

# Aula 6

# O Problema do Transporte

Curso: Ciência de Dados e Inteligência Artificial

**Otimização e Simulação**

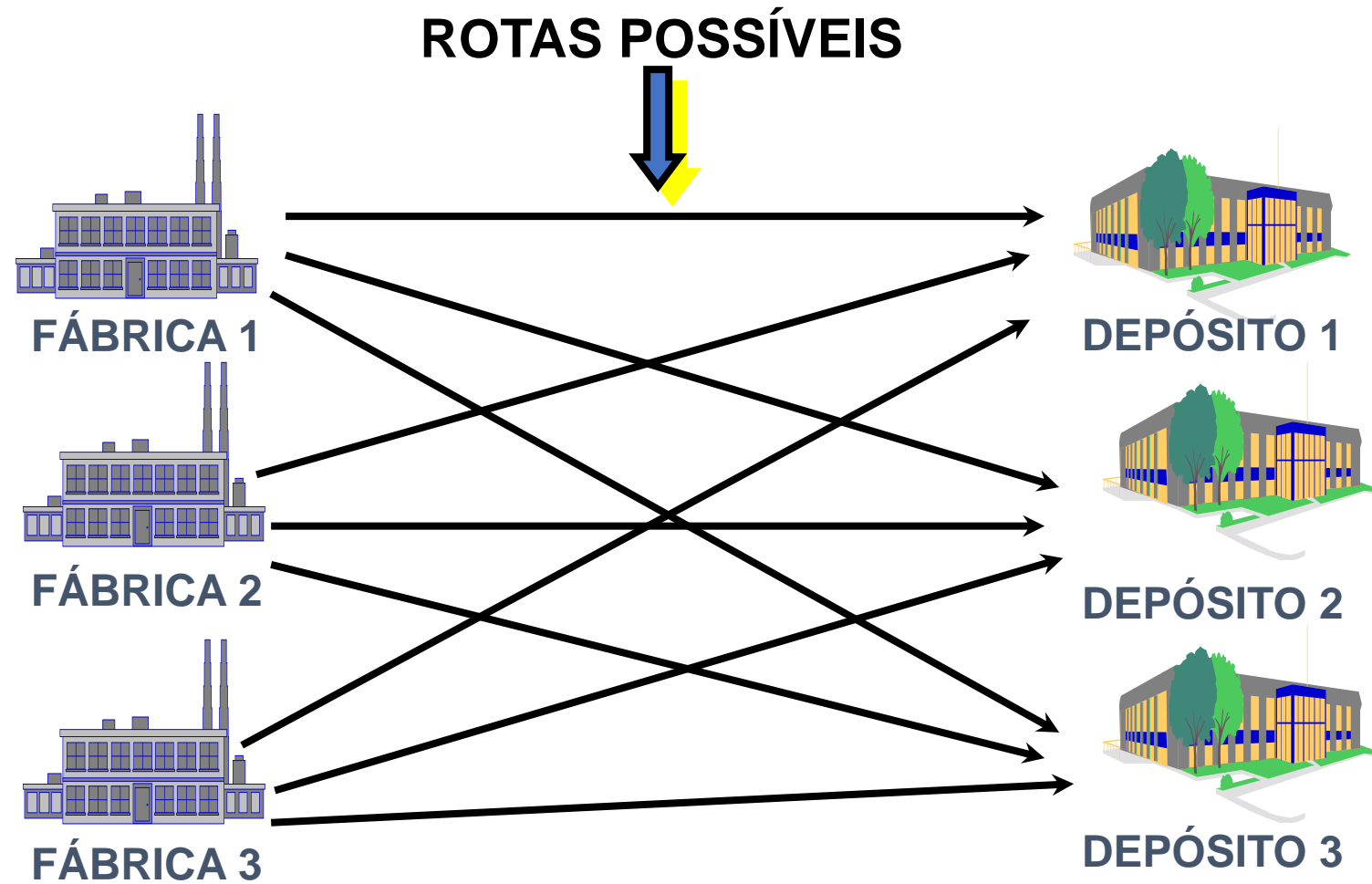
Prof. Dr. Rooney R. A. Coelho



# O Problema do Transporte

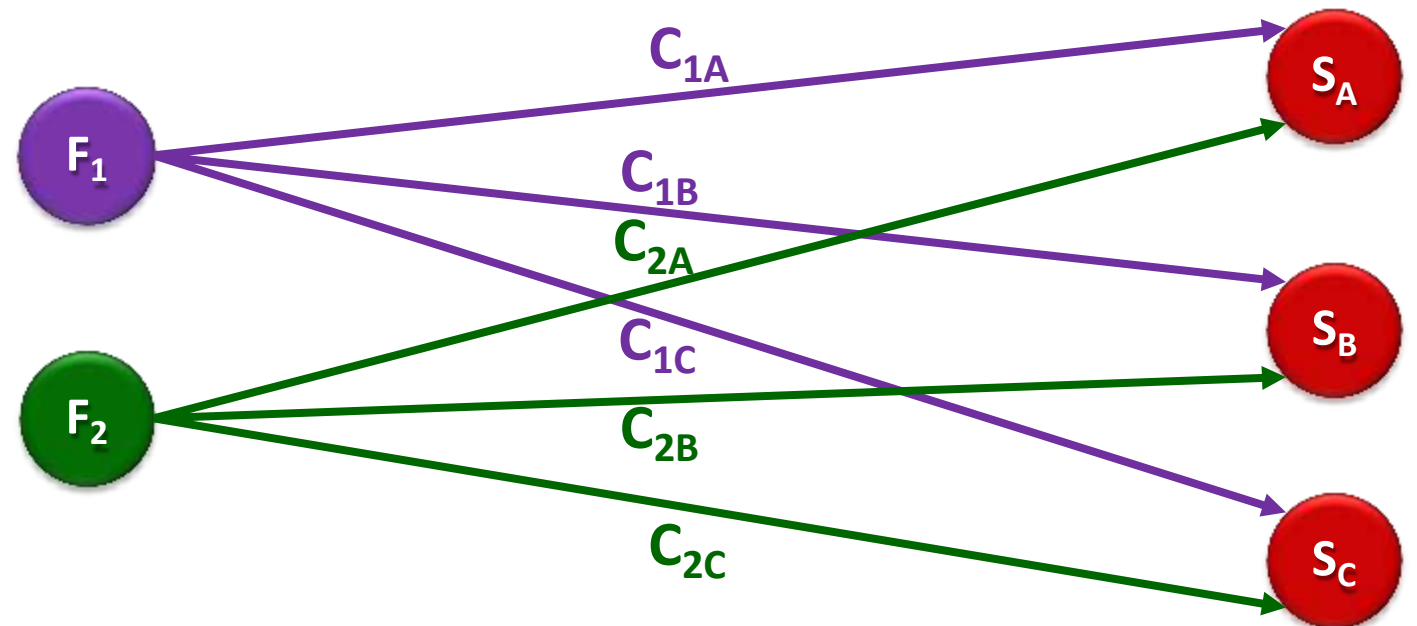
- Dados
  - Estrutura de fontes de produção ou origens de um produto
  - Rede de caminhos possíveis de transporte
  - Destinos ou mercados para os produtos
- Objetivo
  - Determinar o carregamento da rede de transporte que minimiza o custo total de transporte.

