



KTH Teknikvetenskap
Harald Lang

Formelsamling och Tabeller i Statistik och Sannolikhetssteori

(15/11-10)

Datareducering

- Om x_1, \dots, x_n är ett stickprov ur en population så definieras *medelvärde* \bar{x}
$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$$
och *standardavvikelsen* s
$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2}$$
. På miniräknaren kan s ha beteckningen $x\sigma_{n-1}$, $\sigma_{x,n-1}$, s_x eller något snarlikt.

Kombinatorik

- Antalet sätt att välja ut r objekt bland n stycken *utan hänsyn till ordning* är
$$\binom{n}{r} = \frac{n(n-1) \cdots (n-r+1)}{r!}$$
. På miniräknaren skrivs detta som nCr .
$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1, \quad \binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}.$$
- Antalet sätt att välja ut r objekt bland n stycken *med hänsyn till ordning* är
$$nP_r = n(n-1) \cdots (n-r+1).$$
- Antalet sätt att dra r objekt bland n stycken *med återläggning och utan hänsyn till ordning* är $\binom{n+r-1}{r}$.

Sannolikheter

$$P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A \cup B)$$

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ om händelserna A och B är *uteslutande* (oförenliga, disjunkta).
I allmänhet gäller
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$
 3 mängder, plussa på $A \cap B \cap C$
- $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ är sannolikheten för A *betingat* händelsen B .
Händelserna A och B är oberoende om $P(A \cap B) = P(A)P(B)$, vilket är ekvivalent med $P(B | A) = P(B)$ och naturligtvis även ekvivalent med $P(A | B) = P(A)$.
- Generellt gäller
$$P(A \cap B) = P(A)P(B | A) = P(B)P(A | B).$$

- *Lagen om total sannolikhet* är identiteten

$$P(A) = P(B)P(A | B) + P(B^*)P(A | B^*).$$
(B^* betecknar händelsen att B inte inträffar.)
Mer generellt: Om händelserna H_1, \dots, H_n är sådana att precis en måste inträffa, så gäller att

$$P(A) = P(H_1)P(A | H_1) + \dots + P(H_n)P(A | H_n).$$
- *Bayes Regel* är **BETINGAD SANNOLIKHET**

$$P(B | A) = \frac{P(B)P(A | B)}{P(A)}$$
där nämnaren kan beräknas enligt ovan.

Fördelningar och Stokastiska Variabler

Stora bokstäver X, Y, Z betecknar stokastiska variabler, små bokstäver x, y, z betecknar värden.

- *Väntevärdet* (för en diskret variabel) $E[X]$ definieras som

$$E[X] = \mu = \sum_n x_n P(X = x_n)$$
där x_1, x_2, \dots är en uppräkningsordning av alla värden som X kan anta.
- *Standardavvikelsen* (för en diskret variabel) $SD[X]$ definieras som

$$SD[X] = \sigma = \sqrt{\sum_n (x_n - \mu)^2 P(X = x_n)}.$$
- *Kovariansen* mellan X och Y är $\text{Cov}[X, Y] = E[XY] - E[X]E[Y]$.
Variansen för X är $\text{Var}[X] = \text{Cov}[X, X]$; $SD[X] = \sqrt{\text{Var}[X]}$.
- *Korrelationskoefficienten* $\text{Corr}[X, Y] = \rho = \frac{\text{Cov}[X, Y]}{SD[X]SD[Y]}$.
- **Bernoulli-fördelning.** I är *Bernoulli-fördelad* (p) om I bara kan anta värdena 0 och 1 :

$$\begin{cases} P(X = 1) = p, \\ P(X = 0) = 1 - p. \end{cases}$$

$$E[I] = p; \quad SD[I] = \sqrt{p(1-p)}.$$
- **Binomialfördelning.** X är *binomialfördelad* (n, p), skrivs $\text{Bin}(n, p)$, om

$$X = I_1 + \dots + I_n$$
där I_1, \dots, I_n är *oberoende* Bernoulli (p)-variabler. Typiskt exempel är att ett experiment utförs n gånger, och att experimenten "lyckas" med sannolikheten p varje gång, oberoende av varandra. Antalet lyckade försök blir då $\text{Bin}(n, p)$.

$$P(X = r) = \binom{n}{r} p^r (1-p)^{n-r}, \quad r = 0, \dots, n.$$

$$E[X] = np$$

$$SD[X] = \sqrt{np(1-p)}.$$

- **Hypergeometrisk fördelning.** Typexempel: Man väljer ut n objekt utan hänsyn till ordning bland N stycken, utan återläggning. Antag att av de N objekten a stycken är defekta, medan resten $b = N - a$ inte är defekta. Då är sannolikheten att man får precis r defekta objekt

$$\frac{\binom{a}{r} \binom{b}{n-r}}{\binom{N}{n}}.$$

Om X betecknar antalet defekta enheter man valt ut är alltså uttrycket ovan $P(X = r)$.

Det gäller att

$$E[X] = \frac{na}{N}$$

$$SD[X] = \sqrt{\frac{N-n}{N-1} \frac{nab}{N^2}}.$$

- **Poissonfördelning.** Antag att händelser inträffar slumpmässigt oberoende av varandra med en viss intensitet λ . Intensiteten λ är genomsnittliga antalet inträffade händelser under observationsperioden. Om X betecknar det faktiska antalet inträffade händelser vid en observation, är X *Poissonfördelad*, med intensitet λ , beteckning $Po(\lambda)$. Det gäller att

$$P(X = r) = \frac{\lambda^r}{r!} e^{-\lambda}, \quad r = 0, 1, 2, \dots, \quad E[X] = \lambda, \quad SD[X] = \sqrt{\lambda}.$$

- **”För-första-gången”-fördelningen.** Om en händelse inträffar med sannolikheten p och X är antalet oberoende försök tills dess händelsen inträffar, är X ”för-första-gången”-fördelad, $X \in \text{Ffg}(p)$.

$$P(X = r) = p(1-p)^{r-1}, \quad r = 1, 2, \dots, \quad E[X] = \frac{1}{p}, \quad SD[X] = \sqrt{\frac{1}{p^2} - \frac{1}{p}}.$$

- **Normalfördelning.** Täthetsfunktion $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$. $E[X] = 0$, $SD[X] = 1$.

