

# Análisis de Algoritmos y Estructura de Datos

## Algoritmos sobre grafos

Prof. Violeta Chang C

Semestre 2 – 2023



# TDA grafo

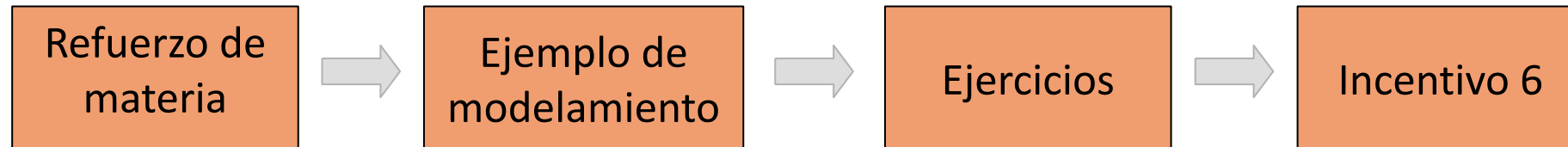
- **Contenidos:**

- Algoritmo de recorrido DFS
- Algoritmo de camino mínimo Dijkstra
- Algoritmo de flujo máximo Ford-Fulkerson

- **Objetivos:**

- Comprender funcionamiento algoritmo de recorrido DFS en grafos y aplicarlo para resolver problemas específicos
- Comprender funcionamiento algoritmo Dijkstra de camino mínimo en grafos y aplicarlo para resolver problemas específicos
- Comprender funcionamiento algoritmo Ford-Fulkerson de flujo máximo en grafos y aplicarlo para resolver problemas específicos

# Ruta de la sesión

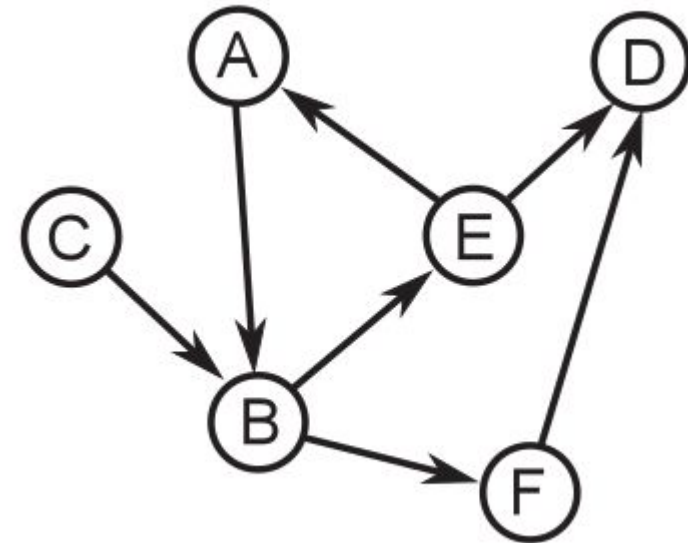


# Refuerzo de materia



# Terminología de grafos

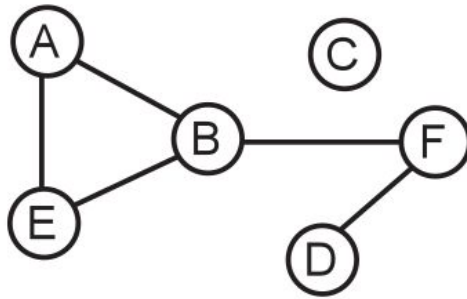
- Un grafo  $G$  se define con:
  - **Conjunto de vértices**  
 $V = \{A, B, C, D, E, F\}$
  - **Conjunto de aristas**  
 $A = \{(A, B), (B, E), (B, F), (C, B), (E, D), (F, D)\}$





# Representación de grafos

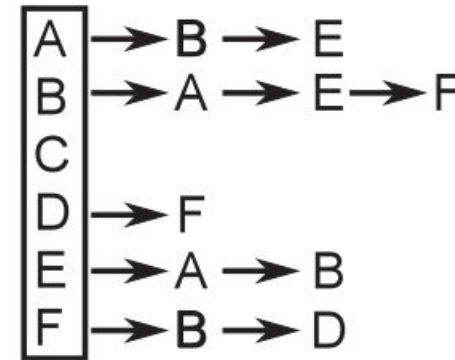
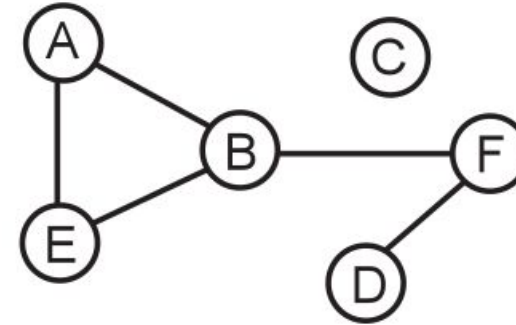
## Matriz de adyacencia



	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	1	0
B	1	0	0	0	1	1
C	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	1
E	1	1	0	0	0	0
F	0	1	0	1	0	0

Matriz de adyacencia de un  
grafo no dirigido

## Listas de adyacencia



Listas de adyacencia de un  
grafo no dirigido



# Recorrido en profundidad (DFS)

```
DFS (grafo g, vertice inicio)
  pila ← crearPilaVacía (calcularLargo (G → V))
  apilar (pila, inicio)
  marcarVisitado (inicio)
  mientras no (esPilaVacía (pila)) hacer
    topePila ← tope (pila) → dato
    adyacentes ← obtenerAdyacentes (G, topePila)
    w ← adyacenteNoVisitado (adyacentes)
    si existe (w) entonces
      apilar (pila, w)
      marcarVisitado (w)
    sino
      desapilar (pila)
```

**Complejidad:  $O(n^2)$**



# Camino mínimo: Dijkstra

```
Dijkstra(grafo G, vertice inicio): arreglo, arreglo
  n←calcularLargoArreglo(G→V)
  para i←1 hasta n
    anterior(i)←0
    si G→A(inicio,i)>0 entonces
      distancia(i)←G→W(inicio,i)
      anterior(i)←inicio
    sino
      distancia(i)←∞
  distancia(inicio)←0
  marcarVisitado(inicio)
  mientras existenVerticesSinVisitar hacer
    u←noVisitadoDistanciaMinima(distancia,g)
    marcarVisitado(u)
    adyacentes←obtenerAdyacentes(G,u)
    mientras adyacentes<>NULO hacer
      v←adyacentes→dato
      si distancia(v)>distancia(u)+G→W(u,v) entonces
        distancia(v)←distancia(u)+G→W(u,v)
        anterior(v)←u
      adyacentes←adyacentes→puntero
  devolver(distancia,anterior)
```

**Complejidad:  $O(n^2)$**





# Flujo en redes: Ford-Fulkerson

```
FordFulkerson(grafo G, vertice s, vertice t):num
  GR→V ← G→V
  n←calcularLargo(GR→V)
  para u←1 hasta n
    para v←1 hasta n
      GR→A(u,v)→capacidad ← G→A(u,v)
      GR→A(u,v)→flujo ← 0
  flujoMaximo ← 0
  camino ← encontrarCamino(GR,s,t)
  mientras no(esListaVacía(camino)) hacer
    flujoCamino ← obtenerCapacidadMinima(GR, camino)
    mientras camino<>NULO y camino→puntero<>NULO hacer
      u ← camino→dato
      v ← camino→puntero→dato
      GR→A(u,v)→flujo ← GR→A(u,v)→flujo + flujoCamino
      GR→A(v,u)→flujo ← GR→A(v,u)→flujo - flujoCamino
      camino ← camino→puntero
    flujoMaximo ← flujoMaximo + flujoCamino
    camino ← encontrarCamino(GR,s,t)
  devolver (flujoMaximo)
```

# **Ejemplo**

## **Modelamiento con grafos**



# Modelamiento con grafos

- Cinco amigos Antonio, Beatriz, Cristóbal, Daniela y Esteban quieren comunicar sus computadores para jugar en red.
- Los costos de comunicación son recíprocos y se expresan en segundos. Los costos de enviar datos entre los computadores de Antonio y Beatriz es 3, y entre Antonio y Esteban es 5. El costo de comunicación entre computadores de Beatriz y Cristóbal es 2, y entre Beatriz y Daniela cuesta 6. Si se comunican los computadores de Cristóbal y Esteban cuesta 3. Finalmente, la comunicación entre el computador de Daniela y el de Esteban cuesta 1.
- Se debe decidir cómo deben estar conectados los computadores para que Antonio y Cristóbal tarden lo menos posible en comunicarse.



