5.10 进化算法

SMaLL

[1] 中国石油大学（华东）
SMaLL 课题组
small.sem.upc.edu.cn
liangxijunsd@163.com

2023

进化算法（Evolutionary Algorithm）

1. 进化算法简介
2. 遗传算法
3. 差分进化算法（Differential Evolution）

进化算法简介

- 进化算法是一类受自然界启发的智能搜索和优化技术的总称
- 自然界中的生物，不断繁殖后代，根据优胜劣汰的原则，不断地进化
- 进化算法: 借鉴生物进化的规律，繁殖、竞争 $\rightarrow$ 优胜劣汰 $\rightarrow$ 逼近问题的最优解。

- 约翰 · 霍兰德（1929-2015）美国科学家，安娜堡密歇根大学的电气工程与计算机科学教授，心理学教授，遗传算法的研究先驱
- 1975，遗传算法的开创性著作《自然与人工系统的适应性》

基本思想

- 群体迭代进化。
  它们模拟由个体组成的群体的学习过程，其中每个个体表示给定问题搜索空间中的一个点。进化算法从选定的初始群体出发，通过不断迭代逐步改进当前群体，直至最后搜索到最优解或满意解。

总体框架

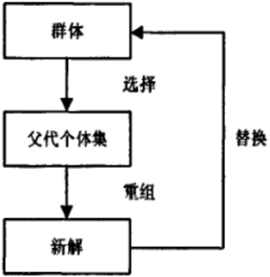


图 1-1 进化算法整体框架

- 思想：群体迭代进化 初始群体 → 迭代逐步改进当前群 → 搜索到满意解。
- 重组算子：交叉和变异
- 重组算子用于发现新的候选解
- 替换/选择算子则用于确定群体下一步的进化方向

优缺点

- 优点：
  1. 从一个群体 (多个点) 而不是一个点出发进行搜索；
  2. 易于并行计算；
  3. 根据适应值选择个体，采用自然进化机制来求解复杂的优化问题，仅涉及目标函数值的计算，不需要问题的梯度信息；
  4. 一种基于群体的搜索技术 → 更强的搜索性能、鲁棒性
  5. 进化算法在搜索过程中不容易陷入较差的局部最优，即使在所定义的适应度函数是不连续的、非规则的或有噪声的情况下，它们也能以很大的概率找到较好的解；
- 缺点：
  1. 应用：迭代次数 (适应值评估次数) 较多，收敛较慢
  2. 理论：进化算法的理论基础还相当弱

进化算法（Evolutionary Algorithm）

1. 进化算法简介

2. 遗传算法

3. 差分进化算法（Differential Evolution）

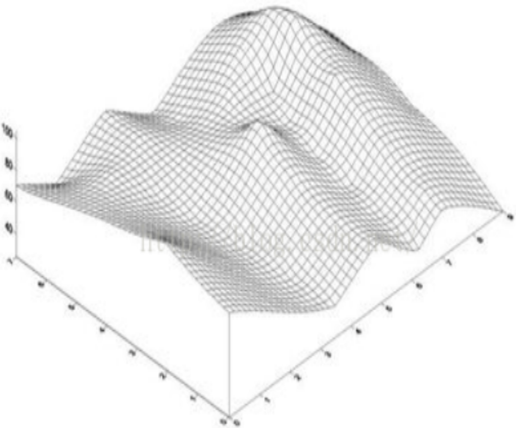
简介

- 自然界中的生物，不断繁殖后代，根据优胜劣汰的原则，不断地进化。进化算法就是借用生物进化的规律，通过繁殖竞争再繁殖再竞争，实现优胜劣汰，一步一步逼近问题的最优解。
- 遗传算法起源于对生物系统所进行的计算机模拟研究。
- 其本质是一种高效、并行、全局搜索的方法，能在搜索过程中自动获取和积累有关搜索空间的知识，并自适应地控制搜索过程以求得最佳解。
- 遗传算法通过选择、交叉和变异操作来实现个体的更新。遗传算法中，交叉操作对产生新基因起主要作用。

思想

- 基本思想：遗传算法中每一条染色体，对应着遗传算法的一个解决方案，一般我们用适应性函数（fitness function）来衡量这个解决方案的优劣。
- 所以从一个基因组到其解的适应度形成一个映射。可以把遗传算法的过程看作是一个在多元函数里面求最优解的过程。可以这样想象，这个多维曲面里面有数不清的“山峰”，而这些山峰所对应的就是局部最优解。
- 其中也会有一个“山峰”的海拔最高的，那么这个就是全局最优解。而遗传算法的任务就是尽量爬到最高峰，而不是陷落在一些小山峰。