Detta är *standard-Normalfördelningen*. Om X är standard-Normalfördelad skriver vi $X \in N(0, 1)$ (nollan indikerar väntevärdet, ettan standardavvikelsen.)

Om $X \in \text{Bin}(n, p)$ och $np(1-p) > 10$ gäller att $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \approx N(0, 1)$, dvs. Z är

approximativt (standard-)Normalfördelad. Här är $\mu = np$ och $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$. Om man skall få en bra approximation bör man göra en ”kontinuitets-korrektion:”

$$P(k \leq X \leq m) \approx P\left(\frac{(k-0.5)-\mu}{\sigma} \leq Z \leq \frac{(m+0.5)-\mu}{\sigma}\right).$$

Om $X \in Po(\lambda)$ och $\lambda > 15$ gäller att $Z = \frac{X - \lambda}{\sqrt{\lambda}} \approx N(0, 1)$, dvs. Z är approximativt

(standard-)Normalfördelad. Om man skall få en bra approximation bör man göra en

$$\text{”kontinuitets-korrektion:” } P(k \leq X \leq m) \approx P\left(\frac{(k-0.5)-\lambda}{\sqrt{\lambda}} \leq Z \leq \frac{(m+0.5)-\lambda}{\sqrt{\lambda}}\right).$$

- **Exponentialfördelning.** X är exponentialfördelad om den har täthetsfunktionen

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{för } x \geq 0 \\ 0 & \text{för } x < 0. \end{cases}$$

Vi skriver $X \in \text{Exp}(\lambda)$. $E[X] = \frac{1}{\lambda}$, $\text{SD}[X] = \frac{1}{\lambda}$.

- **Medelvärden av stickprov.** Om X_1, \dots, X_n är *oberoende* observationer ur samma fördelning med $E[X] = \mu$ och $\text{SD}[X] = \sigma$, och \bar{X} betecknar deras medelvärde

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k, \text{ så gäller att } E[\bar{X}] = \mu \text{ och } \text{SD}[\bar{X}] = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

- **Centrala Gränsvärdessatsen (CGS).** Om X_1, \dots, X_n är *oberoende* observationer ur samma fördelning med $E[X] = \mu$ och $\text{SD}[X] = \sigma$, och \bar{X} betecknar deras medelvärde

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k, \text{ så gäller att } Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \approx N(0, 1). \text{ Förutsättningen är att } n \text{ är stort,}$$

men tyvärr finns ingen bra tumregel för hur stort n skall vara.

Konfidensintervall

- **Konfidensintervall för väntevärdet.** Om x_1, \dots, x_n är oberoende observationer ur en fördelning som är (approximativt) normalfördelad, så är

$$\mu = \bar{x} \pm t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (\text{symmetriskt})$$

$$\mu \leq \bar{x} + t_{\alpha} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (\text{enkelsidigt})$$

$$\mu \geq \bar{x} - t_{\alpha} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (\text{enkelsidigt})$$

konfidensintervall för väntevärdet μ med konfidensgraden $1 - \alpha$. Här är t_{α} α -kvantilen för t -fördelningen med $f = n - 1$ frihetsgrader.

Om standardavvikelsen σ är känd använder man σ i stället för s och sätter $f = \infty$.

Om fördelningen inte är (approximativt) normalfördelad men \bar{x} kan antas komma från en approximativ normalfördelning (pga. CGS, t.ex.) kan man använda formlerna med $f = \infty$ och någon punktskattning av σ för s .

- **Konfidensintervall för Poisson-intensitet.** Om vi har n observationer vars summa är k av en $\text{Po}(\lambda)$ -variabel, så är ett konfidensintervall med approximativa felrisken α för λ

$$\lambda = \frac{k+2}{n} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sqrt{k+1}}{n} \quad (\text{symmetriskt})$$

$$\lambda \leq \frac{k+2}{n} + z_{\alpha} \frac{\sqrt{k+1}}{n} \quad (\text{enkelsidigt})$$

$$\lambda \geq \frac{k+2}{n} - z_{\alpha} \frac{\sqrt{k+1}}{n} \quad (\text{enkelsidigt.})$$

Här är z_a a -kvantilen för normalfördelningen ($f = \infty$ i t -fördelningen). För att approximationen skall vara någorunda bra bör $k \geq 10$.

- **Konfidensintervall för andel** (eller sannolikhet). Om k av n slumpvis utvalda objekt ur en "oändlig" population har en egenskap E, så är konfidensintervall med approximativ felrisk α för p , dvs. andelen objekt i hela populationen som har egenskapen E med approximativa felrisken α för λ

$$\hat{p} = \frac{k+2}{n+4}$$

$$p = \hat{p} \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n+4}} \quad (\text{symmetriskt})$$

$$p \leq \hat{p} + z_{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n+4}} \quad (\text{enkelsidigt})$$

$$p \geq \hat{p} - z_{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n+4}} \quad (\text{enkelsidigt.})$$

Här är z_a a -kvantilen för normalfördelningen ($f = \infty$ i t -fördelningen). För att approximationen skall vara någorunda bra bör $k(n-k) \geq 5n$.

- **Konfidensintervall för skillnad i väntevärden.** Om x_1, \dots, x_n och y_1, \dots, y_m är oberoende observationer ur fördelningar med väntevärde μ_x respektive μ_y så är ett approximativt konfidensintervall för differensen $\mu_x - \mu_y$

$$\mu_x - \mu_y = \bar{x} - \bar{y} \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{s_x^2}{n} + \frac{s_y^2}{m}} \quad (\text{symmetriskt})$$

$$\mu_x - \mu_y \leq \bar{x} - \bar{y} + z_{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s_x^2}{n} + \frac{s_y^2}{m}} \quad (\text{enkelsidigt})$$

$$\mu_x - \mu_y \geq \bar{x} - \bar{y} - z_{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s_x^2}{n} + \frac{s_y^2}{m}} \quad (\text{enkelsidigt})$$

Kravet är att \bar{x} och \bar{y} kan antas komma från approximativa normalfördelningar (pga. CGS, t.ex.). s_x och s_y kan ersättas med andra punktskattningar av standardavvikelserna för respektive fördelning. Här är z_a a -kvantilen för normalfördelningen ($f = \infty$ i t -fördelningen); beteckningar enligt "Datareducering".

