

## Estratégias heurísticas

Uma heurística (do grego heuriskein – descobrir) é uma técnica que aponta um caminho a seguir na busca que seja mais promissor, ou seja, que ofereça uma resposta com uma qualidade aceitável, embora não necessariamente a melhor resposta. Para muitos problemas reais, o espaço de busca pode ser muito grande e a adoção de uma heurística pode ser determinante para impedir uma explosão combinatória de caminhos possíveis.

O algoritmo  $A^*$  é um exemplo de algoritmo de busca em que é proposta uma heurística para a função de custo de cada nó  $N$  que possui a seguinte forma:

$$f(N) = g(N) + h(N) \quad \text{onde:}$$

$g(N)$  = custo do caminho até  $N$

$h(N)$  = estimativa do custo do caminho de  $N$  até um nó terminal (heurística).

A função  $h(N)$  é uma heurística sobre o menor caminho do nó  $N$  até o nó final. A qualidade da nossa solução depende desta estimativa. Se soubermos como calcular  $h(N)$ , ou seja, se tivermos uma boa estimativa do custo de caminho de  $N$  até nosso objetivo, podemos orientar nossa busca apenas por esta estimativa (o que seria equivalente à busca gulosa). Entretanto, o algoritmo  $A^*$  considera tanto o custo da estimativa (que é um custo estimado sobre o futuro do caminho), quanto o custo contabilizado real do caminho até o nó a partir do início (custo do passado). O algoritmo  $A^*$  consiste dos seguintes passos:

1. Expandir todas as possibilidades do nó aberto escolhido
2. Para cada nó  $N$  gerado, calcular  $f(N)$   
se  $N$  já está na árvore (aberto), eliminar aquele com maior  $f(N)$
3. Escolher o nó que tenha o menor  $f(N)$  na árvore.
4. Se não foi achado o destino, retornar ao passo 1.

Este algoritmo é muito parecido com a busca ordenada, exceto pelo fato que o cálculo de  $f(N)$  agora exige que se calcule a estimativa  $h(N)$ . Como calculá-la? Os autores do algoritmo ressaltam que o importante é que a estimativa torne o algoritmo admissível, isto é, permita que o algoritmo encontre a solução ótima, caso ela exista. Em seu trabalho, os autores mostram que o algoritmo será admissível desde que a estimativa  $h(N)$  não seja maior que o custo real do caminho de  $N$  até o nó terminal, isto é:  $h(N) < \text{custo real de } N \text{ até o nó final}$ .

Várias observações podem ser feitas sobre o algoritmo:

Sobre  $g(N)$ : se fizermos  $g(N)=0$ , estaremos sempre nos preocupando somente com o futuro (estimativa). Podemos também aplicar um custo constante de movimentação de um nó para outro, de forma que o algoritmo sirva para encontrar o menor caminho (mais rápido) e não o de menor custo.

Se  $h(N)$  for um estimador perfeito, então o algoritmo convergirá para o objetivo pelo caminho ideal. Ao contrário, se  $h(N)$  for 0, a busca será orientada somente pelo caminho passado (busca ordenada). Se  $g(N)$  também for zero a busca será aleatória. Se o valor de  $g(N)$  for sempre 1 a busca será em largura. Para o caso intermediário, isto é,  $h(N)$  não for zero nem perfeito, o algoritmo sempre encontrará o caminho ideal, caso ele exista, desde que a estimativa  $h(N)$  seja otimista, isto é, seja menor que o custo real do caminho. Exemplo: na árvore da figura 3.8, os custos entre nós são sempre 1 e a árvore mostra, para cada nó, o valor de  $h(N) + g(N)$ .