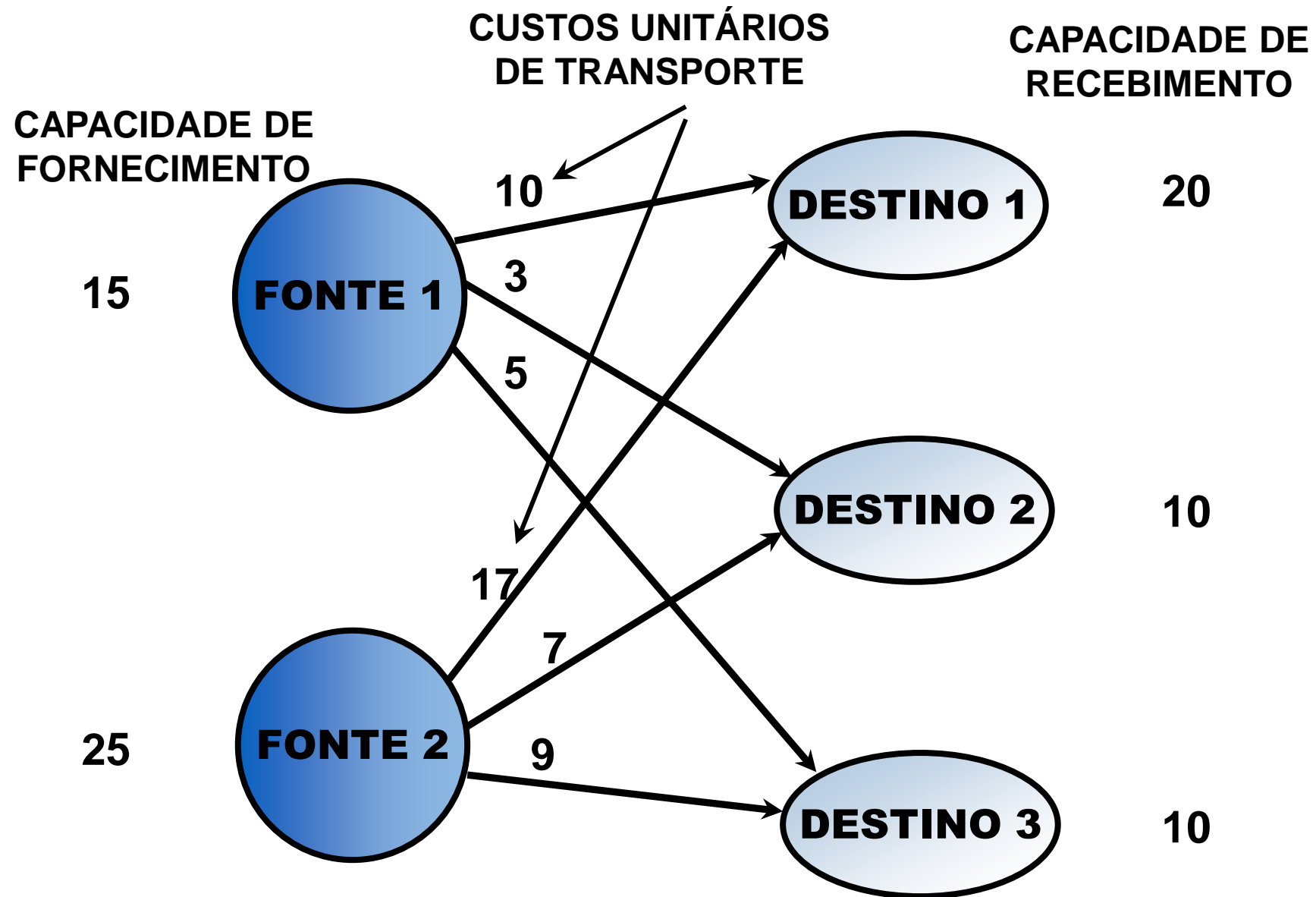
# EXEMPLO DE UMA REDE DE TRANSPORTE



# O Problema do Transporte

- Múltiplas fontes de um produto
- Múltiplos sorvedouros do mesmo produto
- Custos de transporte diferentes





# Modelo de Programação Linear

$$\text{Minimizar } Z = 10 \cdot x_{11} + 3 \cdot x_{12} + 5 \cdot x_{13} + 12 \cdot x_{21} + 7 \cdot x_{22} + 9 \cdot x_{23}$$

Sujeito às restrições:

- De capacidade das fontes:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 15$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 25$$

- De absorção pelos destinos:

$$x_{11} + x_{21} = 20$$

$$x_{12} + x_{22} = 10$$

$$x_{13} + x_{23} = 10$$

$$\text{Com } x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22} \text{ e } x_{23} \geq 0$$

# O Problema do Transporte

- Quando ocorre?
  - Distribuição de Combustível
  - Distribuição de Papel
  - Distribuição de Suco de Laranja

# Problema do Transporte: Exemplo

Quanto deve ser produzido e entregue por cada fábrica em cada centro consumidor, de forma a **minimizar os custos** de transporte?