# Modelamiento con grafos

- **Modelando el problema como un grafo:**

- vértices
- aristas
- pesos
- dirigido o no dirigido
- algoritmo a aplicar para resolver problema

- Cinco amigos Antonio, Beatriz, Cristóbal, Daniela y Esteban quieren comunicar sus computadores para jugar en red.
- Los costos de comunicación son recíprocos y se expresan en segundos. Los costos de enviar datos entre los computadores de Antonio y Beatriz es 3, y entre Antonio y Esteban es 5. El costo de comunicación entre computadores de Beatriz y Cristóbal es 2, y entre Beatriz y Daniela cuesta 6. Si se comunican los computadores de Cristóbal y Esteban cuesta 3. Finalmente, la comunicación entre el computador de Daniela y el de Esteban cuesta 1.
- Se debe decidir cómo deben estar conectados los computadores para que Antonio y Cristóbal tarden lo menos posible en comunicarse.



# Modelamiento con grafos

- **Modelando el problema como un grafo:**

- **vértices**
- aristas
- pesos
- dirigido o no dirigido
- algoritmo a aplicar para resolver problema

- **Cinco amigos Antonio, Beatriz, Cristóbal, Daniela y Esteban quieren comunicar sus computadores para jugar en red.**
- Los costos de comunicación son recíprocos y se expresan en segundos. Los costos de enviar datos entre los computadores de Antonio y Beatriz es 3, y entre Antonio y Esteban es 5. El costo de comunicación entre computadores de Beatriz y Cristóbal es 2, y entre Beatriz y Daniela cuesta 6. Si se comunican los computadores de Cristóbal y Esteban cuesta 3. Finalmente, la comunicación entre el computador de Daniela y el de Esteban cuesta 1.
- Se debe decidir cómo deben estar conectados los computadores para que Antonio y Cristóbal tarden lo menos posible en comunicarse.



# Modelamiento con grafos

- **Modelando el problema como un grafo:**

- vértices= $\{A, B, C, D, E\}$
- aristas
- pesos
- dirigido o no dirigido
- algoritmo a aplicar para resolver problema

- **Cinco amigos Antonio, Beatriz, Cristóbal, Daniela y Esteban quieren comunicar sus computadores para jugar en red.**
- Los costos de comunicación son recíprocos y se expresan en segundos. Los costos de enviar datos entre los computadores de Antonio y Beatriz es 3, y entre Antonio y Esteban es 5. El costo de comunicación entre computadores de Beatriz y Cristóbal es 2, y entre Beatriz y Daniela cuesta 6. Si se comunican los computadores de Cristóbal y Esteban cuesta 3. Finalmente, la comunicación entre el computador de Daniela y el de Esteban cuesta 1.
- Se debe decidir cómo deben estar conectados los computadores para que Antonio y Cristóbal tarden lo menos posible en comunicarse.



# Modelamiento con grafos

- **Modelando el problema como un grafo:**

- vértices={A, B, C, D, E}
- **aristas**
- pesos
- dirigido o no dirigido
- algoritmo a aplicar para resolver problema

- Cinco amigos Antonio, Beatriz, Cristóbal, Daniela y Esteban quieren comunicar sus computadores para jugar en red.
- **Los costos de comunicación son recíprocos y se expresan en segundos. Los costos de enviar datos entre los computadores de Antonio y Beatriz es 3, y entre Antonio y Esteban es 5. El costo de comunicación entre computadores de Beatriz y Cristóbal es 2, y entre Beatriz y Daniela cuesta 6. Si se comunican los computadores de Cristóbal y Esteban cuesta 3. Finalmente, la comunicación entre el computador de Daniela y el de Esteban cuesta 1.**
- Se debe decidir cómo deben estar conectados los computadores para que Antonio y Cristóbal tarden lo menos posible en comunicarse.