思想



一般步骤

1. 评估每条染色体所对应个体的适应度。
2. 遵照适应度越高，选择概率越大的原则，从种群中选择两个个体作为父方和母方。
3. 抽取父母双方的染色体，进行交叉，产生子代。
4. 对子代的染色体进行变异。
5. 重复 2，3，4 步骤，直到新种群的产生。

编码方法

- 二进制编码
- 浮点编码法
- 符号编码法

二进制编码

- 一定长度的二进制编码序列，只能表示一定精度的浮点数。
- 譬如我们要求解精确到六位小数，区间长度为 3, 为了保证精度要求，至少把区间 [-1,2] 分为 $3 * 10^6$ 等份

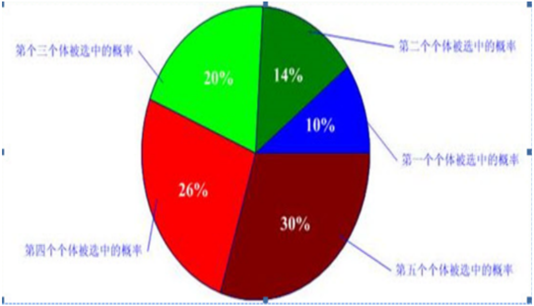
选择算子

- 轮盘赌选择
- 随机竞争选择
- 最佳保留选择
- 无回放随机选择
- 确定式选择
- 均匀排序
- 最佳保存策略
- 随机联赛选择

轮盘赌选择

- $F = \sum_{i=1}^{N} f_i$
- $P_i = \frac{f_i}{F}$

轮盘赌选择


第个三个体被选中的概率
20%
14%
第二个个体被选中的概率
10%
第一个个体被选中的概率
26%
30%
第四个个体被选中的概率
第五个个体被选中的概率

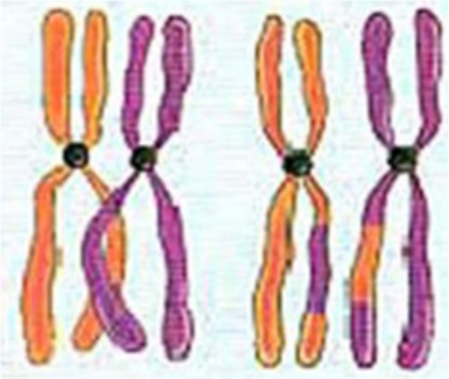
随机竞争选择

- $i \in N$
- $j \in N$
- $x_k = max\{x_i, x_j\}$

染色体交叉

- 单点交叉
- 两点交叉与多点交叉
- 均匀交叉 (一致交叉)
- 算术交叉

两点交叉



基因突变

- 基本位变异
- 两点交叉与多点交叉
- 边界变异
- 非均匀变异
- 高斯近似变异

基本位变异

- 对个体编码串中以变异概率、随机指定的某一位或某几位仅因座上的值做变异运算。
- $101101001011001 \Rightarrow 001101011011001$

边界变异

随机的取基因座上的两个对应边界基因值之一去替代原有基因值。特别适用于最优点位于或接近于可行解的边界时的一类问题。

进化算法（Evolutionary Algorithm）

1. 进化算法简介
2. 遗传算法
3. 差分进化算法（Differential Evolution）

差分进化算法简介

- 差分进化算法（Differential Evolution）：一种基于群体的随机并行搜索算法，它采用变异、交叉、替换等算子指导群体进化
- 在进化过程中，DE 保持一个规模为 NP 的群体 (也就是群体中包含 NP 个个体，每个个体为搜索空间中的一个点)，并通过迭代的方式改善群体质量

DE 算法的两方面缺陷

- 种群个体无法继续寻找最优解，停止向全局最优方向进化的现象，即收缩停滞问题
- 种群个体失去多样性，陷入局部最优解，即早熟收敛问题

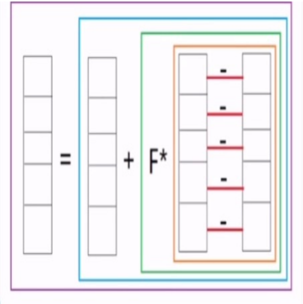
相应的改进策略主要集中在以下 4 个方面：控制参数设置、进化策略选择、种群结构以及与其他优化算法混合。

框架

- **Step1** 初始群体
  设置当前的代数 $G=0$ 从搜索空间 S 中随机产生 NP 个点 $\vec{x}_{i,G},\ldots,\vec{x}_{NP,G}$ 构成初始群体
- **Step2**
  针对群体中的每个个体 $\vec{x}_{i,G}=\left(x_{i,1,G},x_{i,2,G},\ldots,x_{i,D,G}\right)$，执行变异、修补、交叉、替换 4 种操作。