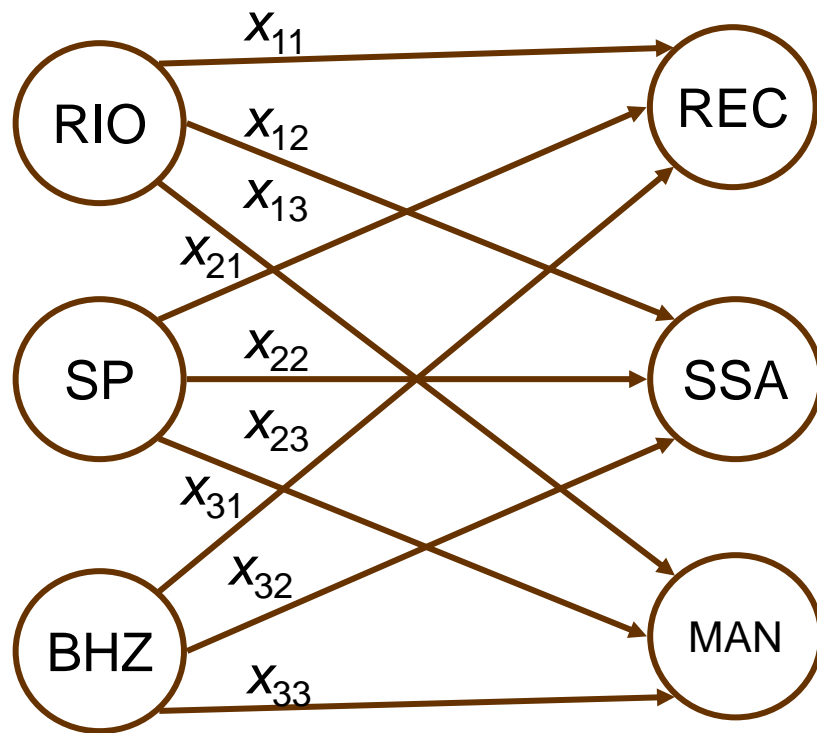
	Centro Consumidor			
Fábrica	Recife	Salvador	Manaus	Capacidade
Rio	25	20	30	2000
São Paulo	30	25	25	1500
B.Horizonte	20	15	23	1500
Demanda	2000	2000	1000	



- Existem 9 variáveis para expressar a quantidade transportada em cada uma das possíveis vias.
  - $x_{ij}$  = Quantidade transportada da fábrica  $i$  para o centro consumidor  $j$ .

$$i = \begin{cases} 1 - \text{Rio de Janeiro} \\ 2 - \text{São Paulo} \\ 3 - \text{Belo Horizonte} \end{cases}$$

$$j = \begin{cases} 1 - \text{Recife} \\ 2 - \text{Salvador} \\ 3 - \text{Manaus} \end{cases}$$



	Centro Consumidor		
Fábrica	REC	SSA	MAN
Rio	$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$
SP	$x_{21}$	$x_{22}$	$x_{23}$
BH	$x_{31}$	$x_{32}$	$x_{33}$

	Centro Consumidor			
Fábrica	Recife	Salvador	Manaus	Capacidade
Rio	25	20	30	2000
São Paulo	30	25	25	1500
B.Horizonte	20	15	23	1500
Demanda	2000	2000	1000	

$$\begin{aligned}
 \text{Min} & 25x_{11} + 20x_{12} + 30x_{13} + 30x_{21} + 25x_{22} + 25x_{23} \\
 & + 20x_{31} + 15x_{32} + 23x_{33}
 \end{aligned}$$

s.t.

$$\begin{array}{l|l}
 x_{11} + x_{12} + x_{13} = 2000 & x_{11} + x_{21} + x_{31} = 2000 \\
 x_{21} + x_{22} + x_{23} = 1500 & x_{12} + x_{22} + x_{32} = 2000 \\
 x_{31} + x_{32} + x_{33} = 1500 & x_{13} + x_{23} + x_{33} = 1000 \\
 x_{ij} \geq 0 &
 \end{array}$$

# Propriedades

A condição necessária e suficiente para um problema de transporte com  $n$  fábricas e  $m$  centros consumidores tenha solução é dada por:

$$\sum_{i=1}^n f_i = \sum_{j=1}^m d_j$$

Total da Capacidade = Total da demanda

# Solução no Excel

Centro Consumidor	Recife	Salvador	Manaus		
Fábrica					
Rio de Janeiro	25	20	30		
São Paulo	30	25	25		
Belo Horizonte	20	15	23		
Centro Consumidor	Quantidades Transportadas			Fabricado	Capacidade
Fábrica	Recife	Salvador	Manaus	LHS	RHS
Rio de Janeiro	1500	500	0	2000	2000
São Paulo	500	0	1000	1500	1500
Belo Horizonte	0	1500	0	1500	1500
Entregue (LHS)	2000	2000	1000		
Demanda(RHS)	2000	2000	1000		
Custo Total	110000				

# Oferta diferente da demanda

- A regra das variáveis fantasma (*Dummy*):
  - No caso de **Oferta**  $\geq$  **Demanda** devemos introduzir um **destino fantasma**;
  - No caso de **Demanda**  $\geq$  **Oferta** devemos introduzir uma **oferta fantasma**;
- Todos os custos relacionados às variáveis fantasma serão nulos;
- A oferta ou a demanda fantasma será dada pela diferença entre o total ofertado e total demandado.

# Oferta diferente da demanda

Modificando a oferta de São Paulo de 1500 para 3000

	Centro Consumidor			Capacidade
Fábrica	Recife	Salvador	Manaus	(oferta)
Rio	25	20	30	2000
São Paulo	30	25	25	3000
B.Horizonte	20	15	23	1500
Demanda	2000	2000	1000	

**Demanda total menor que a Oferta total!**

Cria-se um consumidor *Dummy*:

	Centro Consumidor				
Fábrica	Recife	Salvador	Manaus	<i>Dummy</i>	Capacidade
Rio	25	20	30	0	2000
São Paulo	30	25	25	0	3000
B.Horizonte	20	15	23	0	1500
<b>Demanda</b>	<b>2000</b>	<b>2000</b>	<b>1000</b>	<b>1500</b>	



# Solução no Excel

Centro Consumidor	Recife	Salvador	Manaus	Dummy		
Fábrica						
Rio de Janeiro	25	20	30	0		
São Paulo	30	25	25	0		
Belo Horizonte	20	15	23	0		
Centro Consumidor	Quantidades Transportadas				Fabricado	Capacidade
Fábrica	Recife	Salvador	Manaus	Dummy	LHS	RHS
Rio de Janeiro	0	2000	0	0	2000	2000
São Paulo	500	0	1000	1500	3000	3000
Belo Horizonte	1500	0	0	0	1500	1500
Entregue (LHS)	2000	2000	1000	1500		
Demanda(RHS)	2000	2000	1000	1500		
Custo Total	110000					

# Solução Alternativa

As Variáveis *Dummy* não são obrigatórias, apenas facilitam a interpretação do resultado da otimização.

## **Capacidade > Demanda:**

Criação de consumidor *dummy*

Interpretação: capacidade ociosa

**Alternativa: restrições de oferta com sinal  $\leq$**

## **Demanda > Capacidade:**

Criação de fábrica *dummy*

Interpretação: demanda não atendida;

**Alternativa: restrições de demanda com sinal  $\leq$**

# Solução no Excel

Parâmetros do Solver

Definir Objetivo:

Para: ☐ Máx. ☒ Mín. ☐ Valor de:

Alterando Células Variáveis:

Sujeito às Restrições:

**Alteração**

☒ Tornar Variáveis Irrestritas Não Negativas

Selecionar um Método de Solução:

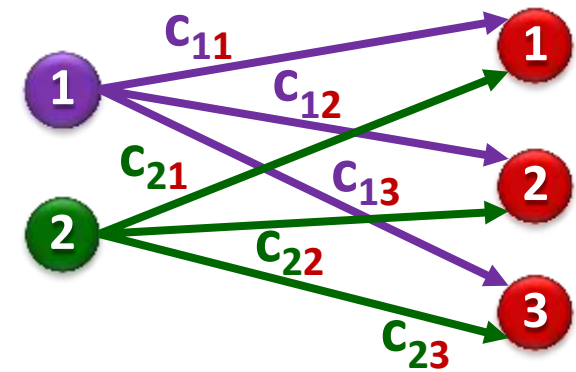
Método de Solução

Selecione o mecanismo GRG Não Linear para Problemas do Solver suaves e não lineares. Selecione o mecanismo LP Simplex para Problemas do Solver lineares. Selecione o mecanismo Evolutionary para problemas do Solver não suaves.

Centro Consumidor	Recife	Salvador	Manaus		
Fábrica					
Rio de Janeiro	25	20	30		
São Paulo	30	25	25		
Belo Horizonte	20	15	23		
Centro Consumidor	Quantidades Transportadas			Fabricado	Capacidade
Fábrica	Recife	Salvador	Manaus	LHS	RHS
Rio de Janeiro	1500	500	0	2000	2000
São Paulo	500	0	1000	1500	3000
Belo Horizonte	0	1500	0	1500	1500
Entregue (LHS)	2000	2000	1000		
Demanda(RHS)	2000	2000	1000		
Custo Total	110000				

# Modelagem Matemática Geral

- Minimizar Custo e Garantir a Entrega
  - Fontes: 1 e 2;
  - Destinos: 1, 2 e 3
  - $x_{ij}$  - quantidade
  - $c_{ij}$  - custo por unidade transportada
- F.O.: 
$$[min] \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 c_{ij} \cdot x_{ij}$$



# Modelagem Matemática Geral

- Minimizar Custo e Garantir a Entrega

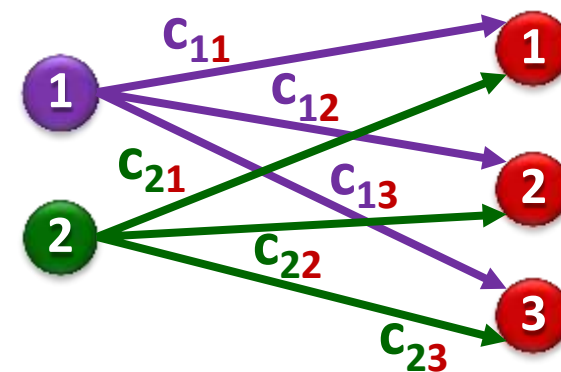
- $S_i$ : suprimento em  $i$

- $D_j$ : demanda em  $j$

- S.A. (Suprimento):

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq S_1$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq S_2$$



# Modelagem Matemática Geral

- Minimizar Custo e Garantir a Entrega

- $S_i$ : suprimento em  $i$

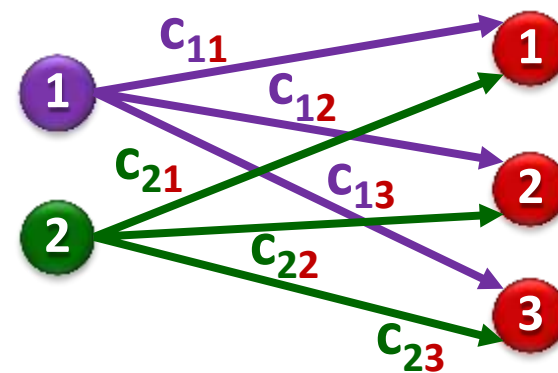
- $D_j$ : demanda em  $j$

- S.A. (Demanda):

$$x_{11} + x_{21} \geq D_1$$

$$x_{12} + x_{22} \geq D_2$$

$$x_{13} + x_{23} \geq D_3$$



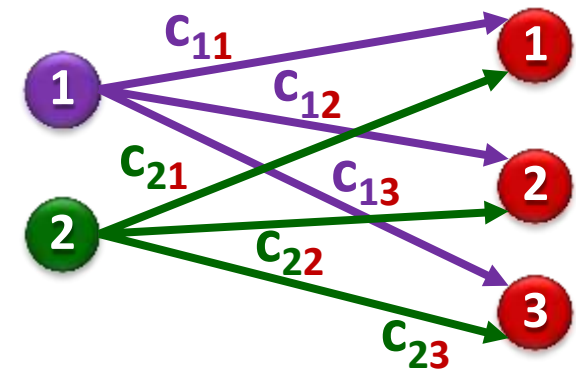
# Modelagem Matemática Geral

- Minimizar Custo e Garantir a Entrega

- Modelo Completo

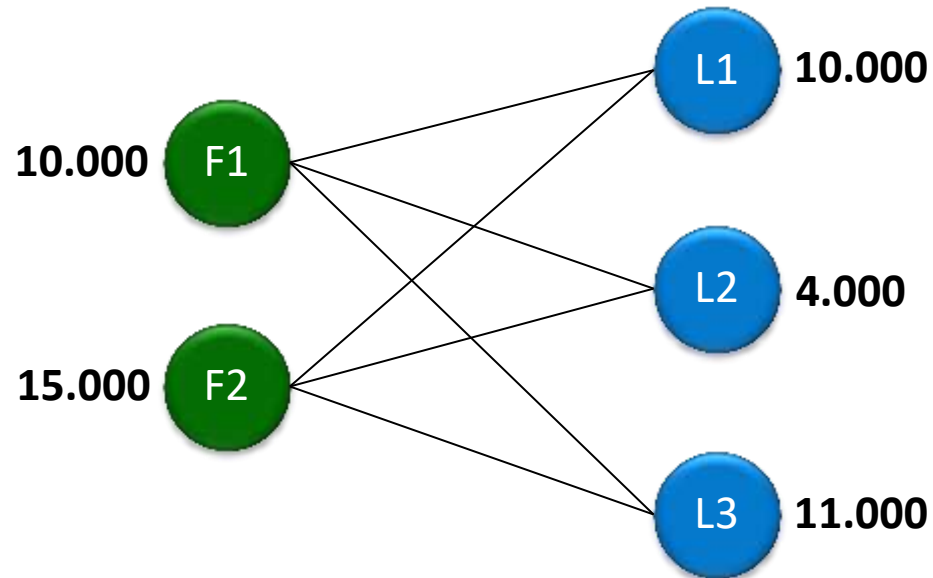
- F.O.:  
$$[min] \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 c_{ij} \cdot x_{ij}$$

- S.A.:  
$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq S_1$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq S_2$$
$$x_{11} + x_{21} \geq D_1$$
$$x_{12} + x_{22} \geq D_2$$
$$x_{13} + x_{23} \geq D_3$$



# Exemplo: Formulação Matemática

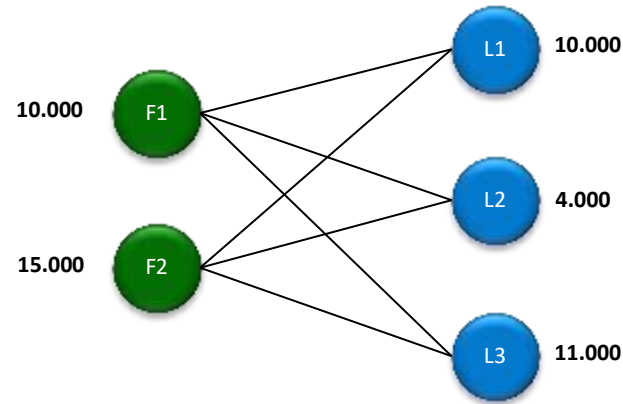
- Entregar 25.000 engradados de **Refrigerante**
- Duas Fábricas: F1 (**10.000**) e F2 (**15.000**)
- Três Lojas: L1 (**10.000**), L2 (**4.000**) e L3 (**11.000**)



Custos			
	L1	L2	L3
F1	13	8	9
F2	12	10	10



# Exemplo



Custos			
	L1	L2	L3
F1	13	8	9
F2	12	10	10

$$\text{F.O.: } [\min] 13 \cdot x_{11} + 8 \cdot x_{12} + 9 \cdot x_{13} + 12 \cdot x_{21} + 10 \cdot x_{22} + 10 \cdot x_{23}$$

$$\begin{aligned} \text{S.A.: } x_{11} + x_{12} + x_{13} &\leq 10.000 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} &\leq 15000 \\ x_{11} + x_{21} &\geq 10.000 \\ x_{12} + x_{22} &\geq 4.000 \\ x_{13} + x_{23} &\geq 11.000 \end{aligned}$$

# Solução no Excel

	L1	L2	L3		
F1	13	8	9		
F2	12	10	10		
	L1	L2	L3	LHS	RHS
F1	0	4000	6000	10000	10000
F2	10000	0	5000	15000	15000
LHS	10000	4000	11000		
RHS	10000	4000	11000		
Custo Total	256000				

Parâmetros do Solver

Definir Objetivo:

Para: ☐ Máx. ☒ Mín. ☐ Valor de:

Alterando Células Variáveis:

Sujeito às Restrições:

☒ Tornar Variáveis Irrestritas Não Negativas

Selecionar um Método de Solução:

Método de Solução

Selecione o mecanismo GRG Não Linear para Problemas do Solver suaves e não lineares.  
Selecione o mecanismo LP Simplex para Problemas do Solver lineares. Selecione o mecanismo Evolutionary para problemas do Solver não suaves.

# Exercício

Elabore o diagrama e a formulação matemática

- Entregar 30.000 caixas de laranja
- 3 Fazendas: F1 (10.000), F2 (15.000), F3 (5.000)
- 2 Sacolões: S1 (15.000), S2 (15.000)

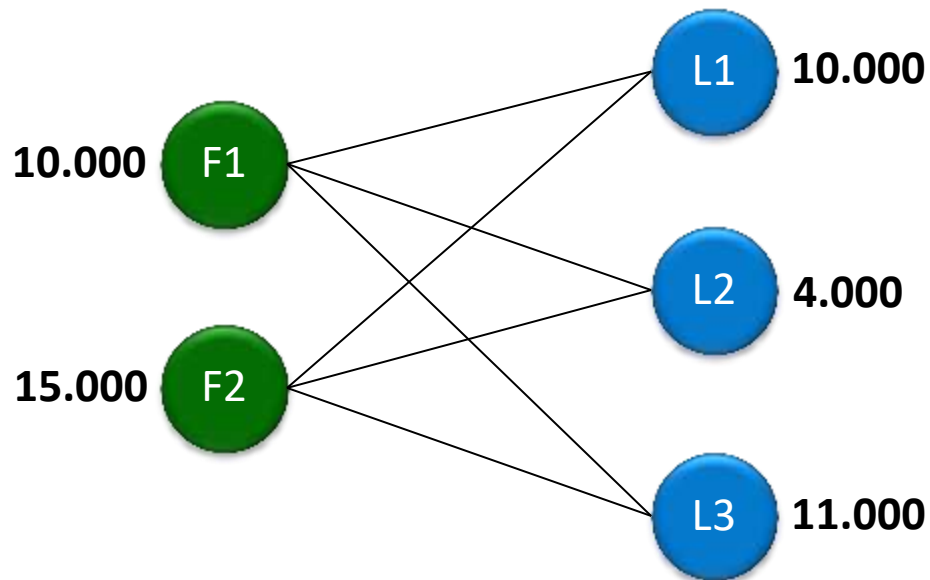
Custos		
	S1	S2
F1	15	20
F2	12	15
F3	21	7

# Problema do Transporte

Método do Canto Noroeste e de Vogel

# Exemplo: Representação

- Entregar 25.000 engradados de Refrigerante
- Duas Fábricas: F1 (10.000) e F2 (15.000)
- Três Lojas: L1 (10.000), L2 (4.000) e L3 (11.000)



Custos			
	L1	L2	L3
F1	13	8	9
F2	12	10	10

# Organizando as Informações

- Tableau
  - Duas Fábricas: F1 (10.000) e F2 (15.000)
  - Três Lojas: L1 (10.000), L2 (4.000) e L3 (11.000)

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	$x_{F1,L1}$	$x_{F1,L2}$	$x_{F1,L3}$	10.000
F2	$x_{F2,L1}$	$x_{F2,L2}$	$x_{F2,L3}$	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000

# Organizando as Informações

- Tableau
  - Custos

	L1	L2	L3
F1	13	8	9
F2	12	10	10

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13	8	9	10.000
F2	12	10	10	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000

# Método do Canto Noroeste

Esquerda para direita, cima para baixo.

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13	8	9	10.000
F2	12	10	10	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000



- Método do Canto Noroeste
  - Esquerda para direita, cima para baixo.
  - Distribuir suprimentos para atender às demandas

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13	8	9	10.000
F2	12	10	10	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000

- Método do Canto Noroeste
  - Esquerda para direita, cima para baixo.
  - Distribuir suprimentos para atender às demandas

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000	8	9	10.000
F2	12	10	10	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000

- Método do Canto Noroeste
  - Esquerda para direita, cima para baixo.
  - Distribuir suprimentos para atender às demandas

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000	8	9	10.000
F2	12	10	10	15.000
Demanda	10.000 0	4.000	11.000	25.000

- Método do Canto Noroeste
  - Esquerda para direita, cima para baixo.
  - Distribuir suprimentos para atender às demandas

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000	8	9	10.000 0
F2	12	10	10	15.000
Demanda	10.000 0	4.000	11.000	25.000

- Método do Canto Noroeste
  - Esquerda para direita, cima para baixo.
  - Distribuir suprimentos para atender às demandas

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000	8	9	10.000 0
F2	12	10	10	15.000
Demanda	10.000 0	4.000	11.000	25.000

- Método do Canto Noroeste
  - Esquerda para direita, cima para baixo.
  - Distribuir suprimentos para atender às demandas

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000	8 0	9	10.000 0
F2	12	10	10	15.000
Demanda	10.000 0	4.000	11.000	25.000

- Método do Canto Noroeste
  - Esquerda para direita, cima para baixo.
  - Distribuir suprimentos para atender às demandas

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000	8 0	9	10.000 0
F2	12	10	10	15.000
Demanda	10.000 0	4.000	11.000	25.000

- Método do Canto Noroeste
  - Esquerda para direita, cima para baixo.
  - Distribuir suprimentos para atender às demandas

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000	8 0	9	10.000 0
F2	12	10 4.000	10	15.000
Demanda	10.000 0	4.000 0	11.000	25.000



- Método do Canto Noroeste
  - Esquerda para direita, cima para baixo.
  - Distribuir suprimentos para atender às demandas

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000	8 0	9	10.000 0
F2	12	10 4.000	10	15.000 11.000
Demanda	10.000 0	4.000 0	11.000	25.000

- Método do Canto Noroeste
  - Esquerda para direita, cima para baixo.
  - Distribuir suprimentos para atender às demandas

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000	8 0	9	10.000 0
F2	12	10 4.000	10	15.000 11.000
Demanda	10.000 0	4.000 0	11.000	25.000

- Método do Canto Noroeste
  - Esquerda para direita, cima para baixo.
  - Distribuir suprimentos para atender às demandas

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000	8 0	9	10.000 0
F2	12	10 4.000	10 11.000	15.000 11.000
Demanda	10.000 0	4.000 0	11.000 0	25.000

- Método do Canto Noroeste
  - Esquerda para direita, cima para baixo.
  - Distribuir suprimentos para atender às demandas

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000	8 0	9	10.000 0
F2	12	10 4.000	10 11.000	15.000 <del>11.000</del>
Demanda	10.000 0	4.000 0	11.000 0	25.000

- Método do Canto Noroeste
  - Esquerda para direita, cima para baixo.
  - Distribuir suprimentos para atender às demandas

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000	8 0	9	10.000 0
F2	12	10 4.000	10 11.000	15.000 0
Demanda	10.000 0	4.000 0	11.000 0	25.000

- Método do Canto Noroeste
  - 2 origens, 3 destinos = 5 elementos (n)

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000	8 0	9	10.000 0
F2	12	10 4.000	10 11.000	15.000 0
Demanda	10.000 0	4.000 0	11.000 0	25.000

- Método do Canto Noroeste
  - 2 origens, 3 destinos = 5 elementos (n)
  - 4 células com valores (n-1)...

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000	8 0	9 0	10.000 0
F2	12 0	10 4.000	10 11.000	15.000 0
Demanda	10.000 0	4.000 0	11.000 0	25.000

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000	8 0	9	10.000 0
F2	12	10 4.000	10 11.000	15.000 0
Demanda	10.000 0	4.000 0	11.000 0	25.000

- Custo:  $13 \times 10.000 + 8 \times 0 + 10 \times 4.000 + 10 \times 11.000$   
– Ou seja: **280.000**
- Apenas uma solução... Ou a melhor solução?