# Modelamiento con grafos

- **Modelando el problema como un grafo:**

- vértices={A, B, C, D, E}
- **aristas**
- **pesos**
- dirigido o no dirigido
- algoritmo a aplicar para resolver problema

- Cinco amigos Antonio, Beatriz, Cristóbal, Daniela y Esteban quieren comunicar sus computadores para jugar en red.
- **Los costos de comunicación son recíprocos y se expresan en segundos.** Los costos de enviar datos entre los computadores de Antonio y Beatriz es 3, y entre Antonio y Esteban es 5. El costo de comunicación entre computadores de Beatriz y Cristóbal es 2, y entre Beatriz y Daniela cuesta 6. Si se comunican los computadores de Cristóbal y Esteban cuesta 3. Finalmente, la comunicación entre el computador de Daniela y el de Esteban cuesta 1.
- Se debe decidir cómo deben estar conectados los computadores para que Antonio y Cristóbal tarden lo menos posible en comunicarse.





# Modelamiento con grafos

- **Modelando el problema como un grafo:**

- vértices={A, B, C, D, E}
- **aristas**
- pesos: Sí
- **dirigido o no dirigido**
- algoritmo a aplicar para resolver problema

- Cinco amigos Antonio, Beatriz, Cristóbal, Daniela y Esteban quieren comunicar sus computadores para jugar en red.
- **Los costos de comunicación son recíprocos y se expresan en segundos.** Los costos de enviar datos entre los computadores de Antonio y Beatriz es 3, y entre Antonio y Esteban es 5. El costo de comunicación entre computadores de Beatriz y Cristóbal es 2, y entre Beatriz y Daniela cuesta 6. Si se comunican los computadores de Cristóbal y Esteban cuesta 3. Finalmente, la comunicación entre el computador de Daniela y el de Esteban cuesta 1.
- Se debe decidir cómo deben estar conectados los computadores para que Antonio y Cristóbal tarden lo menos posible en comunicarse.



# Modelamiento con grafos

- **Modelando el problema como un grafo:**

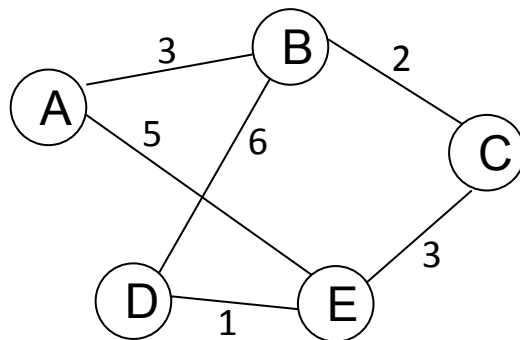
- vértices={A, B, C, D, E}
- **aristas**
- pesos: Sí
- dirigido o no dirigido: no dirigido
- algoritmo a aplicar para resolver problema

- Cinco amigos Antonio, Beatriz, Cristóbal, Daniela y Esteban quieren comunicar sus computadores para jugar en red.
- **Los costos de comunicación son recíprocos y se expresan en segundos. Los costos de enviar datos entre los computadores de Antonio y Beatriz es 3, y entre Antonio y Esteban es 5. El costo de comunicación entre computadores de Beatriz y Cristóbal es 2, y entre Beatriz y Daniela cuesta 6. Si se comunican los computadores de Cristóbal y Esteban cuesta 3. Finalmente, la comunicación entre el computador de Daniela y el de Esteban cuesta 1.**
- Se debe decidir cómo deben estar conectados los computadores para que Antonio y Cristóbal tarden lo menos posible en comunicarse.



# Modelamiento con grafos

- **Modelando el problema como un grafo:**
  - vértices={A, B, C, D, E}
  - aristas
  - pesos: Sí
  - dirigido o no dirigido: no dirigido
  - algoritmo a aplicar para resolver problema



