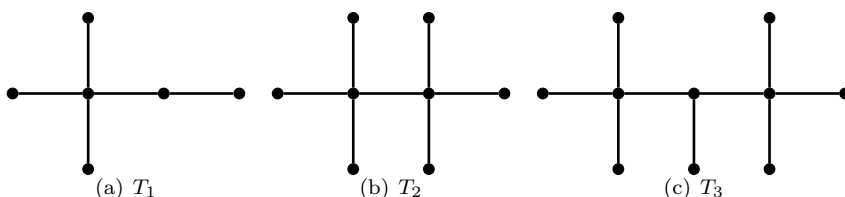


# 武汉大学计算机学院

## 《离散数学》第八次练习

- §1 设图 $G$ 有 $n$ 个结点和 $m$ 条边, 试证明 $G$ 至少有 $m - n + 1$ 个基本回路.
- §2 设 $T$ 为树. 试证明 $T$ 至少有 $\Delta$ 片树叶.
- §3 饱和烃 $C_kH_l$ 是由4价的碳原子和1价的氢原子组成分子, 且分子中只有单键(原子的链接不成基本回路), 求 $k$ 和 $l$ 的关系式.
- §4 试用归纳法证明一个阶数为 $n$ 连通图 $G$ 有且仅有一个基本回路当且仅当 $G$ 有 $n$ 条边.
- §5 证明若一颗树的每个结点的度数均为奇数当且仅当在树上任删一边产生两个阶数均为奇数的子树.
- §6 (1) 设有三颗阶数为偶数的树如下所示, 试画出每颗树的一个支撑子图, 且该子图的每个结点的度数均为奇数;



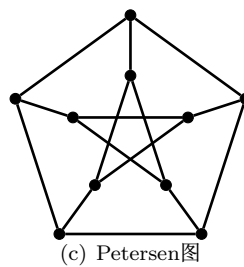
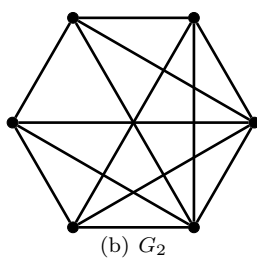
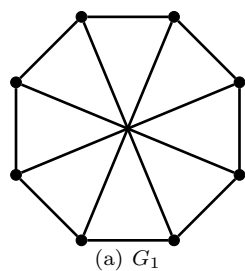
- (2) 试用归纳法证明偶数阶数的树有且仅有一颗每个结点均为奇数的支撑子图. (提示: 考虑最长路径的一个端点(一定是树叶)及与该端点相邻的结点, 从 $n$ 阶树过渡到 $n - 2$ 阶树)
- §7 设 $G$ 是连通图, 试证明对任意的结点 $u \in V$ , 存在支撑树 $T$ , 使得 $u$ 到每个结点的最短路径均在 $T$ 上.
- §8 设 $T$ 和 $T'$ 是图 $G$ 的两颗不同的支撑树, 设 $e \in E(T) - E(T')$ . 试证明存在 $e' \in E(T') - E(T)$  使得 $(T - \{e\}) \cup \{e'\}$ 和 $(T' - \{e'\}) \cup \{e\}$  均是图 $G$ 的支撑树.
- §9 利用练习§8的结果, 证明若赋权图 $G$ 的每条边的权值均两两不同, 则 $G$ 有唯一一颗最小生成树.
- §10 试用BFS求树的直径.
- §11 证明 $K_{m,n}$ 是平面图当且仅当 $\min\{m, n\} = 2$ .
- §12 试证明一个简单平面图至少有一个结点的度数不大于6.

§13 证明不存在最小结点度数不小于4的简单二部平面图.

§14 设 $G$ 是简单平面图, 且 $n = 7, m = 15$ . 证明:

- (1)  $G$ 是连通的;
- (2)  $G$ 的每个面均有3条边围成.

§15 试证明下列各图不是平面图:



§16 试画出下图所对应的平面图:

