

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO TRIÂNGULO MINEIRO**  
**INSTITUTO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS E EXATAS**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA**  
**Disciplina: Controle de Processos Químicos II**



# Capítulo 2

## Projeto e Sintonia de Controladores PID

**Prof. Davi Leonardo de Souza**  
**davi.souza@uftm.edu.com**

## Conteúdo da aula

- 2.1 - Introdução
- 2.2 - Critérios de Performance para Sistemas em Laço Fechado
- 2.3 - Métodos de Projeto de PID
- 2.4 - Métodos de Projeto de PIDs Baseados em Modelos
- 2.5 - Relações de Sintonia para Controladores *Feedback*
- 2.6 - O Método de Cohen-Coon e de Ziegler e Nichols
- 2.7 - O Método Baseado na Minimização das Integrais do Erro
- 2.8 - O Método de Hägglund e Aström e de Skogestad
- 2.9 - Observações sobre métodos de projeto/sintonia de Controladores
- 2.10 - Controladores com Dois Graus de Liberdade
- 2.11 - O Método do ciclo Contínuo
- 2.12 - O Método da Auto-sintonia (*Auto-Tuning*)
- 2.13 - O Método da Curva de Reação

## 2.1 - Introdução

Neste capítulo estudaremos métodos de projeto e sintonia de controladores tipo PID. Como visto no capítulo anterior, para muitos problemas de controle existe uma larga faixa de valores dos parâmetros do controlador para os quais o sistema de controle é estável. Consequentemente, existe um considerável interesse em encontrar valores para os parâmetros do PID de forma a se otimizar a performance da malha de controle, uma vez que a estabilidade seja garantida.

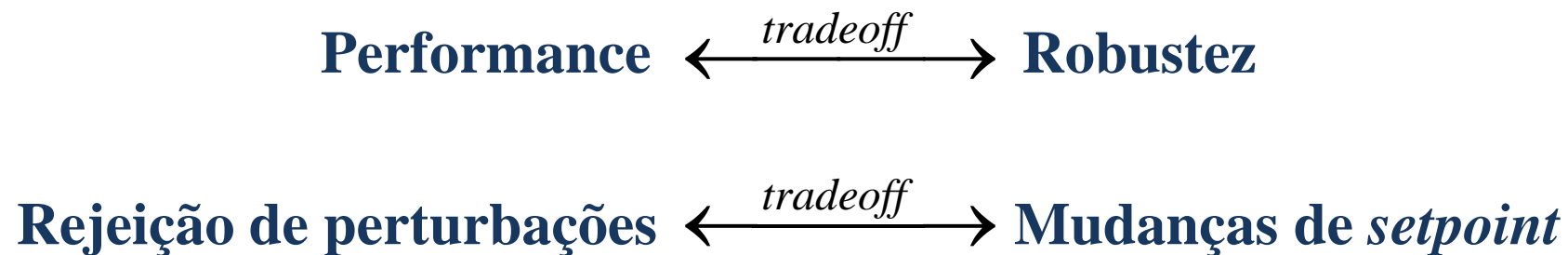
## 2.2 - Critérios de Performance para Sistemas em Laço Fechado

Características desejáveis do sistema de controle

1. Sistema em laço fechado deve ser estável;
2. Efeitos das perturbações devem ser minimizados;
3. Respostas rápidas e suaves durante as mudanças de *setpoint*;
4. Eliminação de *offset*;

5. O controlador deve ser robusto, isto é, insensível a mudanças no processo e imprecisões no modelo usado para descrever o processo;
6. Evitar ações de controle excessivas (preservação do elemento final de controle);
7. O controlador deve ser adequado ao longo de um vasto leque de condições de operação.

Em situações práticas de controle é impossível satisfazer todos os requisitos acima uma vez que alguns desses critérios levam a conhecidos *tradeoffs* (conflitos).



## 2.3 - Métodos de Projeto de PID

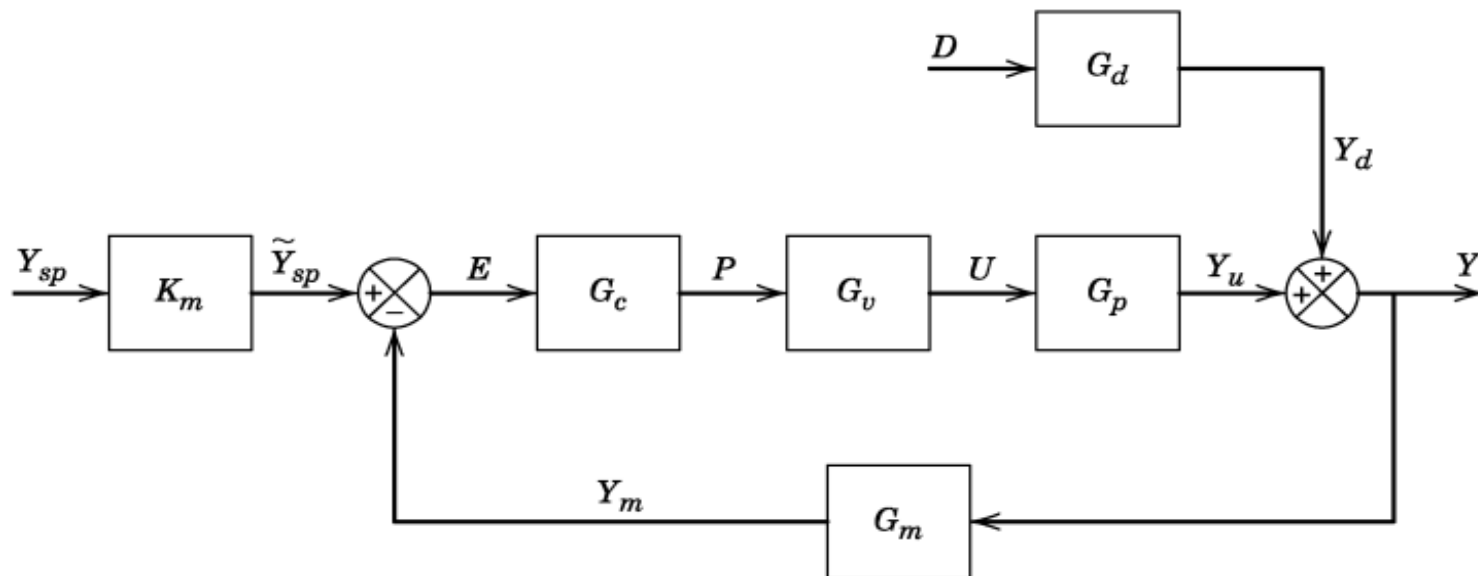
- a. Método da Síntese Direta
- b. Controle por Modelo Interno (IMC)
- c. Relações de Sintonia de Controladores
- d. Sintonia on-line após instalação do controlador

Uma vez que os três primeiros métodos são baseados em modelos, os parâmetros do controlador podem ser ajustados antes mesmo que o sistema de controle da malha seja instalado. Contudo, devido aos desvios planta/modelo, a “sintonia fina” desses parâmetros é realizada diretamente na planta usando testes experimentais simples. Dessa forma, os métodos de projeto baseados em modelos servem como estimativas iniciais dos parâmetros do controlador que são ajustados experimentalmente na planta.