Hypotesprovning

- **Hypotesprovning av median (medelvärde).** Om fördelningen är approximativt normalfördelad, använd relevant *konfidensintervall* för väntevärdet, annars *teckensatta rangtestet*.

- **Hypotesprövning av lika medianer (medelvärden, fördelning):** Rangsummetestet (alternativt: konfidensintervall.)
- **Hypotesprövning av proportion: χ^2 -test. Jämförelse av proportioner:** kontingenstabell. För ensidigt test på nivån α , $H_0 : p \leq p_0$, gör χ^2 -testet på nivån 2α , men förkasta bara om $\hat{p} > p_0$. På samma sätt om $H_0 : p_1 \leq p_2$, gör testet på nivån 2α , men förkasta bara om $\hat{p}_1 > \hat{p}_2$.
- **Hypotesprövning av Poisson-intensitet:** konfidensintervall. **Jämförelse av Poisson-intensiteter:** χ^2 -test med $f = c - 1$.

χ^2 -test

- **Kontingenstabell.**

| | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|--|
| x_{11} | x_{12} | \cdots | x_{1c} | n_1 | n_1, \dots, n_r är radsummor, m_1, \dots, m_c är kolonnsummor, |
| \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | N är totalsumman. Antalet frihetsgrader är |
| x_{r1} | x_{r2} | \cdots | x_{rc} | n_r | $f = (r - 1)(c - 1)$. |
| m_1 | m_2 | \cdots | m_c | N | |

$$Q = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(x_{ij} - n_i m_j / N)^2}{n_i m_j / N}.$$

- **Test för fördelning, proportion (sannolikhet).** Låt A_1, \dots, A_c vara uteslutande händelser där någon måste inträffa. Låt p_1, \dots, p_c vara hypotesen om sannolikheter för dessa händelser: $P(A_k) = p_k$, där $\sum_{k=1}^c p_k = 1$. Man har n observationer där frekvensen för händelse A_k är x_k . Testvariabel

$$Q = \sum_{k=1}^c \frac{(x_k - np_k)^2}{np_k}.$$

Denna är approximativt χ^2 -fördelad med $f = c - 1$ frihetsgrader.

Om man skattat k parametrar för p_k -na, så blir antalet frihetsgrader $f = c - k - 1$.

Icke-Parametriska Test

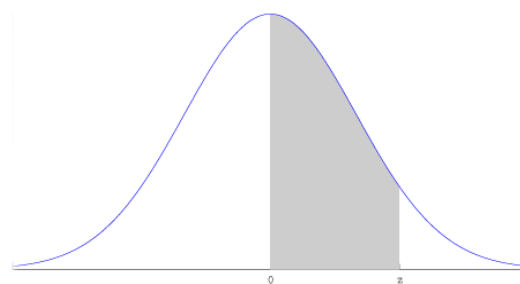
- **Teckentestet.** Använd binomialfördelningen.
- **Wilcoxons Teckensatta Rangtest.** Test av median $\tilde{\mu}$ på nivå α . Låt t^+ vara rangsumman av skillnader för observationer $> \tilde{\mu}_0$ och t^- rangsumman av skillnader för observationer $< \tilde{\mu}_0$.
Förkasta $H_0 : \tilde{\mu} \leq \tilde{\mu}_0$ om $t^- \leq T_{2\alpha}$; förkasta $H_0 : \tilde{\mu} \geq \tilde{\mu}_0$ om $t^+ \leq T_{2\alpha}$; förkasta $H_0 : \tilde{\mu} = \tilde{\mu}_0$ om $\min\{t^+, t^-\} \leq T_\alpha$.

- **Wilcoxon's Rangsummetest.** Test av skillnad i median på nivå α . Egentligen testar man hypotesen $P(X > Y) = 0.5$. Låt w_1 och w_2 vara rangsummorna av observationerna för serie 1 respektive 2 i det sammanslagna materialet.

Definiera $u_i = w_i - n_i(n_i + 1)/2$, $i = 1, 2$ (n_i är antalet observationer i serie i .)
 Förkasta $H_0 : \tilde{\mu}_1 \leq \tilde{\mu}_2$ om $u_2 \leq U_{2\alpha}$; förkasta $H_0 : \tilde{\mu}_1 \geq \tilde{\mu}_2$ om $u_1 \leq U_{2\alpha}$; förkasta $H_0 : \tilde{\mu}_1 = \tilde{\mu}_2$ om $\min\{u_1, u_2\} \leq U_\alpha$.

Normalfördelningen.

Tabellen anger arean under kurvan mellan 0 och z (alternativt mellan $-z$ och 0).



| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,0 | 0,0000 | 0,0040 | 0,0080 | 0,0120 | 0,0160 | 0,0199 | 0,0239 | 0,0279 | 0,0319 | 0,0359 |
| 0,1 | 0,0398 | 0,0438 | 0,0478 | 0,0517 | 0,0557 | 0,0596 | 0,0636 | 0,0675 | 0,0714 | 0,0753 |
| 0,2 | 0,0793 | 0,0832 | 0,0871 | 0,0910 | 0,0948 | 0,0987 | 0,1026 | 0,1064 | 0,1103 | 0,1141 |
| 0,3 | 0,1179 | 0,1217 | 0,1255 | 0,1293 | 0,1331 | 0,1368 | 0,1406 | 0,1443 | 0,1480 | 0,1517 |
| 0,4 | 0,1554 | 0,1591 | 0,1628 | 0,1664 | 0,1700 | 0,1736 | 0,1772 | 0,1808 | 0,1844 | 0,1879 |
| 0,5 | 0,1915 | 0,1950 | 0,1985 | 0,2019 | 0,2054 | 0,2088 | 0,2123 | 0,2157 | 0,2190 | 0,2224 |
| 0,6 | 0,2257 | 0,2291 | 0,2324 | 0,2357 | 0,2389 | 0,2422 | 0,2454 | 0,2486 | 0,2517 | 0,2549 |
| 0,7 | 0,2580 | 0,2611 | 0,2642 | 0,2673 | 0,2704 | 0,2734 | 0,2764 | 0,2794 | 0,2823 | 0,2852 |
| 0,8 | 0,2881 | 0,2910 | 0,2939 | 0,2967 | 0,2995 | 0,3023 | 0,3051 | 0,3078 | 0,3106 | 0,3133 |
| 0,9 | 0,3159 | 0,3186 | 0,3212 | 0,3238 | 0,3264 | 0,3289 | 0,3315 | 0,3340 | 0,3365 | 0,3389 |
| 1,0 | 0,3413 | 0,3438 | 0,3461 | 0,3485 | 0,3508 | 0,3531 | 0,3554 | 0,3577 | 0,3599 | 0,3621 |
| 1,1 | 0,3643 | 0,3665 | 0,3686 | 0,3708 | 0,3729 | 0,3749 | 0,3770 | 0,3790 | 0,3810 | 0,3830 |
| 1,2 | 0,3849 | 0,3869 | 0,3888 | 0,3907 | 0,3925 | 0,3944 | 0,3962 | 0,3980 | 0,3997 | 0,4015 |
| 1,3 | 0,4032 | 0,4049 | 0,4066 | 0,4082 | 0,4099 | 0,4115 | 0,4131 | 0,4147 | 0,4162 | 0,4177 |
| 1,4 | 0,4192 | 0,4207 | 0,4222 | 0,4236 | 0,4251 | 0,4265 | 0,4279 | 0,4292 | 0,4306 | 0,4319 |
| 1,5 | 0,4332 | 0,4345 | 0,4357 | 0,4370 | 0,4382 | 0,4394 | 0,4406 | 0,4418 | 0,4429 | 0,4441 |
| 1,6 | 0,4452 | 0,4463 | 0,4474 | 0,4484 | 0,4495 | 0,4505 | 0,4515 | 0,4525 | 0,4535 | 0,4545 |
| 1,7 | 0,4554 | 0,4564 | 0,4573 | 0,4582 | 0,4591 | 0,4599 | 0,4608 | 0,4616 | 0,4625 | 0,4633 |
| 1,8 | 0,4641 | 0,4649 | 0,4656 | 0,4664 | 0,4671 | 0,4678 | 0,4686 | 0,4693 | 0,4699 | 0,4706 |
| 1,9 | 0,4713 | 0,4719 | 0,4726 | 0,4732 | 0,4738 | 0,4744 | 0,4750 | 0,4756 | 0,4761 | 0,4767 |
| 2,0 | 0,4772 | 0,4778 | 0,4783 | 0,4788 | 0,4793 | 0,4798 | 0,4803 | 0,4808 | 0,4812 | 0,4817 |
| 2,1 | 0,4821 | 0,4826 | 0,4830 | 0,4834 | 0,4838 | 0,4842 | 0,4846 | 0,4850 | 0,4854 | 0,4857 |
| 2,2 | 0,4861 | 0,4864 | 0,4868 | 0,4871 | 0,4875 | 0,4878 | 0,4881 | 0,4884 | 0,4887 | 0,4890 |
| 2,3 | 0,4893 | 0,4896 | 0,4898 | 0,4901 | 0,4904 | 0,4906 | 0,4909 | 0,4911 | 0,4913 | 0,4916 |
| 2,4 | 0,4918 | 0,4920 | 0,4922 | 0,4925 | 0,4927 | 0,4929 | 0,4931 | 0,4932 | 0,4934 | 0,4936 |
| 2,5 | 0,4938 | 0,4940 | 0,4941 | 0,4943 | 0,4945 | 0,4946 | 0,4948 | 0,4949 | 0,4951 | 0,4952 |
| 2,6 | 0,4953 | 0,4955 | 0,4956 | 0,4957 | 0,4959 | 0,4960 | 0,4961 | 0,4962 | 0,4963 | 0,4964 |
| 2,7 | 0,4965 | 0,4966 | 0,4967 | 0,4968 | 0,4969 | 0,4970 | 0,4971 | 0,4972 | 0,4973 | 0,4974 |
| 2,8 | 0,4974 | 0,4975 | 0,4976 | 0,4977 | 0,4977 | 0,4978 | 0,4979 | 0,4979 | 0,4980 | 0,4981 |
| 2,9 | 0,4981 | 0,4982 | 0,4982 | 0,4983 | 0,4984 | 0,4984 | 0,4985 | 0,4985 | 0,4986 | 0,4986 |
| 3,0 | 0,4987 | 0,4987 | 0,4987 | 0,4988 | 0,4988 | 0,4989 | 0,4989 | 0,4989 | 0,4990 | 0,4990 |
| 3,1 | 0,4990 | 0,4991 | 0,4991 | 0,4991 | 0,4992 | 0,4992 | 0,4992 | 0,4992 | 0,4993 | 0,4993 |

För kvantiler: se t-tabellen med $f=\infty$

Kvantiler för t-fördelningen.

