[CAPM]

Nota: esta actividad fue originalmente realizada en E-Views y elaborada por la profesora Karla M. López Montes de la Universidad de sonora. Únicamente adapté el ejercicio a Python.

El modelo de asignación de precios de activos de capital (CAPM, del inglés capital asset pricing model) de la teoría moderna de portafolios, la cual, en su versión de prima por riesgo, se expresa como:

$$(ER_i - r_f\ ) \ = \ \beta_i(ER_m - r_f) \tag{1}$$

Donde:

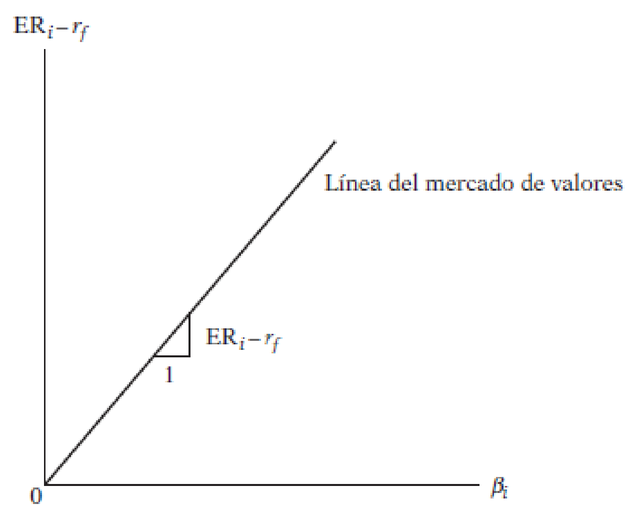
ER_i = tasa esperada de rendimiento del título i.

ER_m= tasa esperada de rendimiento del portafolios del mercado como la representa, por ejemplo, el índice compuesto de acciones S&P 500.

r_f= tasa de rendimiento libre de riesgo, por ejemplo, el rendimiento de los bonos del Tesoro estadounidense a 90 días.

β_i = el coeficiente Beta, una medida de riesgo sistemático, es decir, el riesgo que no se ha eliminado con la diversificación. Asimismo, es una medida del grado en el cual la i-ésima tasa de rendimiento del título se mueve con el mercado. Un $\beta_i > 1$ implica un título volátil o riesgoso, mientras que $\beta_i < 1$ es un título seguro. (Nota: No confunda esta β_i con el coeficiente de la pendiente de la regresión con dos variables, β_2)

Si los mercados de capitales funcionan de manera eficiente, el CAPM postula que la prima esperada por el riesgo del título $(ER_i - r_f)$ es igual a ese coeficiente β del título multiplicado por la prima esperada del riesgo del mercado $(ER_m - r_f)$. Si el CAPM se mantiene se da la situación de la figura siguiente figura:



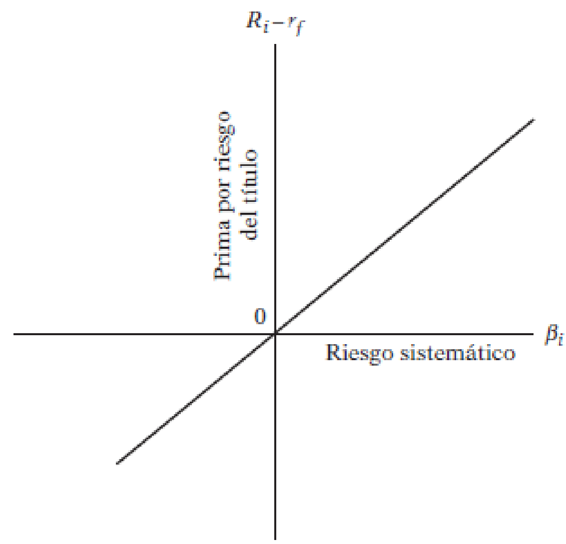
La línea que aparece en la figura se conoce como línea del mercado de valores (LMV). Para fines empíricos, la ecuación (1) suele expresarse así:

$$R_i - r_f \ = \ \beta_i(R_m - r_f) + u_i \tag{2}$$

o

$$R_i - r_f \ = \ \alpha_i + \beta_i(R_m - r_f) + u_i \tag{3}$$

Este último modelo se conoce como el Modelo del Mercado. Si el CAPM es válido, se espera que α_i sea cero, como lo muestra la siguiente figura:



La tabla 6.1 presenta datos mensuales sobre los rendimientos excedentes Yt(%) de un índice de 104 acciones del sector de bienes de consumo cíclico y los rendimientos excedentes Xt(%) del índice de todo el mercado de valores en el Reino Unido, correspondientes al periodo 1980-1999, para un total de 240 observaciones. Por rendimientos excedentes se entiende el rendimiento superior al que ofrece un activo sin riesgo (tal como en el CAPM).

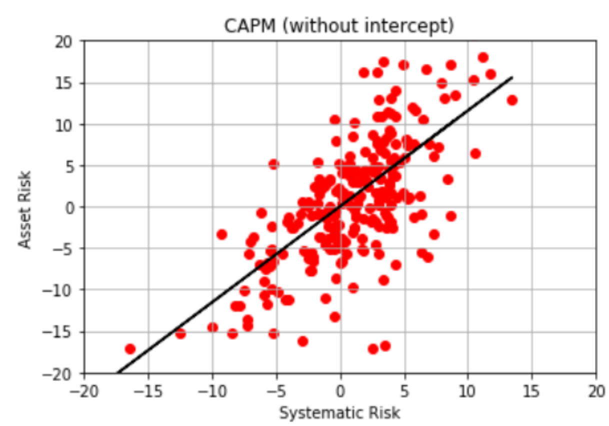
a) En primer lugar ajuste el modelo (2) a estos datos, es decir al modelo sin intercepto. Obtenga los resultados de la regresión.

OLS Regression Results

Dep. Variable:	Y	R-squared:	0.502
Model:	OLS	Adj. R-squared:	0.500
Method:	Least Squares	F-statistic:	241.2
Date:	Sun, 29 Sep 2019	Prob (F-statistic):	4.41e-38
Time:	21:47:08	Log-Likelihood:	-751.30
No. Observations:	240	AIC:	1505.
Df Residuals:	239	BIC:	1508.
Df Model:	1		
Covariance Type:	nonrobust		

	coef	std err	t	P>|t|	[0.025	0.975]
X	1.1555	0.074	15.532	0.000	1.009	1.302

Omnibus:	9.576	Durbin-Watson:	1.973
Prob(Omnibus):	0.008	Jarque-Bera (JB):	13.569
Skew:	-0.268	Prob(JB):	0.00113
Kurtosis:	4.034	Cond. No.	1.00



b) Indique si el coeficiente de la pendiente es significativo e interprételo.

El coeficiente de pendiente es significativo porque su p-valor < 5% lo que hace que la hipótesis nula, de que el coeficiente sea igual a cero, se rechaza.

Como el coeficiente es de 1.1555 significa que la Beta (tasa de riesgo promedio) de nuestro título es un 15.55% mayor al del mercado.

c) Si un coeficiente Beta es mayor que 1, se dice que ese título (en este caso, un portafolio de 104 acciones) es volátil; se mueve más que proporcionalmente con el índice general del mercado de valores. En este caso ¿el valor de coeficiente Beta es estadísticamente mayor que 1? Detalle la prueba de hipótesis utilizada.

$H_0: B \leq 1$; $H_1: B > 1$

Grados de libertad = n – 2.

```
                             Test for Constraints
==============================================================================
                 coef    std err          t      P>|t|      [0.025      0.975]
------------------------------------------------------------------------------
c0             1.1555      0.074      2.090      0.038       1.009       1.302
==============================================================================
```

Como el t-statistic es de 2.09 es menor a 2.20 se rechaza la hipótesis nula, de que $B \leq 1$. La probabilidad asociada a la hipótesis nula es de 3.80% y como es menor al 5%, es otra razón por la que se rechaza la hipótesis nula.