## 2.4 - Métodos de Projeto de PID's Baseados em Modelos

### 2.4.1 - Método da Síntese Direta

A ideia básica deste método é impor uma dinâmica ao processo controlado através da síntese de um controlador que imponha uma função de transferência desejada ao laço fechado. Para isso, considere o diagrama de blocos típico de um processo controlado por um controlador *Feedback*:



A FT em laço fechado do problema servo é dada por:

$$\frac{Y(s)}{Y_{sp}(s)} = \frac{K_m G_c G_v G_p}{1 + G_c G_v G_p G_m} \quad (1)$$

Por simplicidade, mas sem perda de generalidade, façamos  $G = G_m G_v G_p$  e  $G_m = K_m$ :

$$\frac{Y(s)}{Y_{sp}(s)} = \frac{G_c G}{1 + G_c G} \quad \Rightarrow \quad G_c = \frac{1}{G} \left( \frac{Y/Y_{sp}}{1 - Y/Y_{sp}} \right) \quad (2)$$

A Eq. 2 não pode ser usada ainda porque  $Y/Y_{sp}$  não é conhecida a priori. Além do mais,  $G(s)$  nesta equação é a função de transferência real do processo (não é conhecida). Contudo, uma aproximação de  $G(s)$  chamada de  $\tilde{G}(s)$  é conhecida. Uma equação prática de projeto pode ser usada se considerarmos uma  $(Y/Y_{sp})_d$ , isto é, se impusermos uma FT desejada para a malha fechada. Além do mais, podemos fazer  $G(s) \approx \tilde{G}(s)$ . Assim, para propósitos práticos:

$$G_c = \frac{1}{\tilde{G}} \left[ \frac{\left( \frac{Y}{Y_{sp}} \right)_d}{1 - \left( \frac{Y}{Y_{sp}} \right)_d} \right] \quad (3)$$

A especificação de  $(Y/Y_{sp})_d$  é a decisão chave a ser tomada neste projeto. Cabemos avaliar qual será o  $G_c(s)$  que tornará esta decisão viável.

**A função de transferência desejada  $(Y/Y_{sp})_d$ :** O controlador perfeito é aquele que faz com  $(Y/Y_{sp})_d = 1$ , isto é, a resposta do sistema segue exatamente o *setpoint*. Da equação anterior vemos que isto é impossível, pois o controlador teria que ter um ganho infinito. Logo, controle perfeito numa malha feedback é impossível. Uma escolha razoável, então, para  $(Y/Y_{sp})_d$  é impor uma dinâmica de 1ª ordem com ganho unitário, isto é:

$$\frac{Y(s)}{Y_{sp}(s)} = \frac{1}{\tau_c s + 1} \quad \Rightarrow \quad G_c = \frac{1}{\tilde{G}} \left[ \frac{\left( \frac{Y}{Y_{sp}} \right)_d}{1 - \left( \frac{Y}{Y_{sp}} \right)_d} \right] \quad \Rightarrow \quad G_c = \frac{1}{\tilde{G}} \left( \frac{1}{\tau_c s} \right) \quad (4)$$

O termo  $1/s$  no controlador provê ação integral (elimina *offset*) e o parâmetro  $\tau_c$  é a constante de tempo do laço fechado e é o parâmetro ajustável do controlador. Agora, se o processo contém tempo morto a escolha razoável para  $(Y/Y_{sp})_d$  passa a ser:

$$\frac{Y(s)}{Y_{sp}(s)} = \frac{e^{-\theta s}}{\tau_c s + 1} \quad (5)$$



A inclusão do termo de tempo morto é essencial uma vez que é impossível a variável controlada responder a uma mudança de *setpoint* em  $t = 0$  antes de  $t = \theta$ . Assim:

$$\frac{Y(s)}{Y_{sp}(s)} = \frac{e^{-\theta s}}{\tau_c s + 1} \Rightarrow G_c = \frac{1}{\tilde{G}} \left[ \frac{\left( \frac{Y}{Y_{sp}} \right)_d}{1 - \left( \frac{Y}{Y_{sp}} \right)_d} \right] \Rightarrow G_c = \frac{1}{\tilde{G}} \left( \frac{e^{-\theta s}}{\tau_c s + 1 - e^{-\theta s}} \right) \quad (6)$$

Embora este controlador não esteja numa forma PID padrão ele é fisicamente realizável. Se usarmos a aproximação linear por série de Taylor para o termo exponencial na expressão acima, podemos obter um controlador na forma PID:

$$e^{-\theta s} \approx 1 - \theta s \Rightarrow G_c = \frac{1}{\tilde{G}} \frac{e^{-\theta s}}{(\tau_c + \theta)s} \quad (7)$$

Observe que não é necessário aproximar o termo exponencial presente no numerador, uma vez que ele será cancelado com o termo idêntico presente em  $\tilde{G}(s)$ .

**Sistemas de 1ª Ordem com tempo morto:** Seja um sistema dinâmico modelado por:

$$\begin{aligned}\tilde{G}(s) &= \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1} \quad \Rightarrow \quad G_c = \frac{1}{\tilde{G}} \frac{e^{-\theta s}}{(\tau_c + \theta)s} \quad \Rightarrow \quad G_c = \frac{1}{\frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1}} \frac{e^{-\theta s}}{(\tau_c + \theta)s} \\ G_c &= \frac{1}{K} \frac{\tau s + 1}{(\tau_c + \theta)s} \quad \Rightarrow \quad G_c = \frac{1}{K} \frac{\tau}{(\tau_c + \theta)} \left( 1 + \frac{1}{\tau s} \right)\end{aligned} \quad (8)$$

Comparando a expressão anterior com a expressão de um PID padrão:

$$G_c = K_c \left( 1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right) \quad \Rightarrow \quad K_c = \frac{1}{K} \frac{\tau}{(\tau_c + \theta)}; \quad \tau_I = \tau \quad \text{e} \quad \tau_D = 0 \quad (9)$$

Concluimos então que:

- ✓ o método da síntese direta aplicado a um sistema de 1ª Ordem com tempo morto rende um controlador PI.
- ✓  $K \uparrow \rightarrow K_c \downarrow$
- ✓  $\theta$  impõe limite sobre  $K_c$  mesmo para  $\tau_c \rightarrow 0$ .

$$G_c = \frac{1}{K} \frac{\tau}{(\tau_c + \theta)} \left( 1 + \frac{1}{\tau s} \right)$$

$$G_c = K_c \left( 1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right) \Rightarrow K_c = \frac{1}{K} \frac{\tau}{(\tau_c + \theta)}; \tau_I = \tau \text{ e } \tau_D = 0$$

**Sistemas de 2ª Ordem com tempo morto:** Seja um sistema dinâmico modelado por:

$$\tilde{G}(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \text{ como } G_c = \frac{1}{\tilde{G}} \frac{e^{-\theta s}}{(\tau_c + \theta)s}, \text{ teremos: } G_c = \frac{1}{\frac{Ke^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}} \frac{e^{-\theta s}}{(\tau_c + \theta)s}$$

$$G_c = \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{K} \frac{1}{(\tau_c + \theta)s} \Rightarrow G_c = \frac{\tau_1 + \tau_2}{K(\tau_c + \theta)} + \frac{1}{K(\tau_c + \theta)s} + \frac{\tau_1 \tau_2}{K(\tau_c + \theta)} s$$

$$G_c = \frac{\tau_1 + \tau_2}{K(\tau_c + \theta)} \left[ 1 + \frac{1}{(\tau_1 + \tau_2)s} + \frac{\tau_1 \tau_2}{(\tau_1 + \tau_2)} s \right] \quad (10)$$