Tabellen visar värdet på t som ger arean i tabellhuvudet till höger om t ; f =frihetsgrader.



| f | 0,1 | 0,05 | 0,025 | 0,01 | 0,005 | 0,001 | 0,0005 |
|----------|--------|--------|---------|---------|---------|----------|----------|
| 1 | 3,0777 | 6,3138 | 12,7062 | 31,8205 | 63,6567 | 318,3088 | 636,6192 |
| 2 | 1,8856 | 2,9200 | 4,3027 | 6,9646 | 9,9248 | 22,3271 | 31,5991 |
| 3 | 1,6377 | 2,3534 | 3,1824 | 4,5407 | 5,8409 | 10,2145 | 12,9240 |
| 4 | 1,5332 | 2,1318 | 2,7764 | 3,7469 | 4,6041 | 7,1732 | 8,6103 |
| 5 | 1,4759 | 2,0150 | 2,5706 | 3,3649 | 4,0321 | 5,8934 | 6,8688 |
| 6 | 1,4398 | 1,9432 | 2,4469 | 3,1427 | 3,7074 | 5,2076 | 5,9588 |
| 7 | 1,4149 | 1,8946 | 2,3646 | 2,9980 | 3,4995 | 4,7853 | 5,4079 |
| 8 | 1,3968 | 1,8595 | 2,3060 | 2,8965 | 3,3554 | 4,5008 | 5,0413 |
| 9 | 1,3830 | 1,8331 | 2,2622 | 2,8214 | 3,2498 | 4,2968 | 4,7809 |
| 10 | 1,3722 | 1,8125 | 2,2281 | 2,7638 | 3,1693 | 4,1437 | 4,5869 |
| 11 | 1,3634 | 1,7959 | 2,2010 | 2,7181 | 3,1058 | 4,0247 | 4,4370 |
| 12 | 1,3562 | 1,7823 | 2,1788 | 2,6810 | 3,0545 | 3,9296 | 4,3178 |
| 13 | 1,3502 | 1,7709 | 2,1604 | 2,6503 | 3,0123 | 3,8520 | 4,2208 |
| 14 | 1,3450 | 1,7613 | 2,1448 | 2,6245 | 2,9768 | 3,7874 | 4,1405 |
| 15 | 1,3406 | 1,7531 | 2,1314 | 2,6025 | 2,9467 | 3,7328 | 4,0728 |
| 16 | 1,3368 | 1,7459 | 2,1199 | 2,5835 | 2,9208 | 3,6862 | 4,0150 |
| 17 | 1,3334 | 1,7396 | 2,1098 | 2,5669 | 2,8982 | 3,6458 | 3,9651 |
| 18 | 1,3304 | 1,7341 | 2,1009 | 2,5524 | 2,8784 | 3,6105 | 3,9216 |
| 19 | 1,3277 | 1,7291 | 2,0930 | 2,5395 | 2,8609 | 3,5794 | 3,8834 |
| 20 | 1,3253 | 1,7247 | 2,0860 | 2,5280 | 2,8453 | 3,5518 | 3,8495 |
| 21 | 1,3232 | 1,7207 | 2,0796 | 2,5176 | 2,8314 | 3,5272 | 3,8193 |
| 22 | 1,3212 | 1,7171 | 2,0739 | 2,5083 | 2,8188 | 3,5050 | 3,7921 |
| 23 | 1,3195 | 1,7139 | 2,0687 | 2,4999 | 2,8073 | 3,4850 | 3,7676 |
| 24 | 1,3178 | 1,7109 | 2,0639 | 2,4922 | 2,7969 | 3,4668 | 3,7454 |
| 25 | 1,3163 | 1,7081 | 2,0595 | 2,4851 | 2,7874 | 3,4502 | 3,7251 |
| 26 | 1,3150 | 1,7056 | 2,0555 | 2,4786 | 2,7787 | 3,4350 | 3,7066 |
| 27 | 1,3137 | 1,7033 | 2,0518 | 2,4727 | 2,7707 | 3,4210 | 3,6896 |
| 28 | 1,3125 | 1,7011 | 2,0484 | 2,4671 | 2,7633 | 3,4082 | 3,6739 |
| 29 | 1,3114 | 1,6991 | 2,0452 | 2,4620 | 2,7564 | 3,3962 | 3,6594 |
| 30 | 1,3104 | 1,6973 | 2,0423 | 2,4573 | 2,7500 | 3,3852 | 3,6460 |
| 40 | 1,3031 | 1,6839 | 2,0211 | 2,4233 | 2,7045 | 3,3069 | 3,5510 |
| 60 | 1,2958 | 1,6706 | 2,0003 | 2,3901 | 2,6603 | 3,2317 | 3,4602 |
| 120 | 1,2886 | 1,6577 | 1,9799 | 2,3578 | 2,6174 | 3,1595 | 3,3735 |
| ∞ | 1,2816 | 1,6449 | 1,9600 | 2,3263 | 2,5758 | 3,0902 | 3,2905 |



Sista raden:

För $f > 1000$ kan man använda formeln

$$[1 - 2/(9f) + z \sqrt{2/(9f)}]^3$$

där z är talet i sista raden.

Kvantiler för χ^2/f -fördelningen.

Tabellen visar värdet c på X/f som ger arean i tabellhuvudet under kurvan till höger om c . f =frihetsgrader.