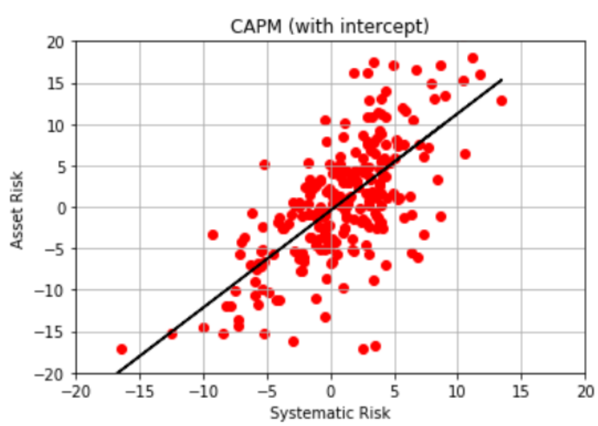
d) Ahora corra la regresión con el Modelo del Mercado (ecuación 3, que incluye el intercepto).

OLS Regression Results

Dep. Variable:	Y	**R-squared:**	0.503
Model:	OLS	**Adj. R-squared:**	0.501
Method:	Least Squares	**F-statistic:**	241.3
Date:	Sun, 29 Sep 2019	**Prob (F-statistic):**	4.75e-38
Time:	20:57:41	**Log-Likelihood:**	-750.54
No. Observations:	240	**AIC:**	1505.
Df Residuals:	238	**BIC:**	1512.
Df Model:	1		
Covariance Type:	nonrobust		

	coef	std err	t	P>|t|	[0.025	0.975]
Intercept	-0.4475	0.363	-1.233	0.219	-1.162	0.268
X	1.1711	0.075	15.535	0.000	1.023	1.320

Omnibus:	9.928	**Durbin-Watson:**	1.985
Prob(Omnibus):	0.007	**Jarque-Bera (JB):**	14.058
Skew:	-0.280	**Prob(JB):**	0.000886
Kurtosis:	4.045	**Cond. No.**	4.89



e) Comente si se cumple el CAPM es decir ¿Resulta significativo el intercepto? ¿Qué modelo preferiría?

El intercepto en este segundo modelo no resulta significativo porque su p-valor es mucho mayor al 5%. También el intercepto no tiene el signo esperado, es negativo. Lo que significa que si el coeficiente fuera igual a cero, tuviéramos un riesgo negativo que es imposible.

Preferiría el primer modelo, el que no tiene intercepto, porque se ajusta mejor a la realidad.

f) ¿Puede comparar los valores de R^2 de ambos modelos?

Modelo 1 → $R^2 = 50.20\%$

Modelo 2 → $R^2 = 50.30\%$

Como la R^2 cuadrada no es relevante cuando no hay intercepto, y como en ambos modelos resulta ser casi igual, este indicador no es significativo para decidir qué modelo es mejor.

Codigo de Fuente en Python:

```
from statsmodels.formula.api import ols
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd

#Excel Workfile
wb = pd.read_excel("Tabla_6_1.xlsx")

#dataframe
df = pd.DataFrame({
    "X": wb["X"],
    "Y": wb["Y"]
})

#Linear regression without intercept
lm = ols("Y ~ X -1", df).fit()
print(lm.summary())

#t-test
t = lm.t_test("X = 1")
print(t)

#plot (without intercept)
plt.scatter(wb["X"], wb["Y"], color = "red")
plt.plot(wb["X"], 1.1555*wb["X"], color = "black")
plt.title("CAPM (without intercept)")
plt.xlabel("Systematic Risk")
plt.ylabel("Asset Risk")
plt.axis([-20, 20, -20, 20])
plt.grid()
plt.show()


#linear regression with intercept
lm2 = ols("Y ~ X", df).fit()
print(lm2.summary())

#plot (with intercept)
plt.scatter(wb["X"], wb["Y"], color = "red")
plt.plot(wb["X"], 1.1711*wb["X"] -0.4475, color = "black")
plt.title("CAPM (with intercept)")
plt.xlabel("Systematic Risk")
plt.ylabel("Asset Risk")
plt.axis([-20, 20, -20, 20])
plt.grid()
plt.show()
```