Comparando com a forma do PID padrão:

$$G_c = K_c \left( 1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right) \Rightarrow K_c = \frac{\tau_1 + \tau_2}{K(\tau_c + \theta)}; \tau_I = (\tau_1 + \tau_2) \text{ e } \tau_D = \frac{\tau_1 \tau_2}{(\tau_1 + \tau_2)} \quad (11)$$

Concluimos então que:

- ✓ o método da síntese direta aplicado a um sistema de 2ª Ordem com tempo morto rende um controlador PID.
- ✓  $K \uparrow \rightarrow K_c \downarrow$
- ✓  $\theta$  impõe limite sobre  $K_c$  mesmo para  $\tau_c \rightarrow 0$ .

$$G_c = \frac{\tau_1 + \tau_2}{K(\tau_c + \theta)} \left[ 1 + \frac{1}{(\tau_1 + \tau_2)s} + \frac{(\tau_1\tau_2)}{(\tau_1 + \tau_2)}s \right]$$

$$G_c = K_c \left( 1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right) \Rightarrow K_c = \frac{\tau_1 + \tau_2}{K(\tau_c + \theta)}; \tau_I = (\tau_1 + \tau_2) \text{ e } \tau_D = \frac{\tau_1\tau_2}{(\tau_1 + \tau_2)}$$

**Exemplo 2.1:** Use o método da síntese direta para projetar um PID para o processo modelado pela FT a seguir. Use  $\tau_c = 1, 3$  e  $10$  min. Avalie a performance do controlador para mudanças degrau unitário no *setpoint* em  $t = 0$  e posteriormente na carga do sistema em  $t = 80$  min.

$$G(s) = \frac{2e^{-s}}{(10s + 1)(5s + 1)}$$

a)- O modelo do processo é perfeito ( $\tilde{G} = G$ );

b)- O ganho do modelo é incorreto ( $\tilde{K} = 0,9$ ) ao invés do valor real  $K = 2 \rightarrow \tilde{G}(s) = \frac{0,9e^{-s}}{(10s + 1)(5s + 1)}$

Usando as expressões anteriormente deduzidas para o método da SD para sistema de 2ª Ordem mais tempo morto com  $K = 2$ ;  $\tilde{K} = 0,9$ ;  $\tau_1 = 10$ ,  $\tau_2 = 5$  e  $\theta = 1$ , tem-se:

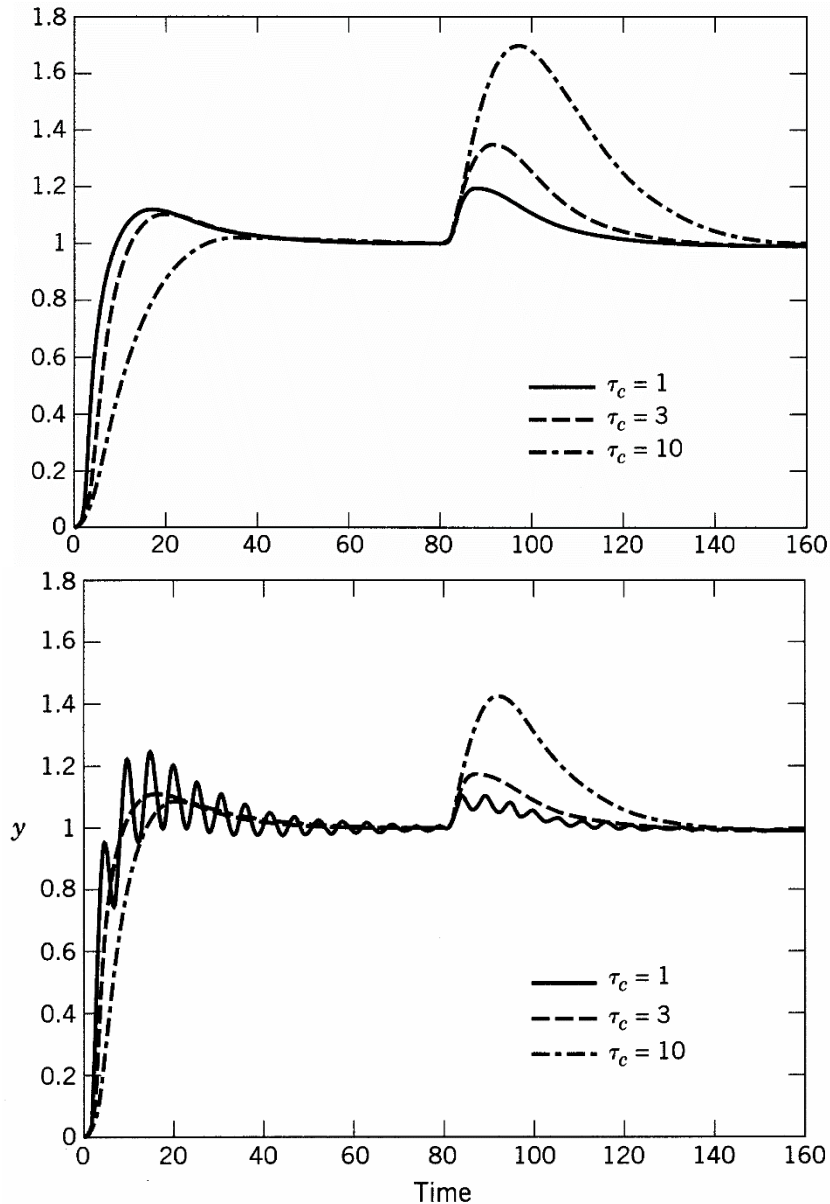
	$\tau_c = 1$	$\tau_c = 3$	$\tau_c = 10$
$K_c (K = 2)$	3,75	1,88	0,682
$K_c (\tilde{K} = 0,9)$	8,33	4,17	1,51
$\tau_I$	15	15	15
$\tau_D$	3,33	3,33	3,33

## Modelo perfeito:

- $\tau_c \uparrow$ , a resposta é mais “*sluggish*”.
- *Tradeoff* entre sintonia para problema servo e regulador.

## Modelo imperfeito:

- Comportamento muito oscilatório para  $\tau_c$  pequeno.
- Resposta aos problemas servo e regulador é melhor para  $\tau_c$  maiores (3 e 10 min) do que o caso anterior (menores tempos de assentamentos e *overshoots*). Isto é devido aos maiores valores de  $K_c$  neste caso.



No método da SD a especificação da FT em laço fechado ( $Y/Y_{sp}$ ) deve ser baseada no modelo assumido para o processo tanto quanto na resposta desejada do laço fechado. Para processos que contêm zeros positivos, ou seja, processos que contenham o termo  $(1-\tau_a s)$  onde  $\tau_a > 0$  no numerador da FT. Se a equação de projeto do controlador de SD for aplicado, este controlador conterá o termo  $(1-\tau_a s)$  no denominador e o mesmo será instável. Neste caso, o problema pode ser evitado impondo-se uma FT em laço fechado ( $Y/Y_{sp}$ ) como segue:

$$\frac{Y(s)}{Y_{sp}(s)} = \frac{(1 - \tau_a)}{\tau_c s + 1}$$

Para sistemas sem tempo morto

$$\frac{Y(s)}{Y_{sp}(s)} = \frac{(1 - \tau_a)e^{-\theta s}}{\tau_c s + 1}$$

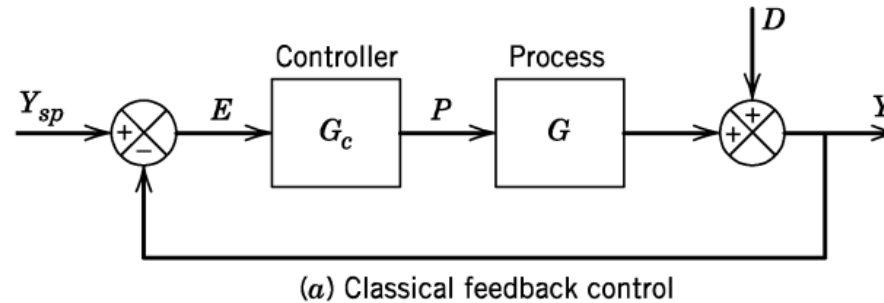
Para sistemas com tempo morto

O método da SD não pode ser usado diretamente para processos que contenham polos instáveis. Entretanto, pode ser aplicado se o processo for primeiramente estabilizado por um laço de controle *feedback* adicional.

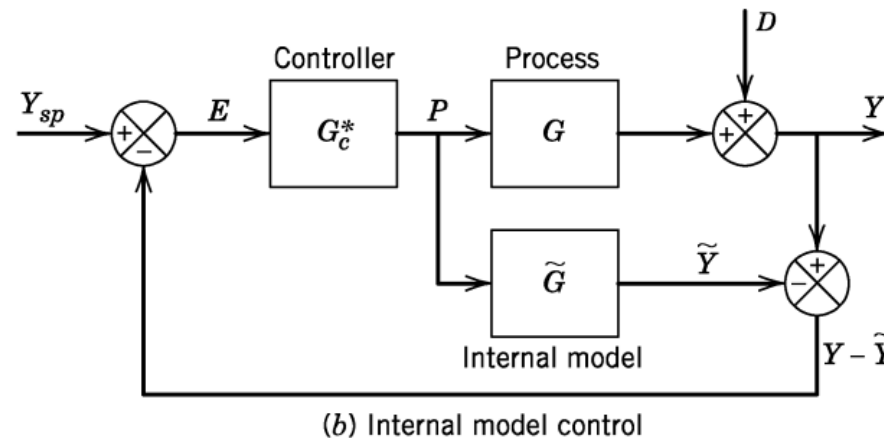


## 2.4.2 - Controle por Modelo Interno (IMC)

Seja o diagrama de um sistema de controle *feedback* clássico onde  $G(s) = G_m G_v G_p$ :



No método do IMC, assim como no método da SD, é assumido um modelo analítico do processo. Contudo, no método IMC este modelo é introduzido diretamente no diagrama de blocos como segue:



Aplicando a álgebra do diagrama de blocos chega-se a:

$$Y = \frac{G_c^* G}{1 + G_c^* (G - \tilde{G})} Y_{sp} + \frac{1 - G_c^* \tilde{G}}{1 + G_c^* (G - \tilde{G})} D \quad (12)$$

Para o caso especial onde  $\tilde{G}=G$ :

$$Y = G_c^* G Y_{sp} + (1 - G_c^* G) D \quad (13)$$

O IMC é projetado em dois passos:

**Passo 1:** O modelo do processo é fatorado como  $\tilde{G}(s) = \tilde{G}(s)^+ \tilde{G}(s)^-$ , no qual  $\tilde{G}(s)^+$  irá conter o tempo morto e os zeros positivos de  $\tilde{G}(s)$  (parte que não pode ser invertida) e  $\tilde{G}(s)^-$  conterá o restante de  $\tilde{G}(s)$  (parte que pode ser invertida). Desta forma, é importante salientar que  $\tilde{G}(s)^+$  deverá ter ganho estático unitário para que o ganho de  $\tilde{G}(s)$  possa estar presente no termo  $\tilde{G}(s)^-$  que será invertido.

**Passo 2:** O controlador é especificado como:

$$G_c^*(s) = \frac{1}{\tilde{G}(s)^-} f(s) \quad (14)$$

Onde  $f(s)$  é uma FT (chamada de filtro) que deve ter ganho estático unitário e ordem necessária para permitir que o controlador obtido seja realizável. Para a situação ideal onde  $\tilde{G}=G$ , o controlador IMC ( $G_c^*$ ) imporá a seguinte dinâmica ao laço fechado:

$$Y = G_c^* G Y_{sp} + (1 - G_c^* G) D \quad \Rightarrow \quad Y = \frac{1}{\tilde{G}^-} f \tilde{G} Y_{sp} + (1 - \frac{1}{\tilde{G}^-} f \tilde{G}) D$$

$$Y = \tilde{G}^+ f Y_{sp} + (1 - \tilde{G}^+ f) D \xrightarrow{D(s)=0} \frac{Y}{Y_{sp}} = \tilde{G}^+ f \quad (15)$$

Como tem ganho unitário, uma forma interessante para o filtro é dada por:  $f = \frac{1}{(\tau_c s + 1)^r}$  (16)

em que “r”, é o menor número inteiro positivo que garanta que o controlador seja realizável e  $\tau_c$  é a constante de tempo do laço fechado.

Na prática o diagrama de blocos clássico que realmente é implementado, mas podemos fazer com que estes dois diagramas sejam análogos de forma que produzam a mesma FT em laço fechado, exigindo que  $G_c^*$  seja dado pela relação a seguir:

$$\text{Clássico: } Y = \frac{G_c G}{1 + G_c G} Y_{sp} + \frac{1}{1 + G_c G} D$$

$$\text{IMC: } Y = \frac{G_c^* G}{1 + G_c^* (G - \tilde{G})} Y_{sp} + \frac{1 - G_c^* \tilde{G}}{1 + G_c^* (G - \tilde{G})} D$$

$$\text{Fazendo: } \left( \frac{Y}{Y_{sp}} \right)_{\text{Clássico}} = \left( \frac{Y}{Y_{sp}} \right)_{\text{IMC}} \Rightarrow \frac{G_c G}{1 + G_c G} = \frac{G_c^* G}{1 + G_c^* (G - \tilde{G})} \Rightarrow G_c = \frac{G_c^*}{1 - G_c^* \tilde{G}} \quad (17)$$

Desta forma, pode-se resumir o projeto do controlador IMC como:

1. Fatore o modelo da planta como:  $\tilde{G}(s) = \tilde{G}(s)^+ \tilde{G}(s)^-$

2. Calcule o controlador IMC como:  $G_c^*(s) = \frac{1}{\tilde{G}(s)^-} f(s)$

3. Encontre o valor de “r” que permita que o controlador IMC seja realizável:  $f = \frac{1}{(\tau_c s + 1)^r}$

4. Calcule o controlador *Feedback* equivalente ao IMC:  $G_c = \frac{G_c^*}{1 - G_c^* \tilde{G}}$

**Exemplo 2.2:** Use o método do IMC para projetar um controlador para um sistema de 1ª Ordem com tempo morto (FOPTD) para os casos:

- a)- Usando a aproximação de Padé para tempo morto;
- b)- Usando a aproximação de Taylor para tempo morto.

