



## 1ª Lista de Exercícios

Resolva os problemas utilizando uma ferramenta computacional à sua escolha.

### Exercício 1

Achar  $x_1$  e  $x_2$  de forma a

Maximizar

$$Z = 3x_1 + 6x_2$$

Sujeito a:

$$9x_1 + 8x_2 \leq 72$$

$$x_2 \leq 6$$

$$-5x_1 + 4x_2 \leq 20$$

$$2x_1 - 4x_2 \leq 20$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

**Resposta:**  $x_1 = 2,67$ ,  $x_2 = 6$ ,  $Z = 44$

### Exercício 2

Achar  $x_1$  e  $x_2$  de forma a

Maximizar

$$Z = 10x_1 + 2x_2$$

Sujeito a:

$$10x_1 + 4x_2 \leq 40$$

$$8x_1 + 2x_2 \geq 0$$

$$x_2 \leq 6$$

$$x_1 - 3x_2 \leq 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

**Resposta:**  $x_1 = 3,53$ ,  $x_2 = 1,18$ ,  $Z = 37,65$

### Exercício 3

Uma pequena manufatura produz dois modelos, Standard e Luxo, de um certo produto. Cada unidade do modelo Standard requer 2 horas de lixação e 1 hora de polimento. Cada unidade do modelo Luxo exige 2 horas de lixação e 3 horas de polimento. A fábrica dispõe de 2 lixadoras e 3 polidoras, cada qual trabalhando 40 horas semanais. As margens de lucro são \$24 e \$32, respectivamente, para cada unidade Standard e Luxo. Não existem restrições de demanda para nenhum dos modelos. Elabore um modelo de programação linear que nos permita calcular a produção semanal que maximize a margem total de lucro do fabricante.

**Resposta:** Standard = 0, Luxo = 40, Lucro = \$ 1.280,00

### Exercício 4

Um fazendeiro dispõe de 400 ha cultiváveis com milho, trigo ou soja. Cada hectare de milho exige \$200 para preparação do terreno e 10 homens-dias de trabalho, e gera um lucro de \$600. Um



hectare de trigo implica custos de \$240 para preparação do terreno e 16 homens-dias de trabalho, e dá um lucro de \$700. Analogamente, um hectare de soja exige \$140 e 12 homens-dias, e dá um lucro de \$550. O fazendeiro dispõe de \$80.000 para cobrir os custos de trabalho e 6.000 homens-dias de mão-de-obra. Elabore um modelo de programação linear de modo a calcular a alocação de terra para os vários tipos de cultura com o objetivo de maximizar o lucro total.

**Resposta:** Milho 0 ha, Trigo 240 ha, Soja 160 ha, Lucro \$256.000,00

### Exercício 5

Encontre  $x_1, x_2, x_3$  pelo método Simplex

Maximizar

$$L = 8x_1 + 10x_2 + 6x_3$$

Sujeito a:

$$x_1 + x_3 \leq 400$$

$$4x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 1200$$

$$3x_1 + 3x_2 \leq 600$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

**Resposta:**

BASE	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	b
$x_6$	$\frac{3}{2}$	0	0	$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{4}$	1	300
$x_3$	1	0	1	1	0	0	400
$x_2$	$\frac{1}{2}$	1	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	100
L	3	0	0	1	$\frac{5}{2}$	0	3400

Variáveis fora da base:  $x_1 = 0, x_5 = 0, x_4 = 0$

Variáveis na base:  $x_6 = 300, x_3 = 400, x_2 = 100$  e  $L = 3400$

### Exercício 6

Resolva o seguinte problema pelo método das duas fases

Minimizar

$$Z = 4x_1 + 2x_2$$

Sujeito a:

$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$6x_1 + 2x_2 = 6$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

**Resposta:**

$w_1$  e  $w_2$  são variáveis artificiais e  $x_3$  e  $x_4$  são variáveis de folga para as desigualdades

Fase 1

Variáveis fora da base:  $x_3 = 0, w_1 = 0, w_2 = 0$



Variáveis na base:  $x_1 = \frac{3}{5}, x_2 = \frac{6}{5}, x_4 = 0$  e  $Z = \frac{24}{5}$

Fase 2

Variáveis fora da base:  $x_3 = 0$

Variáveis na base:  $x_1 = \frac{3}{5}, x_2 = \frac{6}{5}, x_4 = 0$  e  $Z = \frac{24}{5}$

### Exercício 7

Encontre o problema dual

Minimizar

$$Z = 10x_1 + 6x_2 - 2y_3$$

Sujeito a:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10$$

$$-2x_1 - x_2 - 3y_3 \geq -10$$

$$2x_1 - 4x_2 + 2x_3 \geq 4$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

**Resposta:**

Maximizar

$$D = 10y_1 - 10y_2 + 4y_3$$

Sujeito a:

$$2y_1 - 2y_2 + 2y_3 \leq 10$$

$$2y_1 - y_2 - 4y_3 \leq 6$$

$$2y_1 - 3y_2 + 2y_3 \leq -2$$

$$y_2, y_3 \geq 0 \text{ e } y_1 \text{ sem restrição de sinal}$$

### Exercício 8

Um produtor de embutidos deseja fabricar duas linhas de salsichas

- Econômica (>40% de carne de porco)
- Premium (>60% de carne de porco)

De acordo com a legislação, o máximo de amido que pode ter na salsicha é de 25%. O produtor já fechou contrato com um açougue e comprou 23 kg de carne de porco, que devem ser totalmente usados na produção. A demanda é de 350 salsichas econômicas e 500 salsichas premium. Cada unidade de salsicha produzida pesa 50g. Qual é a mistura mais econômica possível para a produção das salsichas econômica e premium?

