Parcial 1: Conceptos Básicos y Serie de Fourier
Señales y Sistemas 2025-I

Profesor: Andrés Marino Álvarez Meza, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica, y Computación
Universidad Nacional de Colombia - sede Manizales

1. Instrucciones

- Para recibir crédito total por sus respuestas, estas deben estar claramente justificadas e ilustrar sus procedimientos y razonamientos (paso a paso) de forma concreta, clara y completa.
- El parcial debe ser enviado al correo electrónico `amalvarezme@unal.edu.co` antes de las 23:59 del 16 de mayo de 2025, vía link de GitHub, con componentes teóricas de solución a mano en formato pdf y componentes de simulación en un cuaderno de Python. Si el correo unal o GitHub presentan inconsistencias, enviar los archivos como adjunto en `.zip`.
- Los códigos deben estar debidamente comentados y discutidos en celdas de texto (markdown). Códigos no comentados ni discutidos, no serán contabilizados en la nota final.
- Incluir en el asunto del correo de envío del parcial: Parcial 1 SyS 2025-1: Nombre completo.

2. Preguntas

1. Se tiene un microprocesador de 5 bits con entrada análoga de -3.3 a 5 [v]. Diseñe el sistema de acondicionamiento y digitalización para la señal: $x(t) = 20\sin(7t-\pi/2) - 3\cos(5t) + 2\cos(10t)$. Presente las simulaciones y gráficas de los procedimientos más representativos en un cuaderno de Python, incluyendo al menos dos períodos de la señal estudiada.

2. Cuál es la señal obtenida en tiempo discreto al utilizar un conversor análogo digital con frecuencia de muestreo de $5kHz$, aplicado a la señal $x(t) = 3\cos(1000\pi t) + 5\sin(2000\pi t) + 10\cos(11000\pi t)$?. Realizar la simulación del proceso de discretización. En caso de que la discretización no sea apropiada, diseñe e implemente un conversor adecuado para la señal estudiada.

3. La distancia media entre dos señales $x_1(t), x_2(t) \in \mathbb{R}, \mathbb{C}$, se puede expresar a partir de la potencia media:

$$d(x_1,x_2) = \bar{P}_{x_1-x_2} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_T |x_1(t)-x_2(t)|^2\, dt.$$

Sean $x_1(t)$ y $x_2(t)$:

$$x_1(t) = A\cos(w_0 t), \quad w_0 = \frac{2\pi}{T}, \quad T, A \in \mathbb{R}^+$$

$$x_2(t) = \begin{cases} 1 & si \quad 0 \le t < \frac{T}{4} \\ -1 & si \quad \frac{T}{4} \le t < \frac{3T}{4} \\ 1 & si \quad \frac{3T}{4} \le t < T \end{cases}$$

¿Cuál es la distancia media entre las señales?. Corrobore sus desarrollos con Sympy.

4. Sea $x^{''}(t)$ la segunda derivada de la señal $x(t)$, donde $t \in [t_i, t_f]$. Demuestre que los coeficientes de la serie exponencial de Fourier se pueden calcular según:

$$c_n = \frac{1}{(ti-tf)n^2 w_o^2}\int_{t_i}^{t_f} x^{''}(t) e^{-jnw_o t} dt; \quad n \in \mathbb{Z}.$$

¿Cómo se pueden calcular los coeficientes a_n y b_n desde $x^{''}(t)$ en la serie trigonométrica de Fourier?.

Encuentre el espectro de Fourier, su magnitud, fase, parte real, parte imaginaria y el error relativo de reconstrucción para $n \in \{0, \pm1, \pm2, \pm3, \pm4, \pm5\}$, a partir de $x^{''}(t)$ para la señal $x(t)$ en la Figura 1 . Compruebe el espectro obtenido con la estimación a partir de $x(t)$ y presente las respectivas simulaciones sobre Python.

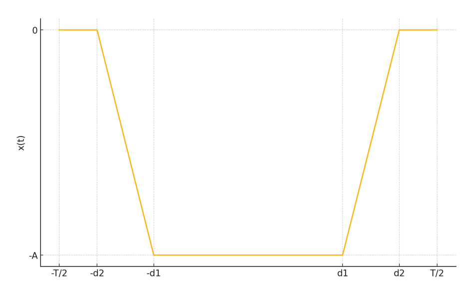

Figura 1: Señal $x(t)$ - ejercicio 4.