Solução:  $\tilde{G}(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1}$

a)- Padé:

$$e^{-\theta s} \approx \frac{\left(1 - \frac{\theta}{2}s\right)}{\left(1 + \frac{\theta}{2}s\right)} \quad \Rightarrow \quad \tilde{G}(s) = \frac{K(1 - \frac{\theta}{2}s)}{(1 + \frac{\theta}{2}s)(\tau s + 1)}$$

Fatorando:  $\tilde{G}(s) = \tilde{G}(s)^+ \tilde{G}(s)^- = \underbrace{(1 - \theta/2 s)}_{\tilde{G}^+} \underbrace{\frac{K}{(1 + \theta/2 s)(\tau s + 1)}}_{\tilde{G}^-}$

Calculando o controlador IMC (r=1):  $G_c^*(s) = \frac{1}{\tilde{G}(s)^-} f(s) = \frac{(1 + \theta/2 s)(\tau s + 1)}{K(\tau_c s + 1)}$

Calculando o controlador *Feedback*:  $G_c = \frac{G_c^*}{1 - G_c^* \tilde{G}} = \frac{(1 + \theta/2 s)(\tau s + 1)}{K(\tau_c + \theta/2)s}$

Rearranjando esta expressão temos:  $G_c = \frac{1}{K} \frac{[2(\tau/\theta) + 1]}{[2(\tau_c/\theta) + 1]} \left[ 1 + \frac{1}{(\tau + \theta/2)s} + \frac{\tau}{2(\tau/\theta) + 1} s \right]$

Comparando a expressão anterior com o PID padrão temos:

$$K_c = \frac{1}{K} \frac{[2(\tau/\theta) + 1]}{[2(\tau_c/\theta) + 1]}; \tau_I = (\tau + \theta/2) \text{ e } \tau_D = \frac{\tau}{2(\tau/\theta) + 1}$$

b)- Taylor:  $e^{-\theta s} \approx 1 - \theta s \Rightarrow \tilde{G}(s) = \frac{K(1 - \theta s)}{(\tau s + 1)}$

Fatorando:  $\tilde{G}(s) = \underbrace{\tilde{G}(s)^+}_{\tilde{G}^+} \underbrace{\tilde{G}(s)^-}_{\tilde{G}^-} = (1 - \theta s) \frac{K}{(\tau s + 1)}$

Calculando o controlador IMC (r=1):  $G_c^*(s) = \frac{1}{\tilde{G}(s)^-} f(s) = \frac{(\tau s + 1)}{K(\tau_c s + 1)}$

Calculando o controlador *Feedback*:  $G_c = \frac{G_c^*}{1 - G_c^* \tilde{G}} = \frac{(\tau s + 1)}{K(\tau_c + \theta)s}$

Rearranjando esta expressão temos:  $G_c = \frac{1}{K} \frac{\tau}{(\tau_c + \theta)} \left[ 1 + \frac{1}{\tau s} \right]$

Comparando a expressão anterior com o PI padrão temos:  $K_c = \frac{1}{K} \frac{\tau}{(\tau_c + \theta)}$  e  $\tau_I = \tau$



### 2.4.3 - Seleção de $\tau_c$

A escolha do parâmetro de projeto  $\tau_c$  é uma decisão chave nos métodos da SD e IMC. Em geral se produz controladores mais conservadores quando  $\tau_c$  é grande e vice-versa. Existe na literatura especializada algumas recomendações para o método do IMC:

a)-  $\tau_c/\theta > 0,8$  e  $\tau_c > 0,1\tau$

b)-  $\tau > \tau_c > \theta$

c)-  $\tau_c = \theta$

d)-  $\tau_{\text{dom}} > \tau_c > \theta$

A tabela a seguir mostra o controlador IMC para outros tipos de modelos da planta.

Tabela 2.1 – Parâmetros para o PID utilizando IMC

Case	Model	$K_c K$	$\tau_I$	$\tau_D$
A	$\frac{K}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau}{\tau_c}$	$\tau$	—
B	$\frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_c}$	$\tau_1 + \tau_2$	$\frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2}$
C	$\frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}$	$\frac{2\zeta \tau}{\tau_c}$	$2\zeta \tau$	$\frac{\tau}{2\zeta}$
D	$\frac{K(-\beta s + 1)}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}, \beta > 0$	$\frac{2\zeta \tau}{\tau_c + \beta}$	$2\zeta \tau$	$\frac{\tau}{2\zeta}$
E	$\frac{K}{s}$	$\frac{2}{\tau_c}$	$2\tau_c$	—
F	$\frac{K}{s(\tau s + 1)}$	$\frac{2\tau_c + \tau}{\tau_c^2}$	$2\tau_c + \tau$	$\frac{2\tau_c \tau}{2\tau_c + \tau}$
G	$\frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau}{\tau_c + \theta}$	$\tau$	—
H	$\frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau + \frac{\theta}{2}}{\tau_c + \frac{\theta}{2}}$	$\tau + \frac{\theta}{2}$	$\frac{\tau \theta}{2\tau + \theta}$

I	$\frac{K(\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3}{\tau_c + \theta}$	$\tau_1 + \tau_2 - \tau_3$	$\frac{\tau_1 \tau_2 - (\tau_1 + \tau_2 - \tau_3)\tau_3}{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3}$
J	$\frac{K(\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}$	$\frac{2\zeta \tau - \tau_3}{\tau_c + \theta}$	$2\zeta \tau - \tau_3$	$\frac{\tau^2 - (2\zeta \tau - \tau_3)\tau_3}{2\zeta \tau - \tau_3}$
K	$\frac{K(-\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{\tau_1 + \tau_2 + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$\tau_1 + \tau_2 + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$\frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta} + \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2 + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}$
L	$\frac{K(-\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}$	$\frac{2\zeta \tau + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$2\zeta \tau + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$\frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta} + \frac{\tau^2}{2\zeta \tau + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}$
M	$\frac{Ke^{-\theta s}}{s}$	$\frac{2\tau_c + \theta}{(\tau_c + \theta)^2}$	$2\tau_c + \theta$	—
N	$\frac{Ke^{-\theta s}}{s}$	$\frac{2\tau_c + \theta}{\left(\tau_c + \frac{\theta}{2}\right)^2}$	$2\tau_c + \theta$	$\frac{\tau_c \theta + \frac{\theta^2}{4}}{2\tau_c + \theta}$
O	$\frac{Ke^{-\theta s}}{s(\tau s + 1)}$	$\frac{2\tau_c + \tau + \theta}{(\tau_c + \theta)^2}$	$2\tau_c + \tau + \theta$	$\frac{(2\tau_c + \theta)\tau}{2\tau_c + \tau + \theta}$