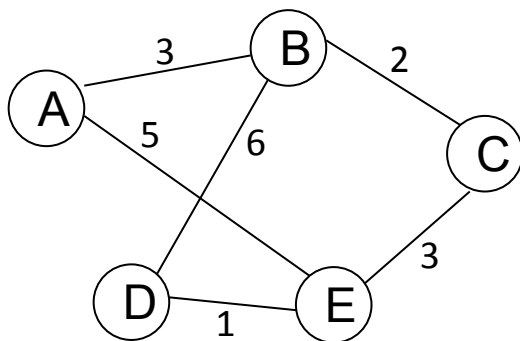
- Cinco amigos Antonio, Beatriz, Cristóbal, Daniela y Esteban quieren comunicar sus computadores para jugar en red.
- **Los costos de comunicación son recíprocos y se expresan en segundos. Los costos de enviar datos entre los computadores de Antonio y Beatriz es 3, y entre Antonio y Esteban es 5. El costo de comunicación entre computadores de Beatriz y Cristóbal es 2, y entre Beatriz y Daniela cuesta 6. Si se comunican los computadores de Cristóbal y Esteban cuesta 3. Finalmente, la comunicación entre el computador de Daniela y el de Esteban cuesta 1.**
- Se debe decidir cómo deben estar conectados los computadores para que Antonio y Cristóbal tarden lo menos posible en comunicarse.



# Modelamiento con grafos

- **Modelando el problema como un grafo:**

- vértices={A, B, C, D, E}
- aristas
- pesos: Sí
- dirigido o no dirigido: no dirigido
- algoritmo a aplicar para resolver problema



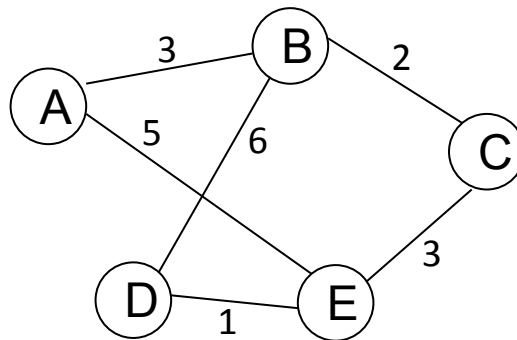
- Cinco amigos Antonio, Beatriz, Cristóbal, Daniela y Esteban quieren comunicar sus computadores para jugar en red.
- **Los costos de comunicación son recíprocos...**
- Se debe decidir cómo deben estar conectados los computadores para que Antonio y Cristóbal tarden lo menos posible en comunicarse.

	A	B	C	D	E
A		3			5
B	3		2	6	
C		2			3
D		6			1
E	5		3	1	



# Modelamiento con grafos

- **Modelando el problema como un grafo:**
  - vértices= $\{A, B, C, D, E\}$
  - aristas
  - pesos: Sí
  - dirigido o no dirigido: no dirigido
  - **algoritmo a aplicar para resolver problema**



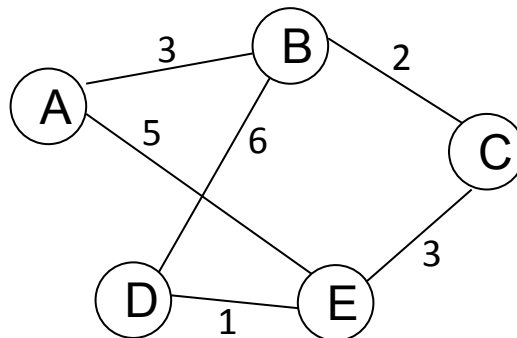
- Cinco amigos Antonio, Beatriz, Cristóbal, Daniela y Esteban quieren comunicar sus computadores para jugar en red.
- Los costos de comunicación son recíprocos y se expresan en segundos. Los costos de enviar datos entre los computadores de Antonio y Beatriz es 3, y entre Antonio y Esteban es 5. El costo de comunicación entre computadores de Beatriz y Cristóbal es 2, y entre Beatriz y Daniela cuesta 6. Si se comunican los computadores de Cristóbal y Esteban cuesta 3. Finalmente, la comunicación entre el computador de Daniela y el de Esteban cuesta 1.
- Se debe decidir **cómo deben estar conectados los computadores para que Antonio y Cristóbal tarden lo menos posible en comunicarse.**



# Modelamiento con grafos

- **Modelando el problema como un grafo:**

- vértices= $\{A, B, C, D, E\}$
- aristas
- pesos: Sí
- dirigido o no dirigido: no dirigido
- algoritmo a aplicar para resolver problema: camino mínimo entre A y C (Dijkstra)



- Cinco amigos Antonio, Beatriz, Cristóbal, Daniela y Esteban quieren comunicar sus computadores para jugar en red.
- Los costos de comunicación son recíprocos y se expresan en segundos. Los costos de enviar datos entre los computadores de Antonio y Beatriz es 3, y entre Antonio y Esteban es 5. El costo de comunicación entre computadores de Beatriz y Cristóbal es 2, y entre Beatriz y Daniela cuesta 6. Si se comunican los computadores de Cristóbal y Esteban cuesta 3. Finalmente, la comunicación entre el computador de Daniela y el de Esteban cuesta 1.
- Se debe decidir cómo deben estar conectados los computadores para que Antonio y Cristóbal tarden lo menos posible en comunicarse.