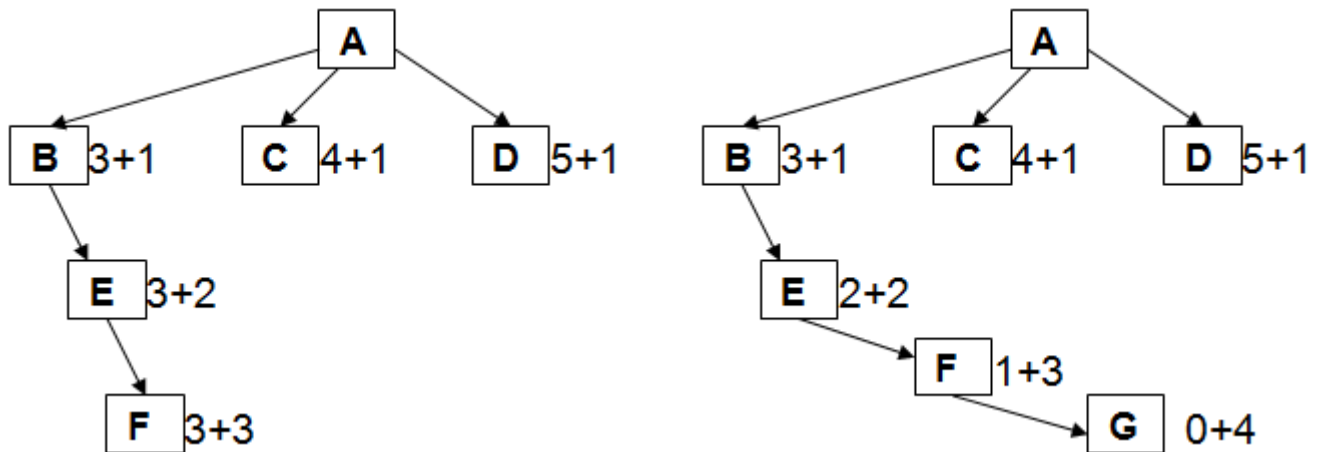


Figura 2.11 – Algoritmo A\*

Note que na figura da esquerda, após as expansões realizadas pelo algoritmo, o custo para C (5) é maior que o custo para D (6) e, portanto, devemos abandonar a sub-árvore de B, que foi inicialmente explorada por possuir o menor custo total, e abrir a árvore em C. Isto implica em ter feito uma expansão infrutífera em B, por ter subestimado o custo deste caminho. Entretanto, foi descoberto um outro caminho (C) que pode ser explorado agora como a melhor possibilidade. Ou seja, subestimar a estimativa pode implicar em mais procuras, mas leva a encontrar os caminhos mais curtos. Agora, se, pelo contrário, superestimarmos as estimativas, podem acontecer situações como as expostas na figura da direita, onde a árvore em B foi sendo expandida pois apresentava menor custo que as estimativas para C e D. Entretanto, suponha que existe um caminho entre D e o objetivo de custo 2. Ele não será encontrado porque superestimamos  $h(D)$  de tal forma que, antes de explorar o caminho de D, encontraremos outras soluções piores.

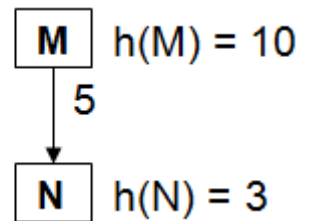
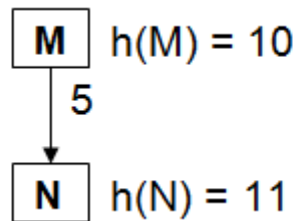
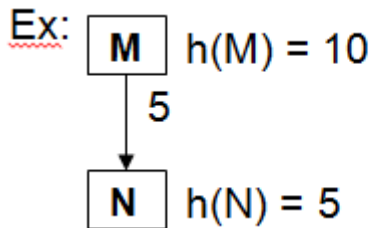
Na prática, estimar corretamente pode ser difícil e garantir que a estimativa é otimista, também. Assim, o teorema provado poderia ser de pouca utilidade. Pensando nisso, os autores provaram também um corolário mais útil (degradação suave da admissibilidade), que enuncia:

Se a estimativa for otimista na maioria das vezes então o algoritmo A\* encontra o melhor caminho também na maioria das vezes.

No problema do labirinto, podemos tomar como estimativa de custo à distância do compartimento até o compartimento de saída sem considerarmos haverem paredes entre eles (que é o melhor possível). Assim a estimativa sempre é melhor ou igual ao custo real. No problema do jogo de nove posições a estimativa otimista poderia ser à distância da casa em que está a posição analisada até a casa em que está a posição desejada. A aplicabilidade da estimativa pode levar em consideração características particulares do problema como facilidades de movimentação em uma determinada direção.

Um resumo dos resultados que os autores provaram sobre o algoritmo:

- Seja  $h^*(N)$  o custo do caminho ótimo. Se  $h(N) < h^*(N)$  para todo  $N$ , então A\* é admissível; (admissibilidade)
- Seja  $C^*$  o custo da solução ótima. Se A\* é admissível, então todo  $N$  com  $f(N) > C^*$  será fechado; (limitação no número de nós fechados)
- Se  $h(N) = h^*(N)$  para todo  $N$ , então apenas os vértices com caminho ótimo serão fechados. (otimalidade)



Uma heurística é consistente se para cada par de nós  $M$  e  $N$ , de um mesmo ramo,  $h(M) - h(N) < C(M,N)$ , onde  $C(M,N)$  é o custo de  $M$  a  $N$ .

Exercício: Considere o labirinto da figura 3.7, para o qual queremos achar a saída. Considere o custo do caminho já percorrido igual à distância medida quando se caminha, apenas em linhas paralelas às paredes, do centro de uma sala para o centro de outra sala adjacente, como anteriormente. Agora considere a estimativa do caminho a percorrer para cada compartimento, como a distância, medida da mesma forma que anteriormente, entre este compartimento e o compartimento  $T$ , sem considerar a existência ou não de passagens. Note que esta estimativa é otimista, na medida em que o custo real é no mínimo este (se existirem portas em todo o caminho) ou maior, caso não haja portas em todos os compartimentos entre o atual e  $T$ . Construa a árvore de busca e encontre o caminho com seu respectivo custo, usando esta estimativa e o algoritmo  $A^*$ .