## 2.5 - Relações de Sintonia para Controladores *Feedback*

### 2.5.1 - Relações de Sintonia para o IMC

Na última seção vimos métodos de projeto de controladores baseados em modelos tais como SD e IMC, que para determinadas classes de modelos de processo produziam controladores PI ou PID. O método IMC pode ser utilizado para obter configurações tipo PID para uma variedade de modelos de função de transferência. Vimos também que para sistemas dominados pela constante de tempo ( $\theta/\tau \ll 1$ ) os métodos SD e IMC fornecem desempenhos satisfatórios para o caso do problema servo, mas respostas lentas para o problema regulador porque  $\tau_I$  é geralmente muito grande. Este problema pode ser contornado por três caminhos diferentes:

a)- **Aproximação por Modelo Integrante com Tempo Morto:**

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1} \xrightarrow{\text{aproximar por}} G(s) = \frac{K^* e^{-\theta s}}{s} \quad (\text{para } \tau \text{ grande})$$

em que  $K^* = K/\tau$ . Assim, as relações da Tabela 2.1, podem ser usadas para os controladores “M” ou “N”.

b)- Limite para o valor de  $\tau_i$  : Skogestad (2003) propôs limitar o valor de  $\tau_I$

$$\tau_I = \min \{ \tau_I, 4(\tau_c + \theta) \}$$

c)- **Projetar o controlador para rejeição de perturbações ao invés de Mudanças de *Setpoint*:** A FT em laço fechada desejada é expressa em termos de  $(Y/D)$  ao invés de  $(Y/Y_{sp})$ .

**Exemplo 2.3:** Considere o sistema dinâmico a seguir. Projete os 4 controladores PI a seguir e avalie o desempenho deles frente a uma mudança degrau unitário na carga e no *setpoint*.

Assuma que o modelo é perfeito e que  $G(s) = G_d(s) \rightarrow G(s) = \frac{100e^{-s}}{100s + 1}$

a)- IMC ( $\tau_c = 1$ )

b)- IMC ( $\tau_c = 2$ ) baseado na aproximação por modelo integrante

c)- IMC ( $\tau_c = 1$ ) com a modificação de Skogestad

d)- Método da SD para rejeição de perturbação

Solução:

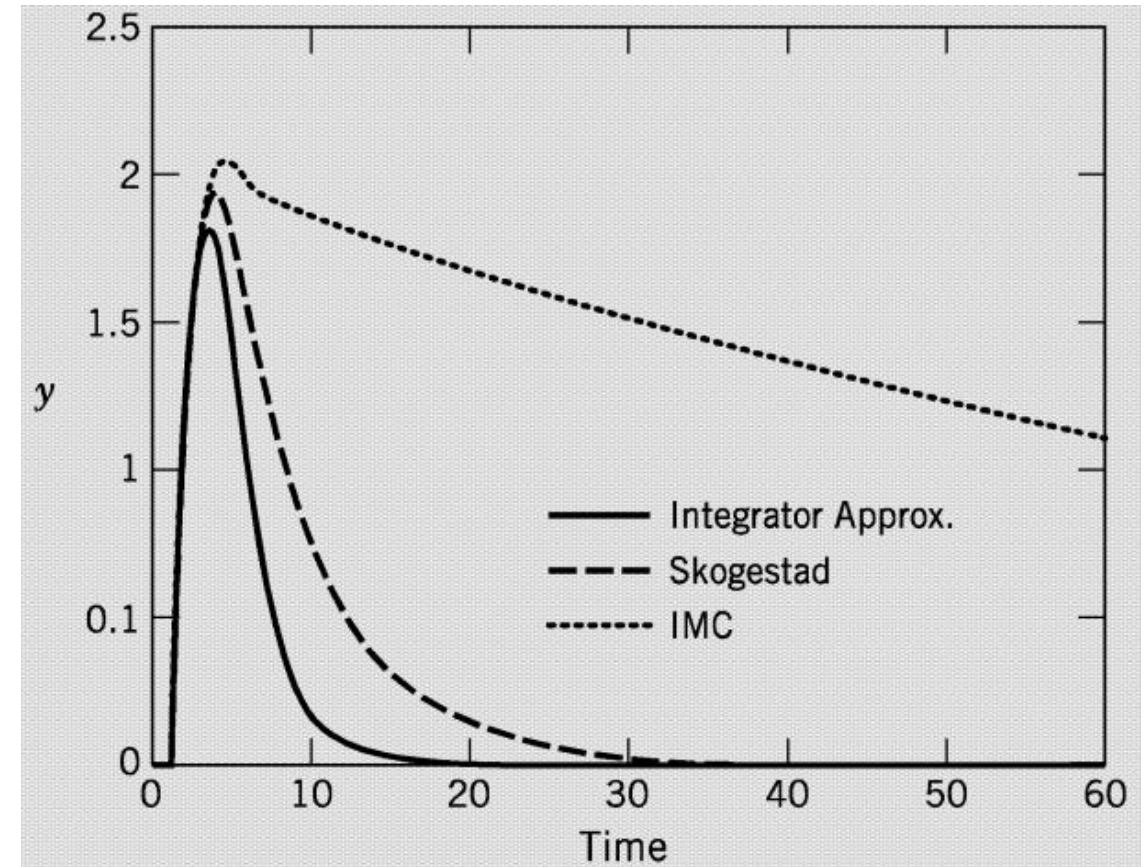
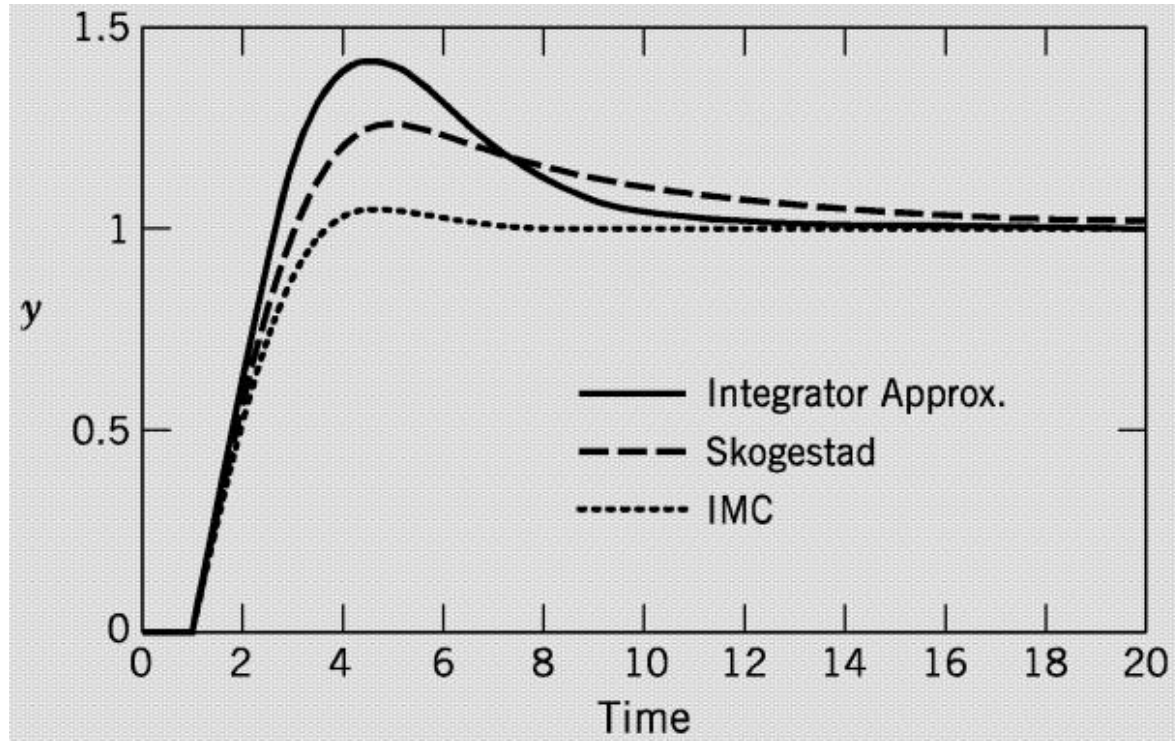
a)- Tabela 2.1, controlador G:  $K_c K = \frac{\tau}{\tau_c + \theta}$  ,  $\tau_I = \tau$