Ingrediente	Custo (R\$/kg)	Disponibilidade (kg)
Carne de porco	29,03	30
Farinha de trigo	16,53	20
Amido	12,50	17

**Resposta:** Carne de porco: 15 kg (premium) e 8 kg (econômica), Farinha de trigo: 3,75 kg (premium) e 5,125 kg (econômica), Amido: 6,25 kg (premium) e 4,375 kg (econômica). Custo total de R\$ 947,21 para 350 salsichas econômicas e 500 salsichas premium.



### Exercício 9

Um agricultor tem uma fazenda com 200 km<sup>2</sup>, onde planeja cultivar trigo, arroz e milho. A produção esperada é de 1.800 kg por km<sup>2</sup> plantado de trigo, 2.100 kg por km<sup>2</sup> plantado de arroz e 2.900 kg por km<sup>2</sup> plantado de milho. Ele tem condições de armazenar no máximo 700.000 kg de qualquer um dos produtos. Sabendo que o trigo dá um lucro de R\$1,20 por kg, o arroz R\$0,60 e o milho R\$0,28, determine quantos km<sup>2</sup> de cada produto devem ser plantados para maximizar o lucro do agricultor.

Resposta:

$$\text{Lucro} = \text{R\$ } 432.000,00, \text{Trigo} = 200 \text{ km}^2, \text{Arroz} = 0 \text{ km}^2, \text{Milho} = 0 \text{ km}^2$$

### Exercício 10

Uma companhia produz três tipos de fertilizantes, a partir da mistura de ingredientes à base de nitrato, fosfato e potássio e de um componente inerte, conforme mostra o Quadro 1, que apresenta também os preços de venda dos fertilizantes. Dados sobre disponibilidade e custos dos ingredientes são apresentados no Quadro 2. O custo de mistura, empacotamento e promoção de vendas é estimado em \$300 por tonelada para quaisquer produtos. A companhia tem contrato de longo prazo para fornecimento mensal de 6.500 t do fertilizante A. Elabore o modelo de programação linear de modo a propor a programação da produção para o próximo mês, com o objetivo de maximizar o lucro.

Quadro 1

TIPO DE FERTILIZANTE	% PESO NITRATO	% PESO FOSFATO	% PESO POTÁSSIO	% PESO COMPONENTE INERTE	PREÇO DE MERCADO (\$/t)
A	5	10	5	80	800
B	5	10	10	75	960
C	10	10	10	70	1.100

Quadro 2

Ingrediente	Disponibilidade (t)	Custo (\$/t)
Nitrato	1.200	3.000
Fosfato	2.000	1.000
Potássio	1.400	1.800
Componente Inerte	Ilimitada	200

**Resposta:** 6.5 t (A), 10.750 t (B) e 0 (C), Lucro \$ 860.00,00

### Exercício 11

Uma indústria fabrica dois tipos de produtos, A e B, e assinou um contrato para o fornecimento de 30.000 produtos tipo A e 15.000 tipo B. A indústria tem 3 setores para a fabricação dos produtos: produção, montagem e teste de qualidade. A tabela a seguir mostra as horas utilizadas para cada produto e a disponibilidade de cada setor da indústria.



PUC-SP

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo  
Faculdade de Estudos Interdisciplinares  
Ciência de Dados e Inteligência Artificial  
Consultoria Especializada de Apoio ao Projeto Integrado: **Otimização e Simulação**  
Professor Dr. Rooney R. A. Coelho

	Horas necessárias por produto		Horas disponíveis
	Produto tipo A	Produto tipo B	
Produção	0,2	0,4	10.000
Montagem	0,3	0,5	15.000
Teste de qualidade	0,1	0,1	5.000

O custo unitário de fabricação dos produtos A e B é de R\$ 55,00 e R\$ 85,00, respectivamente. A indústria tem também a opção de terceirizar a produção desses produtos por R\$ 67,00 e R\$ 95,00, respectivamente. Para minimizar os custos, quantas unidades dos produtos ela deve fabricar e quantas deve terceirizar para honrar seu contrato?

**Resposta:** (A) Produz 30.000 e terceiriza 0, (B) produz 10.000 e terceiriza 5.000. O custo mínimo é de R\$ 2.975.000,00

## Exercício 12

Uma pequena fábrica de laticínios recebe por dia 8.000 litros de leite que são utilizados na fabricação de queijo, doce de leite e ricota. A ricota é subproduto do queijo, já que é feita com o soro que sobra da fabricação deste. Cada 3 quilos de queijo geram soro suficiente para se fazer no máximo 1 kg de ricota. Para fazer 1 kg de queijo, o laticínio gasta 10 litros de leite. Para se fazer 1 kg de doce, gastam-se 6 litros de leite. Além dessas, deve-se obedecer a duas outras restrições de mercado:

- A quantidade de doce por dia não deve ultrapassar 200 kg.
- A quantidade de queijo deve ser no mínimo igual a 3 vezes a quantidade de doce.

Produto	Lucro unitário	Quantidade de mão-de-obra (minutos)
Queijo	\$1,50/kg	3
Doce	\$2,00/kg	2
Ricota	\$1,20/litro	1

A fábrica dispõe de 12 empregados que trabalham 8 horas por dia. Em todo o processo, desde o recebimento do leite, a pasteurização, a produção, a embalagem, o armazenamento e o despacho, os produtos requerem a quantidade de mão-de-obra mostrada na tabela a seguir. A tabela apresenta também os lucros unitários de cada produto.

**Resposta:**

680 kg de queijo, 200 kg de doce e 226,6666667 kg de ricota, Lucro de \$1.692,00