# Exemplo

- Aplique o método do Canto Noroeste

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	20	12	25	20.000
F2	10	30	18	25.000
Demanda	15.000	16.000	14.000	45.000


# Método de Vogel

- Considere o mesmo tableau anterior...
  - Com mais algumas colunas e linhas

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8	9	10.000				
F2	12	10	10	15.000				
Dem	10.000	4.000	11.000	25.000				
Diferenças (colunas)								

# Método de Vogel


- Passo 1: diferença entre custos
  - Entre o segundo menor e o menor custo



	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8	9	10.000				
F2	12	10	10	15.000				
Dem	10.000	4.000	11.000	25.000				
Diferenças (colunas)								

# Método de Vogel

- Passo 1: diferença entre custos
  - Entre o segundo menor e o menor custo



	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8	9	10.000	1			
F2	12	10	10	15.000				
Dem	10.000	4.000	11.000	25.000				
Diferenças (colunas)								

# Método de Vogel


- Passo 1: diferença entre custos
  - Entre o segundo menor e o menor custo



	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8	9	10.000	1			
F2	12	10	10	15.000	0			
Dem	10.000	4.000	11.000	25.000				
Diferenças (colunas)								

# Método de Vogel


- Passo 1: diferença entre custos
  - Entre o segundo menor e o menor custo



	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8	9	10.000	1			
F2	12	10	10	15.000	0			
Dem	10.000	4.000	11.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1							

# Método de Vogel

- Passo 1: diferença entre custos
  - Entre o segundo menor e o menor custo



	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8	9	10.000	1			
F2	12	10	10	15.000	0			
Dem	10.000	4.000	11.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2						

# Método de Vogel


- Passo 2: Escolha o valor **maior** (linha ou coluna...) – Em caso de empate, escolha um ao acaso

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8	9	10.000	1			
F2	12	10	10	15.000	0			
Dem	10.000	4.000	11.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					



# Método de Vogel


- Passo 3: Aloque o máximo possível
  - Célula de menor custo da linha/coluna escolhida



	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8	9	10.000	1			
F2	12	10	10	15.000	0			
Dem	10.000	4.000	11.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					

# Método de Vogel

- Passo 3: Aloque o máximo possível
  - Célula de menor custo da linha/coluna escolhida



	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8 4.000	9	10.000	1			
F2	12	10	10	15.000	0			
Dem	10.000	4.000	11.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					

# Método de Vogel

- Passo 4: corrija a demanda/suprimento

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8 4.000	9	10.000 6.000	1			
F2	12	10	10	15.000	0			
Dem	10.000	4.000 0	11.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					

# Método de Vogel

- Passo 5: Se algum deles esgotou...
  - Cancele a linha ou coluna

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8 4.000	9	10.000 6.000	1			
F2	12	10	10	15.000	0			
Dem	10.000	4.000 0	11.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
		*						
		*						
		*						


# Método de Vogel

- Passo 5: Se algum deles esgotou...
  - Cancele a linha ou coluna

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8 4.000	9	10.000 6.000	1			
F2	12	10	10	15.000	0			
Dem	10.000	4.000 0	11.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
		*						
		*						
		*						

# Método de Vogel


- Passo 1: diferença entre custos
  - Entre o segundo menor e o menor custo



	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8 4.000	9	10.000 6.000	1			
F2	12	10	10	15.000	0			
Dem	10.000	4.000 0	11.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
		*						
		*						
		*						

# Método de Vogel

- Passo 1: diferença entre custos
  - Entre o segundo menor e o menor custo



	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8 4.000	9	10.000 6.000	1	4		
F2	12	10	10	15.000	0			
Dem	10.000	4.000 0	11.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
		*						
		*						
		*						

# Método de Vogel

- Passo 1: diferença entre custos
  - Entre o segundo menor e o menor custo



	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8 4.000	9	10.000 6.000	1	4		
F2	12	10	10	15.000	0	2		
Dem	10.000	4.000 0	11.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
		*						
		*						
		*						



# Método de Vogel

- Passo 1: diferença entre custos
  - Entre o segundo menor e o menor custo



	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8 4.000	9	10.000 6.000	1	4		
F2	12	10	10	15.000	0	2		
Dem	10.000	4.000 0	11.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
	1	*						
		*						
		*						

# Método de Vogel

- Passo 2: Escolha o valor **maior** (linha ou coluna...)
  - Em caso de empate, escolha um ao acaso

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)		
F1	13	8 4.000	9	10.000 6.000	1	4	
F2	12	10	10	15.000	0	2	
Dem	10.000	4.000 0	11.000	25.000			
Diferenças (colunas)	1	2	1				
	1	*	1				
		*					
		*					

# Método de Vogel

- Passo 2: Escolha o valor **maior** (linha ou coluna...)
  - Em caso de empate, escolha um ao acaso

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)		
F1	13	8 4.000	9	10.000 6.000	1	4	
F2	12	10	10	15.000	0	2	
Dem	10.000	4.000 0	11.000	25.000			
Diferenças (colunas)	1	2	1				
	1	*	1				
		*					
		*					

# Método de Vogel

- Passo 3: Aloque o máximo possível
  - Célula de menor custo da linha/coluna escolhida

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)		
F1	13	8 4.000	9	10.000 6.000	1	4	
F2	12	10	10	15.000	0	2	
Dem	10.000	4.000 0	11.000	25.000			
Diferenças (colunas)	1	2	1				
	1	*	1				
		*					
		*					

# Método de Vogel

- Passo 3: Aloque o máximo possível
  - Célula de menor custo da linha/coluna escolhida

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8 4.000	9 6.000	10.000 6.000	1	4		
F2	12	10	10	15.000	0	2		
Dem	10.000	4.000 0	11.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
	1	*	1					
		*						
		*						

# Método de Vogel

- Passo 4: corrija a demanda/suprimento

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8 4.000	9 6.000	10.000 6.000	1	4		
F2	12	10	10	15.000	0	2		
Dem	10.000	4.000 0	11.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
	1	*	1					
		*						
		*						

# Método de Vogel

- Passo 4: corrija a demanda/suprimento

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8 4.000	9 6.000	10.000 0	1	4		
F2	12	10	10	15.000	0	2		
Dem	10.000	4.000 0	11.000 5.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
	1	*	1					
		*						
		*						

# Método de Vogel

- Passo 5: Se algum deles esgotou...
  - Cancele a linha ou coluna

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8 4.000	9 6.000	10.000 0	1	4		
F2	12	10	10	15.000	0	2		
Dem	10.000	4.000 0	11.000 5.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
	1	*	1					
		*						
		*						




# Método de Vogel

- Passo 5: Se algum deles esgotou...
  - Cancele a linha ou coluna

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8 4.000	9 6.000	10.000 0	1	4	*	*
F2	12	10	10	15.000	0	2		
Dem	10.000	4.000 0	11.000 5.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
	1	*	1					
		*						
		*						