| f | 0,1 | 0,05 | 0,02 | 0,01 | 0,005 |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1 | 2,7055 | 3,8415 | 5,4119 | 6,6349 | 7,8794 |
| 2 | 2,3026 | 2,9957 | 3,9120 | 4,6052 | 5,2983 |
| 3 | 2,0838 | 2,6049 | 3,2791 | 3,7816 | 4,2794 |
| 4 | 1,9449 | 2,3719 | 2,9170 | 3,3192 | 3,7150 |
| 5 | 1,8473 | 2,2141 | 2,6776 | 3,0173 | 3,3499 |
| 6 | 1,7741 | 2,0986 | 2,5055 | 2,8020 | 3,0913 |
| 7 | 1,7167 | 2,0096 | 2,3746 | 2,6393 | 2,8968 |
| 8 | 1,6702 | 1,9384 | 2,2710 | 2,5113 | 2,7444 |
| 9 | 1,6315 | 1,8799 | 2,1866 | 2,4073 | 2,6210 |
| 10 | 1,5987 | 1,8307 | 2,1161 | 2,3209 | 2,5188 |
| 11 | 1,5705 | 1,7887 | 2,0562 | 2,2477 | 2,4324 |
| 12 | 1,5458 | 1,7522 | 2,0045 | 2,1847 | 2,3583 |
| 13 | 1,5240 | 1,7202 | 1,9593 | 2,1299 | 2,2938 |
| 14 | 1,5046 | 1,6918 | 1,9195 | 2,0815 | 2,2371 |
| 15 | 1,4871 | 1,6664 | 1,8840 | 2,0385 | 2,1868 |
| 16 | 1,4714 | 1,6435 | 1,8521 | 2,0000 | 2,1417 |
| 17 | 1,4570 | 1,6228 | 1,8232 | 1,9652 | 2,1011 |
| 18 | 1,4439 | 1,6039 | 1,7970 | 1,9336 | 2,0642 |
| 19 | 1,4318 | 1,5865 | 1,7730 | 1,9048 | 2,0306 |
| 20 | 1,4206 | 1,5705 | 1,7510 | 1,8783 | 1,9998 |
| 21 | 1,4102 | 1,5557 | 1,7306 | 1,8539 | 1,9715 |
| 22 | 1,4006 | 1,5420 | 1,7118 | 1,8313 | 1,9453 |
| 23 | 1,3916 | 1,5292 | 1,6943 | 1,8104 | 1,9209 |
| 24 | 1,3832 | 1,5173 | 1,6779 | 1,7908 | 1,8983 |
| 25 | 1,3753 | 1,5061 | 1,6626 | 1,7726 | 1,8771 |
| 26 | 1,3678 | 1,4956 | 1,6483 | 1,7554 | 1,8573 |
| 27 | 1,3608 | 1,4857 | 1,6348 | 1,7394 | 1,8387 |
| 28 | 1,3541 | 1,4763 | 1,6221 | 1,7242 | 1,8212 |
| 29 | 1,3478 | 1,4675 | 1,6101 | 1,7099 | 1,8047 |
| 30 | 1,3419 | 1,4591 | 1,5987 | 1,6964 | 1,7891 |
| 35 | 1,3160 | 1,4229 | 1,5498 | 1,6383 | 1,7221 |
| 40 | 1,2951 | 1,3940 | 1,5109 | 1,5923 | 1,6692 |
| 45 | 1,2779 | 1,3701 | 1,4790 | 1,5546 | 1,6259 |
| 50 | 1,2633 | 1,3501 | 1,4523 | 1,5231 | 1,5898 |
| 60 | 1,2399 | 1,3180 | 1,4097 | 1,4730 | 1,5325 |
| 70 | 1,2218 | 1,2933 | 1,3770 | 1,4346 | 1,4888 |
| 80 | 1,2072 | 1,2735 | 1,3509 | 1,4041 | 1,4540 |
| 100 | 1,1850 | 1,2434 | 1,3114 | 1,3581 | 1,4017 |
| 120 | 1,1686 | 1,2214 | 1,2827 | 1,3246 | 1,3637 |
| 140 | 1,1559 | 1,2044 | 1,2605 | 1,2989 | 1,3346 |
| 160 | 1,1457 | 1,1907 | 1,2428 | 1,2783 | 1,3114 |
| 180 | 1,1372 | 1,1795 | 1,2282 | 1,2614 | 1,2923 |
| 200 | 1,1301 | 1,1700 | 1,2159 | 1,2472 | 1,2763 |
| 250 | 1,1162 | 1,1515 | 1,1922 | 1,2198 | 1,2454 |
| 300 | 1,10596 | 1,13798 | 1,17475 | 1,19969 | 1,22281 |
| 400 | 1,09162 | 1,11908 | 1,15053 | 1,17181 | 1,19152 |
| 500 | 1,08186 | 1,10625 | 1,13414 | 1,15299 | 1,17041 |
| 750 | 1,06672 | 1,08643 | 1,10889 | 1,12404 | 1,13802 |
| 1000 | 1,05772 | 1,07468 | 1,09398 | 1,10697 | 1,11895 |
| z | 1,28155 | 1,64485 | 2,05375 | 2,32635 | 2,57583 |

Kritiska värden för Wilcoxons test med teckensatta ranger.

Tabellen ger de kritiska värdena T_α , dvs tal sådana att sannolikheten att $t \leq T_\alpha$ är så nära α som möjligt.

| α | 0.10 | 0.05 | 0.02 | 0.01 |
|----------|-------|-------|-------|-------|
| 5 | 1 | | | |
| 6 | 2 | 1 | | |
| 7 | 4 | 2 | 0 | |
| 8 | 6 | 4 | 2 | 0 |
| 9 | 8 | 6 | 3 | 2 |
| 10 | 11 | 8 | 5 | 3 |
| 11 | 14 | 11 | 7 | 5 |
| 12 | 17 | 14 | 10 | 7 |
| 13 | 21 | 17 | 13 | 10 |
| 14 | 26 | 21 | 16 | 13 |
| 15 | 30 | 25 | 20 | 16 |
| 16 | 36 | 30 | 24 | 19 |
| 17 | 41 | 35 | 28 | 23 |
| 18 | 47 | 40 | 33 | 28 |
| 19 | 54 | 46 | 38 | 32 |
| 20 | 60 | 52 | 43 | 37 |
| 21 | 68 | 59 | 49 | 43 |
| 22 | 75 | 66 | 56 | 49 |
| 23 | 83 | 73 | 62 | 55 |
| 24 | 92 | 81 | 69 | 61 |
| 25 | 101 | 90 | 77 | 68 |
| 26 | 110 | 98 | 85 | 76 |
| 27 | 120 | 107 | 93 | 84 |
| 28 | 130 | 117 | 102 | 92 |
| 29 | 141 | 127 | 111 | 100 |
| 30 | 152 | 137 | 120 | 109 |
| z | 1.645 | 1.960 | 2.326 | 2.576 |

För stora n är $T_\alpha \approx \frac{n(n+1)}{4} - z\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}$ där z ges i sista raden.

Hypotesen $m \geq m_0$ förkastas om $t^+ \leq T_{2\alpha}$,

Hypotesen $m \leq m_0$ förkastas om $t^- \leq T_{2\alpha}$,

Hypotesen $m = m_0$ förkastas om $t \leq T_\alpha$ (där t är det minsta av talen t^+ och t^-).