b)-  $G(s) = \frac{100e^{-s}}{100s + 1} \approx \frac{e^{-s}}{s}$

Da Tabela 2.1, controlador M:  $K_c K = \frac{2\tau_c + \theta}{(\tau_c + \theta)^2}$  ,  $\tau_I = 2\tau_c + \theta$

c)- Da Tabela 2.1, controlador G:  $K_c K = \frac{\tau}{\tau_c + \theta}$  ,  $\tau_I = \min \{ \tau, 4(\tau_c + \theta) \}$

Controlador	$K_c$	$\tau_I$
a. IMC	0,5	100
b. Integrante	0,556	5
c. Skogestad	0,5	8
d. SD perturbação	0,551	4,91





## 2.6 - O Método de Cohen-Coon e de Ziegler e Nichols

Vimos que os métodos anteriores são aplicáveis a uma ampla faixa de modelos de processos. Na prática de controle é comum usar um modelo de 1ª Ordem mais tempo morto (FOPDT) para se modelar empiricamente diversos processos. A popularidade desta aproximação reside no fato da simplicidade de se obter este modelo (a três parâmetros:  $K$ ,  $\tau$  e  $\theta$ ) de dados experimentais.

Ziegler e Nichols (1942) e Cohen-Coon (1953) usaram este tipo de modelo do processo numa malha de controle usando um controlador PID. Eles correlacionaram os parâmetros do PID ( $K_c$ ,  $\tau_I$  e  $\tau_D$ ) com os parâmetros de modelo ( $K$ ,  $\tau$  e  $\theta$ ) de forma que a resposta temporal do sistema frente a uma perturbação degrau no setpoint tivesse uma razão de decaimento de aproximadamente  $1/4$ . Estas relações de projeto são mostradas na Figura a seguir.

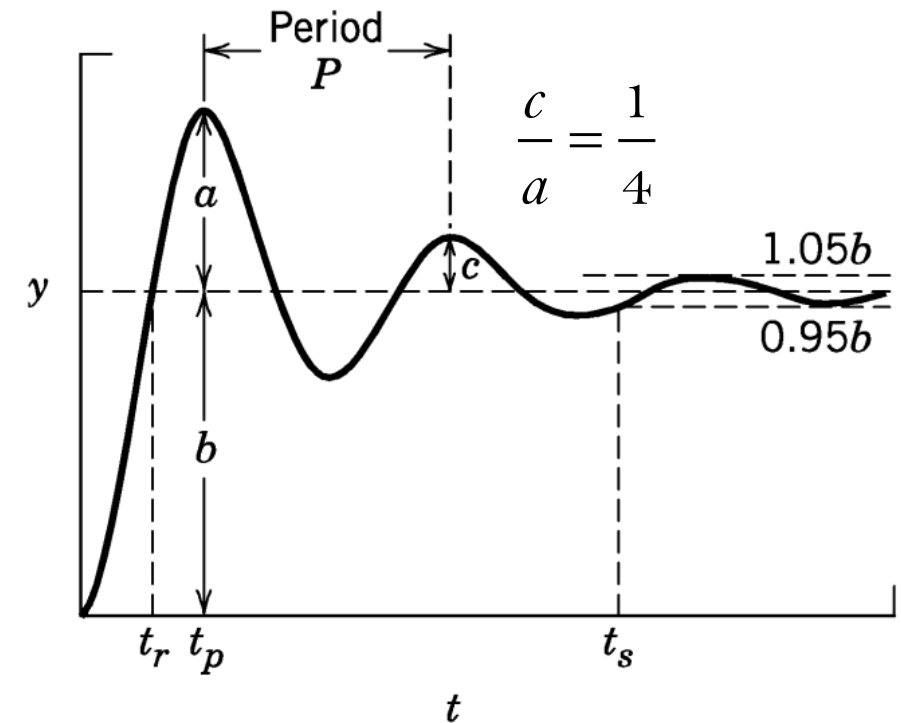




Tabela 2.2 – Parâmetros para o PID Ziegler-Nichols e Cohen-Coon

Controlador	Ziegler-Nichols	Cohen-Coon
<b>P</b>	$KK_C = \left(\tau/\theta\right)$	$KK_C = \left(\tau/\theta\right) + 1/3$
<b>PI</b>	$KK_C = 0,9\left(\tau/\theta\right)$	$KK_C = 0,9\left(\tau/\theta\right) + 0,083$
	$\frac{\tau_I}{\tau} = 3,33\left(\theta/\tau\right)$	$\frac{\tau_I}{\tau} = \frac{\theta\left[3,33 + 0,33\left(\theta/\tau\right)\right]}{1,0 + 2,2\left(\theta/\tau\right)}$
<b>PID</b>	$KK_C = 1,2\left(\tau/\theta\right)$	$KK_C = 1,35\left(\tau/\theta\right) + 0,270$
	$\frac{\tau_I}{\tau} = 2,0\left(\theta/\tau\right)$	$\frac{\tau_I}{\tau} = \frac{\theta\left[32 + 6\left(\theta/\tau\right)\right]}{13 + 8\left(\theta/\tau\right)}$
	$\frac{\tau_D}{\tau} = 0,5\left(\theta/\tau\right)$	$\frac{\tau_D}{\tau} = \frac{0,37\left(\theta/\tau\right)}{1,0 + 0,2\left(\theta/\tau\right)}$

## 2.7 - O Método Baseado na Minimização das Integrais do Erro

Os métodos de Ziegler e Nichols e de Cohen-Coon foram desenvolvidos para se obter razão de decaimento de  $1/4$ . Este critério tem algumas desvantagens:

- 1) Respostas com  $1/4$  de decaimento são julgadas na prática industrial, sendo muito oscilatórias;*
- 2) Este critério leva em consideração somente dois pontos da resposta do laço fechado.*

Um método alternativo é desenvolver relações de projeto baseado em índices de performance. Três índices populares são:

a. Integral do erro absoluto: 
$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (18)$$

b. Integral do erro ao quadrado: 
$$ISE = \int_0^{\infty} [e(t)]^2 dt \quad (19)$$

c. Integral do erro absoluto ponderado pelo tempo: 
$$ITAE = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt \quad (20)$$