变异

- **step2.1 变异**：用 DE 的变异算子产生一个变异向量 $\vec{v}_{i,G}=\left(v_{i,1,G},v_{i,2,G},\ldots,v_{i,D,G}\right)$
- 变异算子： $\vec{v}_{i,G}=\vec{x}_{r_1,G}+F\cdot(\vec{x}_{r_2,G}-\vec{x}_{r_3,G})$ 其中，$r_1,r_2,r_3\in\{1,\ldots,NP\}$: 随机选择、相互不同， F: 缩放因子

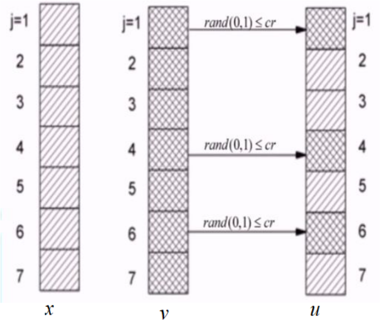


修补

- **Step2.2 修补**：如果变异向量 $\vec{v}_{t,G}$ 为不可行解（落在搜索空间 S 以外），采用修补算子对 $\vec{v}_{t,G}$ 进行修补，使之成为可行解；

交叉

- **Step2.3 交叉**：对目标变量 $\vec{x}_{t,G}$ 和变异向量 $\vec{v}_{t,G}$，采用交叉算子产生一个试验向量 $\vec{u}_{i,G} = \left(u_{i,1,G}, u_{i,2,G}, \ldots, u_{i,D,G}\right)$；下面看一下二项式交叉。



$$u_{i,j,G} = \begin{cases} v_{i,j,G} & \text{若 } \mathrm{rand}_j(0,1) \leq CR \text{ 或} j = j_{\mathrm{rand}} \\ x_{i,j,G} & \text{否则} \end{cases}$$

其中，j_{rand} 是在区间 $[1, D]$ 中随机选择的整数，$\mathrm{rand}_j(0,1)$ 是 0 到 1 之间均匀分布的随机数，$CR \in (0,1]$ 称为交叉控制参数。由于 j_{rand} 的使用，$\vec{u}_{i,G}$ 不同于 $\vec{x}_{i,G}$ 。

替换

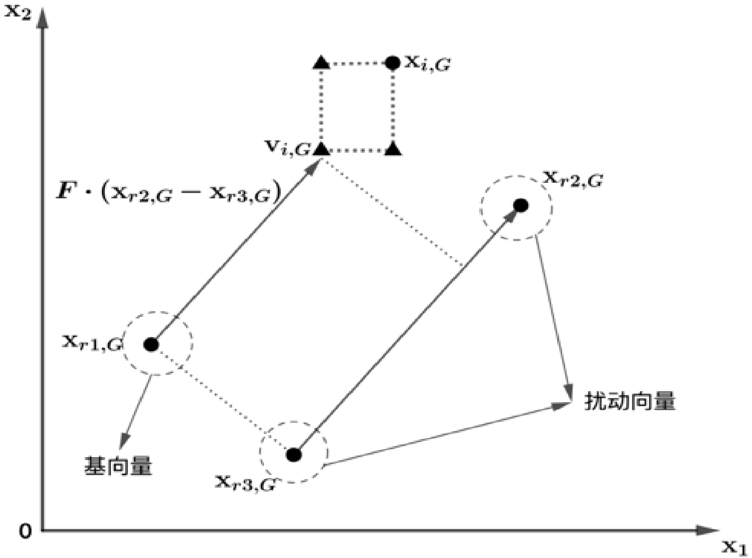
- **Step2.4 替换**：如果 $f\left(\vec{u}_{i,G}\right) \leq f\left(\vec{x}_{i,G}\right)$，令 $\vec{x}_{i,G+1} = \vec{u}_{i,G}$；否则，令 $\vec{x}_{i,G+1} = \vec{x}_{i,G}$。

算法框架

- **Step 1 初始化种群**：确定需要的参数，在给定搜索区间内随机生成初始的个体
- **Step 2.1 变异**：变异算子：$n = a + F * (b - c)$
- **Step 2.2 交叉**
- **Step 2.3 选择（替换）**：计算目标函数值，比较原始种群以及变异种群中的个体，选出下一代个体
- **Step3 终止准则判断：** 迭代，直到达到设定的最大代数

DE 算法示意图

DE 在二维搜索空间中的示意图



示例

- 应用案例 5.10.1 差分进化算法求解无约束二次优化问题 $f(x) = x_1^2 + x_2^2$

练习题

- 应用差分进化算法求解无约束二次优化问题
  $f=\sum_{i=1}^{N/2}\left[\left(x_{2i}-x_{2i-1}^2\right)^2+\left(1-x_{2i-1}\right)^2\right]$
  最优解 $x^*=(1,1,\ldots,1)^T$; 最优值 $f^*=0$.