Wilcoxons rangsummetest

$U_i = W_i - \frac{n_i(n_i + 1)}{2}$, $i = 1, 2$, där W_i är respektive rangsumma.

Kritiska värden $U_{0.10}$

| $n_1 \backslash n_2$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|----------------------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 2 | | | | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 |
| 3 | | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 9 | 9 | 10 | 11 |
| 4 | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 5 | 0 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 12 | 13 | 15 | 16 | 18 | 19 | 20 | 22 | 23 | 25 |
| 6 | 0 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 17 | 19 | 21 | 23 | 25 | 26 | 28 | 30 | 32 |
| 7 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 | 21 | 24 | 26 | 28 | 30 | 33 | 35 | 37 | 39 |
| 8 | 1 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 | 15 | 18 | 20 | 23 | 26 | 28 | 31 | 33 | 36 | 39 | 41 | 44 | 47 |
| 9 | 1 | 4 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 | 33 | 36 | 39 | 42 | 45 | 48 | 51 | 54 |
| 10 | 1 | 4 | 7 | 11 | 14 | 17 | 20 | 24 | 27 | 31 | 34 | 37 | 41 | 44 | 48 | 51 | 55 | 58 | 62 |
| 11 | 1 | 5 | 8 | 12 | 16 | 19 | 23 | 27 | 31 | 34 | 38 | 42 | 46 | 50 | 54 | 57 | 61 | 65 | 69 |
| 12 | 2 | 5 | 9 | 13 | 17 | 21 | 26 | 30 | 34 | 38 | 42 | 47 | 51 | 55 | 60 | 64 | 68 | 72 | 77 |
| 13 | 2 | 6 | 10 | 15 | 19 | 24 | 28 | 33 | 37 | 42 | 47 | 51 | 56 | 61 | 65 | 70 | 75 | 80 | 84 |
| 14 | 3 | 7 | 11 | 16 | 21 | 26 | 31 | 36 | 41 | 46 | 51 | 56 | 61 | 66 | 71 | 77 | 82 | 87 | 92 |
| 15 | 3 | 7 | 12 | 18 | 23 | 28 | 33 | 39 | 44 | 50 | 55 | 61 | 66 | 72 | 77 | 83 | 88 | 94 | 100 |
| 16 | 3 | 8 | 14 | 19 | 25 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 | 65 | 71 | 77 | 83 | 89 | 95 | 101 | 107 |
| 17 | 3 | 9 | 15 | 20 | 26 | 33 | 39 | 45 | 51 | 57 | 64 | 70 | 77 | 83 | 89 | 96 | 102 | 109 | 115 |
| 18 | 4 | 9 | 16 | 22 | 28 | 35 | 41 | 48 | 55 | 61 | 68 | 75 | 82 | 88 | 95 | 102 | 109 | 116 | 123 |
| 19 | 4 | 10 | 17 | 23 | 30 | 37 | 44 | 51 | 58 | 65 | 72 | 80 | 87 | 94 | 101 | 109 | 116 | 123 | 130 |
| 20 | 4 | 11 | 18 | 25 | 32 | 39 | 47 | 54 | 62 | 69 | 77 | 84 | 92 | 100 | 107 | 115 | 123 | 130 | 138 |

Kritiska värden $U_{0.05}$

| $n_1 \backslash n_2$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|----------------------|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
| 2 | | | | | | | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | | | | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 | 7 | 7 | 8 |
| 4 | | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 5 | | 0 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 6 | | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 10 | 11 | 13 | 14 | 16 | 17 | 19 | 21 | 22 | 24 | 25 | 27 |
| 7 | | 1 | 3 | 5 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 | 32 | 34 |
| 8 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 13 | 15 | 17 | 19 | 22 | 24 | 26 | 29 | 31 | 34 | 36 | 38 | 41 |
| 9 | 0 | 2 | 4 | 7 | 10 | 12 | 15 | 17 | 20 | 23 | 26 | 28 | 31 | 34 | 37 | 39 | 42 | 45 | 48 |
| 10 | 0 | 3 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 | 29 | 33 | 36 | 39 | 42 | 45 | 48 | 52 | 55 |
| 11 | 0 | 3 | 6 | 9 | 13 | 16 | 19 | 23 | 26 | 30 | 33 | 37 | 40 | 44 | 47 | 51 | 55 | 58 | 62 |
| 12 | 1 | 4 | 7 | 11 | 14 | 18 | 22 | 26 | 29 | 33 | 37 | 41 | 45 | 49 | 53 | 57 | 61 | 65 | 69 |
| 13 | 1 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 33 | 37 | 41 | 45 | 50 | 54 | 59 | 63 | 67 | 72 | 76 |
| 14 | 1 | 5 | 9 | 13 | 17 | 22 | 26 | 31 | 36 | 40 | 45 | 50 | 55 | 59 | 64 | 69 | 74 | 78 | 83 |
| 15 | 1 | 5 | 10 | 14 | 19 | 24 | 29 | 34 | 39 | 44 | 49 | 54 | 59 | 64 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 |
| 16 | 1 | 6 | 11 | 15 | 21 | 26 | 31 | 37 | 42 | 47 | 53 | 59 | 64 | 70 | 75 | 81 | 86 | 92 | 98 |
| 17 | 2 | 6 | 11 | 17 | 22 | 28 | 34 | 39 | 45 | 51 | 57 | 63 | 69 | 75 | 81 | 87 | 93 | 99 | 105 |
| 18 | 2 | 7 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 55 | 61 | 67 | 74 | 80 | 86 | 93 | 99 | 106 | 112 |
| 19 | 2 | 7 | 13 | 19 | 25 | 32 | 38 | 45 | 52 | 58 | 65 | 72 | 78 | 85 | 92 | 99 | 106 | 113 | 119 |
| 20 | 2 | 8 | 14 | 20 | 27 | 34 | 41 | 48 | 55 | 62 | 69 | 76 | 83 | 90 | 98 | 105 | 112 | 119 | 127 |

