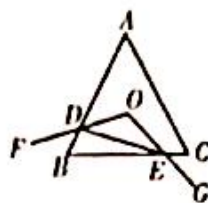
12. 若点 $A(a,2)$ 与 $B(-3,b)$ 关于原点对称,则 $a - b = \underline{3 - (-2) = 5}$

13. 二次函数 $y = 2x^2 - 4x + 5$ 的图象的顶点坐标是 $(1, 3)$, $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$

14. 如图,将 $\triangle OAB$ 绕点 O 按逆时针方向旋转至 $\triangle OA'B'$,使点 B 恰好落在边 $A'B'$ 上,已知 $AB = 4$ cm, $BB' = 1$ cm,则 $A'B$ 的长是 3 cm.



(第 14 题)



(第 16 题)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 3 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

15. 设 x_1, x_2 是方程 $2x^2 - 6x + 1 = 0$ 的两根,那么 $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = \underline{x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1 = 3 + \frac{1}{2} + 1 = \frac{9}{2}}$

16. 如图,等边三角形 ABC 中,点 O 是 $\triangle ABC$ 的中心, $\angle FOG = 120^\circ$,绕点 O 旋转 $\angle FOG$,分别交线段 AB, BC 于 D, E 两点,连接 DE . 给出下列四个结论,① $OD = OE$; ② $S_{\triangle ODE} = S_{\triangle DOE}$; ③ 四边形 $ODBE$ 的面积始终等于定值; ④ 当 $OE \perp BC$ 时, $\triangle BDE$ 周长最小. 上述结论中正确的有 ①, ③, ④

三、解答题(本大题共 9 小题,共 72 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (4 分)解方程:

$$(2x-1)^2 + 2x - 1 = 0.$$

解: 方法一 提取公因式进行因式分解

方法二 直接去括号.

$$(2x-1)(2x-1+1) = 0$$

$$2x(2x-1) = 0$$

$$\therefore 2x = 0 \text{ 或 } 2x-1 = 0$$

$$\therefore x_1 = 0 \text{ 或 } x_2 = \frac{1}{2}$$

18. (4分) 已知二次函数的图象顶点是(2, -1), 且经过(0, 1), 求这个二次函数的解析式.

设二次函数顶点式 $y = a(x-h)^2 + k$.

$$\because \text{顶点}(2, -1). \therefore y = a(x-2)^2 - 1.$$

把(0, 1)代入 $y = a(x-2)^2 - 1$ 得

$$1 = a(0-2)^2 - 1.$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 1$$

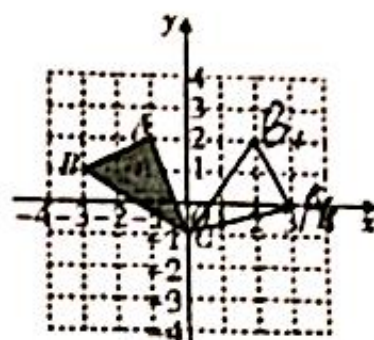
19. (6分) 如图, 已知 $\triangle ABC$.

(1) AC 的长等于 $\sqrt{10}$.

(2) 若将 $\triangle ABC$ 向右平移2个单位长度得到 $\triangle A'B'C'$, 则A点的对应点A'的坐标是 $(1, 2)$.

(3) 若将 $\triangle ABC$ 绕点C按顺时针方向旋转 90° 后得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 请在图中画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 的图形, 则A点的对应点A₁的坐标是 $(3, 0)$.

如图所示 $\triangle A_1B_1C_1$ 为所求



20. (6分) 某公司 2022 年 10 月份营业额为 64 万元, 12 月份营业额达到 100 万元.

(1) 求该公司 11、12 两个月营业额的月平均增长率.

(2) 如果月平均增长率保持不变, 据此估计明年 1 月份月营业额.

解: 设两个月平均增长率为 x .

$$64(1+x)^2 = 100$$

$$(1+x)^2 = \frac{25}{16}$$

$$1+x = \frac{5}{4} \text{ 或 } 1+x = -\frac{5}{4}$$

$$x = \frac{1}{4} \text{ 或 } x = -\frac{9}{4} \text{ (舍去)}: x = \frac{1}{4} = 25\%$$

答: 11、12 平均增长率 25%, 明年 1 月营业额 125 万

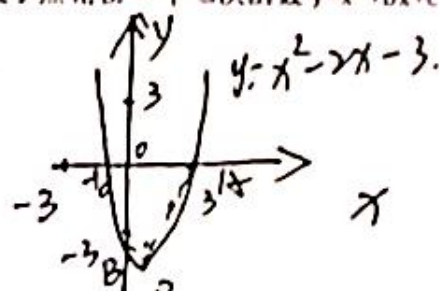
$$\therefore 100 \times (1+25\%) = 125 \text{ 万}$$

21. (8分) 一次函数 $y=x-3$ 的图象与 x 轴, y 轴分别交于点 A, B. 一个二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象经过点 A, B.