# Método de Vogel

- Passo 1: diferença entre custos
  - Entre o segundo menor e o menor custo



	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13 4.000	8 4.000	9 6.000	10.000 0	1	4	*	*
F2	12 10.000	10 4.000	10 11.000	15.000 25.000	0	2		
Dem	10.000	4.000 0	11.000 5.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
	1	*	1					
		*						
		*						

# Método de Vogel

- Passo 1: diferença entre custos
  - Entre o segundo menor e o menor custo



	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13 4.000	8 4.000	9 6.000	10.000 0	1	4	*	*
F2	12 1	10 2	10 2	15.000	0	2	2	
Dem	10.000	4.000 0	11.000 5.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
	1	*	1					
		*						
		*						

# Método de Vogel

- Passo 1: diferença entre custos
  - Entre o segundo menor e o menor custo



	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13 4.000	8 4.000	9 6.000	10.000 0	1	4	*	*
F2	12	10	10	15.000	0	2	2	
Dem	10.000	4.000 0	11.000 5.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
	1	*	1					
	-	*						
		*						

# Método de Vogel

- Passo 2: Escolha o valor **maior** (linha ou coluna...)
  - Em caso de empate, escolha um ao acaso

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8 4.000	9 6.000	10.000 0	1	4	*	*
F2	12	10	10	15.000	0	2	2	
Dem	10.000	4.000 0	11.000 5.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
	1	*	1					
	-	*	-					
		*						

# Método de Vogel

- Passo 3: Aloque o máximo possível
  - Célula de menor custo da linha/columna escolhida

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8 4.000	9 6.000	10.000 0	1	4	*	*
F2	12	10	10	15.000	0	2	2	
Dem	10.000	4.000 0	11.000 5.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
	1	*	1					
	-	*	-					
		*						

# Método de Vogel

- Passo 3: Aloque o máximo possível
  - Célula de menor custo da linha/columna escolhida

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13 4.000	8 4.000	9 6.000	10.000 0	1	4	*	*
F2	12	10	10 5.000	15.000	0	2	2	
Dem	10.000	4.000 0	11.000 5.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
	1	*	1					
	-	*	-					
		*						

# Método de Vogel

- Passo 4: corrija a demanda/suprimento

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13 4.000	8 4.000	9 6.000	10.000 0	1	4	*	*
F2	12	10	10 5.000	15.000	0	2	2	
Dem	10.000	4.000 0	11.000 5.000	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
	1	*	1					
	-	*	-					
		*						



# Método de Vogel

- Passo 4: corrija a demanda/suprimento

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13 4.000	8 4.000	9 6.000	10.000 0	1	4	*	*
F2	12	10	10 5.000	15.000 10.000	0	2	2	
Dem	10.000	4.000 0	11.000 0	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
	1	*	1					
	-	*	-					
		*						

# Método de Vogel

- Passo 5: Se algum deles esgotou...
  - Cancele a linha ou coluna

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13 4.000	8 4.000	9 6.000	10.000 0	1	4	*	*
F2	12	10	10 5.000	15.000 10.000	0	2	2	
Dem	10.000	4.000 0	11.000 0	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
	1	*	1					
	-	*	-					
		*						

# Método de Vogel

- Passo 5: Se algum deles esgotou...
  - Cancele a linha ou coluna

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13	8 4.000	9 6.000	10.000 0	1	4	*	*
F2	12	10	10 5.000	15.000 10.000	0	2	2	
Dem	10.000	4.000 0	11.000 0	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
	1	*	1					
	-	*	-					
		*	*					

# Método de Vogel

- Passo 3: Como sobrou apenas uma célula...
  - O restante do suprimento irá para lá

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13 4.000	8 4.000	9 6.000	10.000 0	1	4	*	*
F2	12 10.000	10 5.000	10 5.000	15.000 10.000	0	2	2	
Dem	10.000	4.000 0	11.000 0	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
	1	*	1					
	-	*	-					
		*	*					

# Método de Vogel

- Passo 3: Como sobrou apenas uma célula...
  - O restante do suprimento irá para lá

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13 4.000	8 4.000	9 6.000	10.000 0	1	4	*	*
F2	12 10.000	10	10 5.000	15.000 10.000	0	2	2	
Dem	10.000	4.000 0	11.000 0	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
	1	*	1					
	-	*	-					
		*	*					

# Método de Vogel

- Passo 4: corrija a demanda/suprimento

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13 4.000	8 4.000	9 6.000	10.000 0	1	4	*	*
F2	12 10.000	10	10 5.000	15.000 10.000	0	2	2	
Dem	10.000	4.000 0	11.000 0	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
	1	*	1					
	-	*	-					
		*	*					

# Método de Vogel

- Passo 4: corrija a demanda/suprimento

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	13 4.000	8 4.000	9 6.000	10.000 0	1	4	*	*
F2	12 10.000	10	10 5.000	15.000 0	0	2	2	
Dem	10.000 0	4.000 0	11.000 0	25.000				
Diferenças (colunas)	1	2	1					
	1	*	1					
	-	*	-					
		*	*					

# Exemplo

- Aplique o método de Vogel

	L1	L2	L3	Sup	Diferenças (linhas)			
F1	20	12	25	20.000				
F2	10	30	18	25.000				
Dem	15.000	16.000	14.000	45.000				
Diferenças (colunas)								



# Canto Noroeste x Vogel

- Comparemos os resultados:

	L1	L2	L3	Sup
F1	<u>13</u> 10.000	<u>8</u> 0	<u>9</u>	10.000
F2	<u>12</u>	<u>10</u> 4.000	<u>10</u> 11.000	15.000
Dem	10.000	4.000	11.000	25.000

**Canto  
Noroeste  
280.000**

	L1	L2	L3	Sup
F1	<u>13</u>	<u>8</u> 4.000	<u>9</u> 6.000	10.000
F2	<u>12</u> 10.000	<u>10</u>	<u>10</u> 5.000	15.000
Dem	10.000	4.000	11.000	25.000

**Vogel  
256.000**

# Canto Noroeste x Vogel

- Canto Noroeste: solução viável...
  - Mas não leva em consideração os custos
  - Usualmente distante da ótima
  - Exigirá várias mudanças até o ótimo
- Método de Vogel
  - Solução viável com base nos custos
  - Qual a perda se não alocar na de menor custo?
  - Em geral, exige menos mudanças para o ótimo
    - Nem sempre leva ao ótimo direto!

Obrigado!