Kritiska värden $U_{0.02}$

| $n_1 \backslash n_2$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|----------------------|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|
| 2 | | | | | | | | | | | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 3 | | | | | | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5 |
| 4 | | | | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 9 | 9 | 10 |
| 5 | | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 6 | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 9 | 11 | 12 | 13 | 15 | 16 | 18 | 19 | 20 | 22 |
| 7 | | 0 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 11 | 12 | 14 | 16 | 17 | 19 | 21 | 23 | 24 | 26 | 28 |
| 8 | | 0 | 2 | 4 | 6 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 | 32 | 34 |
| 9 | | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 14 | 16 | 18 | 21 | 23 | 26 | 28 | 31 | 33 | 36 | 38 | 40 |
| 10 | | 1 | 3 | 6 | 8 | 11 | 13 | 16 | 19 | 22 | 24 | 27 | 30 | 33 | 36 | 38 | 41 | 44 | 47 |
| 11 | | 1 | 4 | 7 | 9 | 12 | 15 | 18 | 22 | 25 | 28 | 31 | 34 | 37 | 41 | 44 | 47 | 50 | 53 |
| 12 | | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 21 | 24 | 28 | 31 | 35 | 38 | 42 | 46 | 49 | 53 | 56 | 60 |
| 13 | 0 | 2 | 5 | 9 | 12 | 16 | 20 | 23 | 27 | 31 | 35 | 39 | 43 | 47 | 51 | 55 | 59 | 63 | 67 |
| 14 | 0 | 2 | 6 | 10 | 13 | 17 | 22 | 26 | 30 | 34 | 38 | 43 | 47 | 51 | 56 | 60 | 65 | 69 | 73 |
| 15 | 0 | 3 | 7 | 11 | 15 | 19 | 24 | 28 | 33 | 37 | 42 | 47 | 51 | 56 | 61 | 66 | 70 | 75 | 80 |
| 16 | 0 | 3 | 7 | 12 | 16 | 21 | 26 | 31 | 36 | 41 | 46 | 51 | 56 | 61 | 66 | 71 | 76 | 82 | 87 |
| 17 | 0 | 4 | 8 | 13 | 18 | 23 | 28 | 33 | 38 | 44 | 49 | 55 | 60 | 66 | 71 | 77 | 82 | 88 | 93 |
| 18 | 0 | 4 | 9 | 14 | 19 | 24 | 30 | 36 | 41 | 47 | 53 | 59 | 65 | 70 | 76 | 82 | 88 | 94 | 100 |
| 19 | 1 | 4 | 9 | 15 | 20 | 26 | 32 | 38 | 44 | 50 | 56 | 63 | 69 | 75 | 82 | 88 | 94 | 101 | 107 |
| 20 | 1 | 5 | 10 | 16 | 22 | 28 | 34 | 40 | 47 | 53 | 60 | 67 | 73 | 80 | 87 | 93 | 100 | 107 | 114 |

Kritiska värden $U_{0.01}$

| $n_1 \backslash n_2$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|----------------------|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 0 | 0 |
| 3 | | | | | | | | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 4 | | | | | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 | 7 | 8 |
| 5 | | | | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 6 | | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 7 | | | 0 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 12 | 13 | 15 | 16 | 18 | 19 | 21 | 22 | 24 |
| 8 | | | 1 | 2 | 4 | 6 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 |
| 9 | | 0 | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 27 | 29 | 31 | 33 | 36 |
| 10 | | 0 | 2 | 4 | 6 | 9 | 11 | 13 | 16 | 18 | 21 | 24 | 26 | 29 | 31 | 34 | 37 | 39 | 42 |
| 11 | | 0 | 2 | 5 | 7 | 10 | 13 | 16 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 | 33 | 36 | 39 | 42 | 45 | 48 |
| 12 | | 1 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 31 | 34 | 37 | 41 | 44 | 47 | 51 | 54 |
| 13 | | 1 | 3 | 7 | 10 | 13 | 17 | 20 | 24 | 27 | 31 | 34 | 38 | 42 | 45 | 49 | 53 | 57 | 60 |
| 14 | | 1 | 4 | 7 | 11 | 15 | 18 | 22 | 26 | 30 | 34 | 38 | 42 | 46 | 50 | 54 | 58 | 63 | 67 |
| 15 | | 2 | 5 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 29 | 33 | 37 | 42 | 46 | 51 | 55 | 60 | 64 | 69 | 73 |
| 16 | | 2 | 5 | 9 | 13 | 18 | 22 | 27 | 31 | 36 | 41 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 74 | 79 |
| 17 | | 2 | 6 | 10 | 15 | 19 | 24 | 29 | 34 | 39 | 44 | 49 | 54 | 60 | 65 | 70 | 75 | 81 | 86 |
| 18 | | 2 | 6 | 11 | 16 | 21 | 26 | 31 | 37 | 42 | 47 | 53 | 58 | 64 | 70 | 75 | 81 | 87 | 92 |
| 19 | 0 | 3 | 7 | 12 | 17 | 22 | 28 | 33 | 39 | 45 | 51 | 57 | 63 | 69 | 74 | 81 | 87 | 93 | 99 |
| 20 | 0 | 3 | 8 | 13 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 | 67 | 73 | 79 | 86 | 92 | 99 | 105 |

För stora värden på n_1 och n_2 gäller $U_\alpha \approx \frac{n_1 n_2}{2} - z_\alpha \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}$.

Här är $z_{0.1} = 1.645$, $z_{0.05} = 1.960$, $z_{0.02} = 2.326$, $z_{0.01} = 2.576$.

Hypotesen $m_1 \geq m_2$ förkastas om $U_1 \leq U_{2\alpha}$,

Hypotesen $m_1 \leq m_2$ förkastas om $U_2 \leq U_{2\alpha}$,

Hypotesen $m_1 = m_2$ förkastas om $U \leq U_\alpha$ (där U är det minsta av talen U_1 och U_2).