(1) 求点 A, B 的坐标;

(2) 求二次函数的解析式及它的顶点坐标 P;

(3) 求四边形 AOBP 的面积.



解: 1) $y=x-3$.

当 $x=0$ 时, $y=-3$, $B(0,-3)$

当 $y=0$ 时, $x=3$, $A(3,0)$

2) 把 $A(3,0)$, $B(0,-3)$ 代入 $y=x^2+bx+c$

$$\begin{cases} c=-3 \\ 9+3b+c=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=-2 \\ c=-3 \end{cases}$$

$$\therefore y=x^2-2x-3$$

顶点 $(1, -4)$.

过点 P 作 $PE \perp x$ 轴于点 $E(1,0)$

$$PE=4, OB=3.$$

$$OE=1, AE=2$$

$$S_{\triangle OBP} = \frac{1}{2}(OB+PE) \cdot OE = \frac{1}{2} \times (3+4) \times 1 = \frac{7}{2}$$

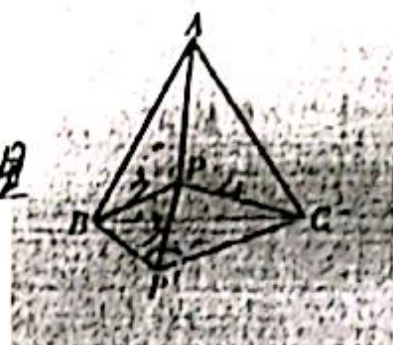
$$S_{\triangle PEA} = \frac{1}{2} EA \cdot PE = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

$$S_{\text{四边形 AOBP}} = S_{\triangle OBP} + S_{\triangle PEA} = \frac{7}{2} + 4 = \frac{15}{2}$$

22. (10分) 已知, P 为等边三角形内一点, 且 $BP=3, PC=4$, 将 BP 绕点 B 顺时针旋转 60° 至 BP' 的位置.

(1) 试判断 $\triangle BPP'$ 的形状, 并说明理由;

(2) 若 $\angle BPC=150^\circ$, 求 PA 的长度.



1. $\because BP=BP'$
 $\angle PBP'=60^\circ$
 $\therefore \triangle BPP'$ 为等边三角形

2. 由 1) 知 $\angle BP'P=60^\circ$,
 $\because \angle BPC=150^\circ$

在 $\triangle P'PC$ 中, 勾股定理
 $\cancel{P'C^2 + P'P^2 = PC^2}$
 $PC^2 + P'P^2 = P'C^2$
 $P'C^2 = 25$
 $\because PC > 0, \therefore P'C = 5$

$\therefore \angle PP'C = 90^\circ \therefore \triangle P'PC$ 为直角三角形

由 $\triangle BPP'$ 为等边三角形

$\therefore BP=BP'=PP'=3$

23. (10分) 某商店销售一种成本为 40 元/千克的水产品, 若按 50 元/千克销售, 一个月可以售出 500 千克. 镇售价每涨价 1 元, 月销售量就减少 10 千克.

(1) 求月销售利润 y (单位: 元) 与涨价 x (单位: 元/千克) 之间的函数解析式, 并写出 x 的取值范围;

(2) 要使月销售利润达到 8000 元, 同时优惠顾客, 该水产品应该涨价多少元?

(3) 物价局规定, 该水产品涨价不能超过成本的 40%, 当涨价定为多少元时 y 会获得最大利润? 最大利润是多少?

解. 1. $y = (50 - 40 + x)(500 - 10x)$ 2. $\because x \leq 40 \times 40\%$

$$y = -10x^2 + 400x + 5000$$

$$0 \leq x \leq 50$$

$$0 \leq x \leq 16$$

$$y = -10x^2 + 400x + 5000$$

开口向下, 对称轴 $x=20$

$$\because 0 \leq x \leq 16$$

\therefore 二次函数图像递增

$\therefore x=16$ 时有最大值

$$y = -10 \times 16^2 + 400 \times 16 + 5000$$

$$y = 8840$$

当 $y = 8000$ 元

$$8000 = -10x^2 + 400x + 5000$$

$$\text{化简得 } x^2 - 40x + 300 = 0$$

$$\text{解得 } x_1 = 30 \text{ 或 } x_2 = 10$$

\because 同时优惠顾客

$$\therefore x = 10$$

14/7

24. (12分) 如图, $\triangle ABC$ 为等边三角形, 边长为 1, D, E, F 分别为 AB, BC, AC 上的动点, 且 $AD=BE=CF$. 若 $AD=x$, $\triangle DEF$ 的面积为 y .

(1) 求 y 与 x 的函数关系式, 并写出 x 的取值范围;

(2) 求 $\triangle DEF$ 的面积的最小值.

(1) 如图 $\triangle ABC$ 中 $AB=BC=AC=1$

$\therefore AD=BE=CF=x$.

