武汉大学2015-2016学年第二学期期末考试

高等数学（弘毅班）A2（A卷）

1、（9分）设长方体三条棱长为$|OA|=5,|OB|=3,|OC|=4$，OM为对角线，求$\overline{OA}$在$\overline{OM}$上的投影。

2、（7分）求函数$u=e^{-2y}\ln(x+z)$在点$(e,1,0)$沿曲面$z=x^2-e^{3y-1}$法线方向的方向导数。

3、（10分）设$z=z(x,y)$由方程$z=x+y\varphi(z)$所确定，其中φ二阶可导，且$1-y\varphi'(z)\neq 0$，求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$。

4、（9分）求函数$z=2x^2+3y^2+4x-8$在闭域$D{:}\,x^2+y^2\leq 4$上的最大值和最小值。

5、（10分）设Ω是由$z=\sqrt{1-x^2-y^2}$及$z=0$所围的闭区域，试将$\iiint\limits_{\Omega} f(x^2+y^2)d\upsilon$分别化成球面、柱面坐标下的三次积分式。

6、（9分）求二元可微函数$\varphi(x,y)$，满足$\varphi(0,1)=1$，并使曲线积分

$I_1=\int_L (3xy^2+x^3)dx+\varphi(x,y)dy$ 及 $I_2=\int_L \varphi(x,y)dx+(3xy^2+x^3)dy$ 都与积分路径无关。

7、（9分）设$f(x)$在$[-L,L]$内有连续的导函数，且$f(-L)=f(L)$。已知$f(x)$展成以$2L$为周期的傅立叶级数的系数为a_0,a_n,b_n，$n=1,2,3,\cdots$。试用a_0,a_n,b_n表示$f'(x)$的傅立叶系数A_0,A_n,B_n，$n=1,2,3,\cdots$。

8、（9分）设函数$f(z),g(z)$都是可微函数，求曲线$x=f(z),y=g(z)$在对应于$z=z_0$点处的切线方程和法平面方程。

9、（7分）计算曲面积分$I=\oiint\limits_{\Sigma} xydxdz+xy^2dydz$其中$\Sigma$是曲面$x=y^2+z^2$与平面$y=0,z=0$及$x=1$在第一卦限所围成立体的表面的内侧。

10、（7分）试求函数$f(x)=\arctan x$在点$x_0=0$的泰勒级数展开式，并求$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n-1}\left(\frac{3}{4}\right)^n$之值。

11、（8分）设有直线$l_1{:}\,\dfrac{x}{4}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}, l_2{:}\begin{cases} z=5x-6 \\ z=4y+3 \end{cases}, l_3{:}\begin{cases} y=2x-4 \\ z=3y+5 \end{cases}$，求平行于$l_1$而分别与$l_2,l_3$相交的直线的方程。

12、（6分）设级数$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(u_n-u_{n-1})$收敛，又级数$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}V_n$绝对收敛，试证级数$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}u_nV_n$收敛。