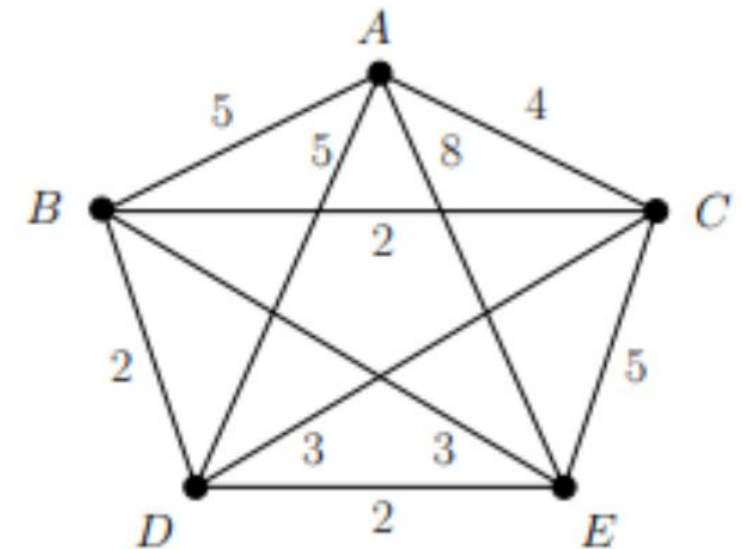
DEPARTAMENTO DE  
**INGENIERÍA  
INFORMÁTICA**  
UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

# Ejercicios



# Ejercicio en parejas - 20 minutos

- El campus de una universidad congrega 5 edificios, cada uno correspondiente a una facultad. Durante los días de receso de la universidad, la seguridad del campus se ha convertido en una cuestión primordial por lo desolado del ambiente. Para dar solución a este problema, se cuenta con personal de seguridad que realiza rondas periódicas peatonales a lo largo de todo el campus, todos los días que dura el receso. El grafo mostrado representa las distancias entre los distintos edificios dentro del campus y los caminos entre ellos.
- Considerando esta información, se pide responder a los siguientes requerimientos:
  - Decidir si un vigilante puede salir de A, recorrer todos los edificios una sola vez y volver al punto de partida. ¿Y desde B?
  - Encontrar un recorrido de longitud mínima que visite todos los edificios y regrese al punto de partida.







# Ejercicio en parejas - 20 minutos

El Departamento de Ingeniería Informática de la USACH se ha ganado un viaje para que algunos de sus estudiantes realicen una visita técnica a varias empresas de Silicon Valley, en San Francisco (Estados Unidos).

El grupo necesita viajar el mismo día (20/nov/2023) y a través de una única línea aérea que patrocina el viaje. La cantidad de personas beneficiadas dependerá de la disponibilidad de asientos en los vuelos de la aerolínea, haciendo escala en distintas ciudades para llegar desde Santiago a San Francisco.

Así, para la fecha elegida, la aerolínea ha informado que desde Santiago a Lima cuenta con 7 asientos disponibles, desde Lima a Ciudad de México hay 10 asientos libres y desde Ciudad de México a San Francisco tienen 18 cupos.

Además, desde Santiago a Río de Janeiro se tienen 25 asientos disponibles, desde Río de Janeiro a Ciudad de México hay 20 y a Bogotá hay 9 asientos libres. Desde Bogotá a San Francisco existen 40 espacios libres.

Saliendo desde Santiago a Buenos Aires se tienen 5 asientos disponibles, desde Buenos Aires a Bogotá hay 4 y a Montevideo hay 15 asientos libres. Desde Montevideo a San Francisco hay 9 asientos libres.