$\therefore BD=CE=AF=1-x$.

$\therefore \angle A=\angle B=\angle C=60^\circ$

$\therefore \triangle BDE \cong \triangle AFD \cong \triangle CEF$

$\therefore S_{\triangle BDE} = S_{\triangle AFD} = S_{\triangle CEF}$

过点 D 作 $DH \perp BE$ 于 H .

在 $\triangle BDH$ 中, $BD=1-x$

$\therefore \angle B=60^\circ \therefore \angle BDH=30^\circ$

$\therefore BH=\frac{1}{2}(1-x)$.

由勾股定理得 $DH=\frac{\sqrt{3}}{2}(1-x)$

$\therefore S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} BE \cdot DH$

$= \frac{1}{2} x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} (1-x)$

$= -\frac{\sqrt{3}}{4} x^2 + \frac{\sqrt{3}}{4} x, 0 \leq x \leq 1$

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

$\therefore y = S_{\triangle DEF} = \frac{\sqrt{3}}{4} - 3S_{\triangle BDE}$

$\therefore y = \frac{\sqrt{3}}{4} - 3(-\frac{\sqrt{3}}{4} x^2 + \frac{\sqrt{3}}{4} x)$

$y = \frac{3\sqrt{3}}{4} x^2 - \frac{3\sqrt{3}}{4} x + \frac{\sqrt{3}}{4} \quad (0 \leq x \leq 1)$

$\therefore a = \frac{3\sqrt{3}}{4} > 0$ 开口向上

对称轴 $x = -\frac{b}{2a}$

$x = \frac{1}{2}$

$\therefore 0 \leq x \leq 1$

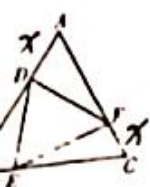
$\therefore x = \frac{1}{2}$ 时 y 最小值

$y = \frac{3\sqrt{3}}{4} x (\frac{1}{2})^2 - \frac{3\sqrt{3}}{4} x \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}$

解得 $y = \frac{\sqrt{3}}{16}$



动点,且 $AD \perp BC$



25. (12分) 如图, 抛物线 $y = -\frac{5}{4}x^2 + \frac{17}{4}x + 1$ 与 y 轴交于 A 点, 过点 A 的直线与抛物线交于另一

点 B , 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴, 垂足为点 $C(3, 0)$.

(1) 求直线 AB 的函数关系式;

(2) 动点 P 在线段 OC 上从原点出发以每秒一个单位长度的速度向 C 移动, 过点 P 作 $PN \perp x$ 轴, 交直线 AB 于点 M , 交抛物线于点 N . 设点 P 移动的时间为 t 秒, MN 的长度为 s , 求 s 与 t 的函数关系式, 并写出 t 的取值范围;

(3) 设在 (2) 的条件下 (不考虑点 P 与点 O , 点 C 重合的情况), 连接 CM, BN , 当 t 为何值时, 四边形 $BCMN$ 为平行四边形? 此时平行四边形 $BCMN$ 是否为菱形? 请说明理由.



解: $A(0, 1), C(3, 0)$ $\because BC \perp x$ 轴

$$\therefore \text{点 } B \text{ 横坐标为 } 3, y = -\frac{5}{4} \times 3^2 + \frac{17}{4} \times 3 + 1 = \frac{5}{2}$$

$$\therefore B(3, \frac{5}{2})$$

设 AB 直线函数解析式 $y = kx + b$

$$\text{把 } A, B \text{ 代入得 } \begin{cases} b = 1 \\ 3k + b = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases} \therefore y = \frac{1}{2}x + 1$$

$$(2) P(t, 0) \quad M(t, \frac{1}{2}t + 1) \quad N(t, -\frac{5}{4}t^2 + \frac{17}{4}t + 1)$$

$$s = MN = (-\frac{5}{4}t^2 + \frac{17}{4}t + 1) - (\frac{1}{2}t + 1) = -\frac{5}{4}t^2 + \frac{15}{4}t$$

$$\therefore s = -\frac{5}{4}t^2 + \frac{15}{4}t, 0 \leq t \leq 3$$

$$(3) \because BC = \frac{5}{2} \quad \therefore BC \parallel MN$$

\therefore 当 $BC = MN$ 时, 四边形 $BCMN$ 为平行四边形

$$-\frac{5}{4}t^2 + \frac{15}{4}t = \frac{5}{2} \Rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow t = 1 \text{ 或 } t = 2$$

$$\text{① } t = 1 \text{ 时, } M(1, \frac{3}{2}), CM = \sqrt{(1-3)^2 + (\frac{3}{2}-0)^2} = \frac{5}{2}$$

$BC = CM \therefore \square BCMN$ 是菱形

$$\text{② } t = 2 \text{ 时, } M(2, 2), CM = \sqrt{(2-3)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{5}$$

$BC \neq CM \therefore \square BCMN$ 不是菱形.