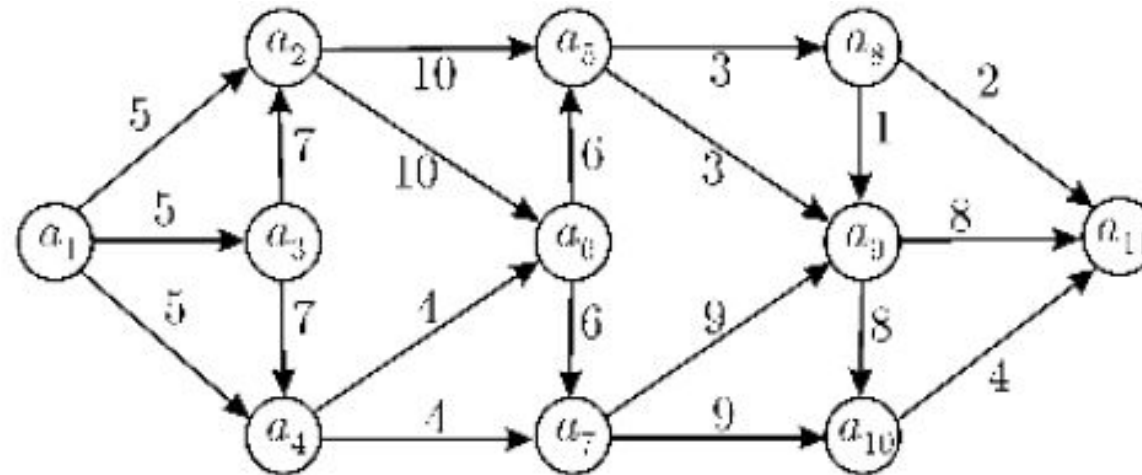
¿Cuántas personas podrán viajar en representación del DIINF a la visita a Silicon Valley?



## Incentivo 6 - 20+5 minutos

El nuevo entrenador de la selección de fútbol femenino de la universidad, está planificando su estrategia de juego.

Considerando 11 jugadoras en cancha, en base a su observación, generó índices a la probabilidad de perder el control del balón desde la arquera ( $a_1$ ) hacia la delantera ( $a_{11}$ ). Si se necesita tener oportunidades de gol, ¿cuál debe ser una estrategia de pases que debe indicar a las jugadoras?





# Incentivo 6 - 20+5 minutos

## Puntaje

I.	El algoritmo propuesto apunta a resolver el problema planteado. (SI 1 punto / NO 0 punto)	
II.	El algoritmo resuelve correctamente el problema planteado. (SI 1 punto / NO 0 punto)	
III.	El algoritmo está escrito en pseudocódigo ordenado (SI 1 punto / NO 0 punto)	
IV.	El algoritmo está escrito en el formato establecido (SI 1 punto / NO 0 punto)	
V.	El algoritmo identifica entradas correctamente (SI 1 punto / NO 0 punto)	
VI.	El algoritmo identifica y declara salidas de manera correcta. (SI 1 punto / NO 0 punto)	
VII.	Calcula correctamente la complejidad (SI 1 punto / NO 0 punto)	
VIII.	Justifica la complejidad del algoritmo propuesto. (SI 1 punto / NO 0 punto)	
	PUNTOS	



# Actividad de cierre



- Ir a [menti.com](https://www.menti.com) e ingresar código 1670 4684

## U3 - S9

- Resumen de la semana:
  - Algoritmo de recorrido DFS
  - Algoritmo de camino mínimo Dijkstra
  - Algoritmo de flujo máximo Ford-Fulkerson

cátedra – refuerzo – laboratorio

- Próxima semana:
  - **PEP2**
  - **Entrega de Tarea 2**
- Algoritmo de árboles de cobertura mínima (Prim y Kruskal)

 <b>Noviembre 2023</b>						
Domingo	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
Receso						
5	6	7 	8	9 	10 	11
12	13	14 	15 	16 	17 	18
19	20	21	22	23 	24 	25
26	27	28	29 	30 		

<div>  <b>Diciembre 2023</b> </div>						
Domingo	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
					1 	2
3	4	5	6	7 	8 <small>Día de la Inmaculada Concepción</small>	9
10	11	12 	13 	14 	15	16
17	18	19 	20	21	22 <small>Sábado de diciembre</small>	23
24	25 <small>Navidad</small>	26	27	28	29	30