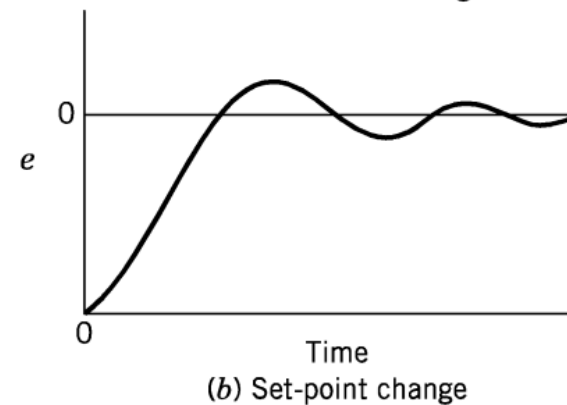
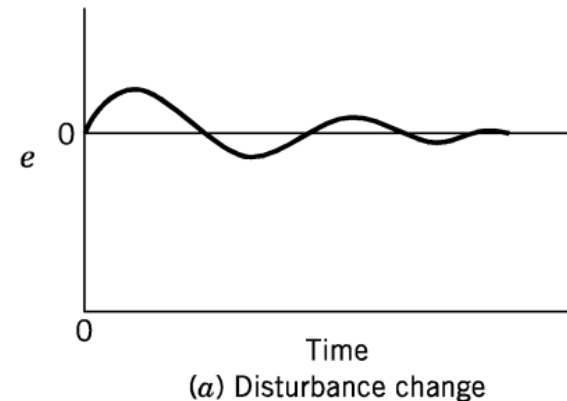
O critério ISE penaliza grandes erros enquanto no critério ITAE penaliza erros que persistem por longo período de tempo. Na prática industrial o critério ITAE é preferido, pois rende controladores mais conservadores. O critério ISE rende controladores mais agressivos e o critério IAE é um critério intermediário entre o ISE e o ITAE. As relações de projeto para o critério ITAE foram determinadas usando a seguinte formulação matemática:

$$\min_{K_c, \tau_I, \tau_D} \int_0^{\infty} t |e(t)| dt$$

$$e(t) = y_{sp}(t) - y(t)$$

$$y(t) = L[G(s)Y_{sp}(s)]^{-1}$$

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1}$$



As soluções do problema de otimização anterior ( $K_c$ ,  $\tau_I$  e  $\tau_D$ ) foram correlacionadas aos diferentes valores de  $K$ ,  $\tau$  e  $\theta$  para os problemas servo e regulador, levando às seguintes relações de projeto:

Tabela 2.4 – Parâmetros para o PID para o método ITAE

Type of Input	Type of Controller	Mode	A	B
Disturbance	PI	P	0.859	-0.977
		I	0.674	-0.680
Disturbance	PID	P	1.357	-0.947
		I	0.842	-0.738
		D	0.381	0.995
Set point	PI	P	0.586	-0.916
		I	1.03 <sup>b</sup>	-0.165 <sup>b</sup>
Set point	PID	P	0.965	-0.85
		I	0.796 <sup>b</sup>	-0.1465 <sup>b</sup>
		D	0.308	0.929

<sup>a</sup> Design relation:  $Y = A(\theta/\tau)^B$  where  $Y = KK_c$  for the proportional mode,  $\tau/\tau_I$  for the integral mode, and  $\tau_D/\tau$  for the derivative mode.

<sup>b</sup> For set-point changes, the design relation for the integral mode is  $\tau/\tau_I = A + B(\theta/\tau)$ .

## 2.8 - O Método de Hägglund e Aström e de Skogestad

Hägglund e Aström (2002) desenvolveram relações de projeto e sintonia de controladores PI em um esquema de otimização, análogo ao método anterior (minimização das integrais do erro). Contudo, definiram uma função objetivo que maximiza um índice de performance sujeito a restrições no grau de robustez do controlador. A Tabela abaixo mostra os resultados obtidos para dois modelos característicos de processos químicos:

Tabela 2.5: Controlador PI segundo o método de Hägglund e Aström (2002)

$G(s)$	$K_c$	$\tau_I$
$\frac{Ke^{-\theta s}}{s}$	$\frac{0,35}{K\theta}$	$7\theta$
$\frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1}$	$\frac{0,14}{K} + \frac{0,28\tau}{K\theta}$	$0,33\theta + \frac{6,8\theta\tau}{10\theta + \tau}$

Já Skogestad (2003) propôs relações simplificadas para o método IMC. Ele impôs que  $\tau_c = \theta$  e impôs um limite superior para  $\tau_I$ . Para um sistema de segunda ordem superamortecido ( $\zeta > 1$ ) ele propôs:

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$$

Tabela 2.6: Controlador PID segundo o método de Skogestad (2003)

Condição	$K_c$	$\tau_I$	$\tau_D$
$\tau_1 \leq 8\theta$	$\frac{0,5(\tau_1 + \tau_2)}{K\theta}$	$(\tau_1 + \tau_2)$	$\frac{\tau_1 \tau_2}{(\tau_1 + \tau_2)}$
$\tau_1 \geq 8\theta$	$\frac{0,5\tau_1}{K\theta} \left( \frac{8\theta + \tau_2}{8\theta} \right)$	$8\theta + \tau_2$	$\frac{8\theta \tau_2}{(8\theta + \tau_2)}$

## 2.9 - Observações sobre métodos de projeto/sintonia de Controladores

1.  $K_c$  é inversamente proporcional ao produto dos ganhos no laço *feedback* ( $K_c \propto 1/K$  onde  $K = K_v K_p K_m$ );
2.  $K_c$  deve diminuir quando  $\theta/\tau$  aumenta ( $\theta$  é o tempo morto e  $\tau$  é a constante de tempo dominante);
3. Ambos  $\tau_I$  e  $\tau_D$  devem aumentar quando  $\theta/\tau$  aumenta. Para muitas relações de sintonia  $\tau_I/\tau_D$  está entre 0,1 e 0,3. A “regra de ouro” é usar  $\tau_I/\tau_D = 0,25$  como primeira tentativa;
4. Quando ação integral é adicionada a um controlador proporcional somente,  $K_c$  deve ser reduzido. Se ação derivativa é adicionada  $K_c$  pode ser aumentado.

**Exemplo 2.4:** Um sistema de mistura com retardo na medida foi modelado como:

$$G(s) = \frac{1,54e^{-1,07s}}{5,93s + 1}$$

Projete um controlador PI pelos métodos a seguir e calcule a resposta temporal do sistema para uma mudança degrau unitário no *setpoint* em  $t = 0$  e uma mudança degrau unitário na carga em  $t = 30$  minutos. Admita que  $G(s) = G_d(s)$ :

- a)- IMC ( $\tau_c = \tau/3$ )
- b)- IMC ( $\tau_c = \theta$ )
- c)- Método de Hägglund e Aström
- d)- ITAE (regulador)
- e)- ITAE (servo).



Solução:  $K = 1,54$ ;  $\tau = 5,93$  min;  $\theta = 1,07$  min

a)-  $K_c K = \frac{\tau}{\tau_c + \theta}$  e  $\tau_I = \tau$  com  $\tau_c = 5,93/3$  min

b)-  $K_c K = \frac{\tau}{\tau_c + \theta}$  e  $\tau_I = \tau$  com  $\tau_c = 1,07$  min

c)-  $K_c = \frac{0,14}{K} + \frac{0,28\tau}{K\theta}$  e  $\tau_I = 0,33\theta + \frac{6,8\theta\tau}{10\theta + \tau}$

d)-  $K_c K = A(\theta / \tau)^B$  com  $A = 0,859$  e  $B = -0,977$   
 $\tau / \tau_I = A(\theta / \tau)^B$  com  $A = 0,674$  e  $B = -0,680$

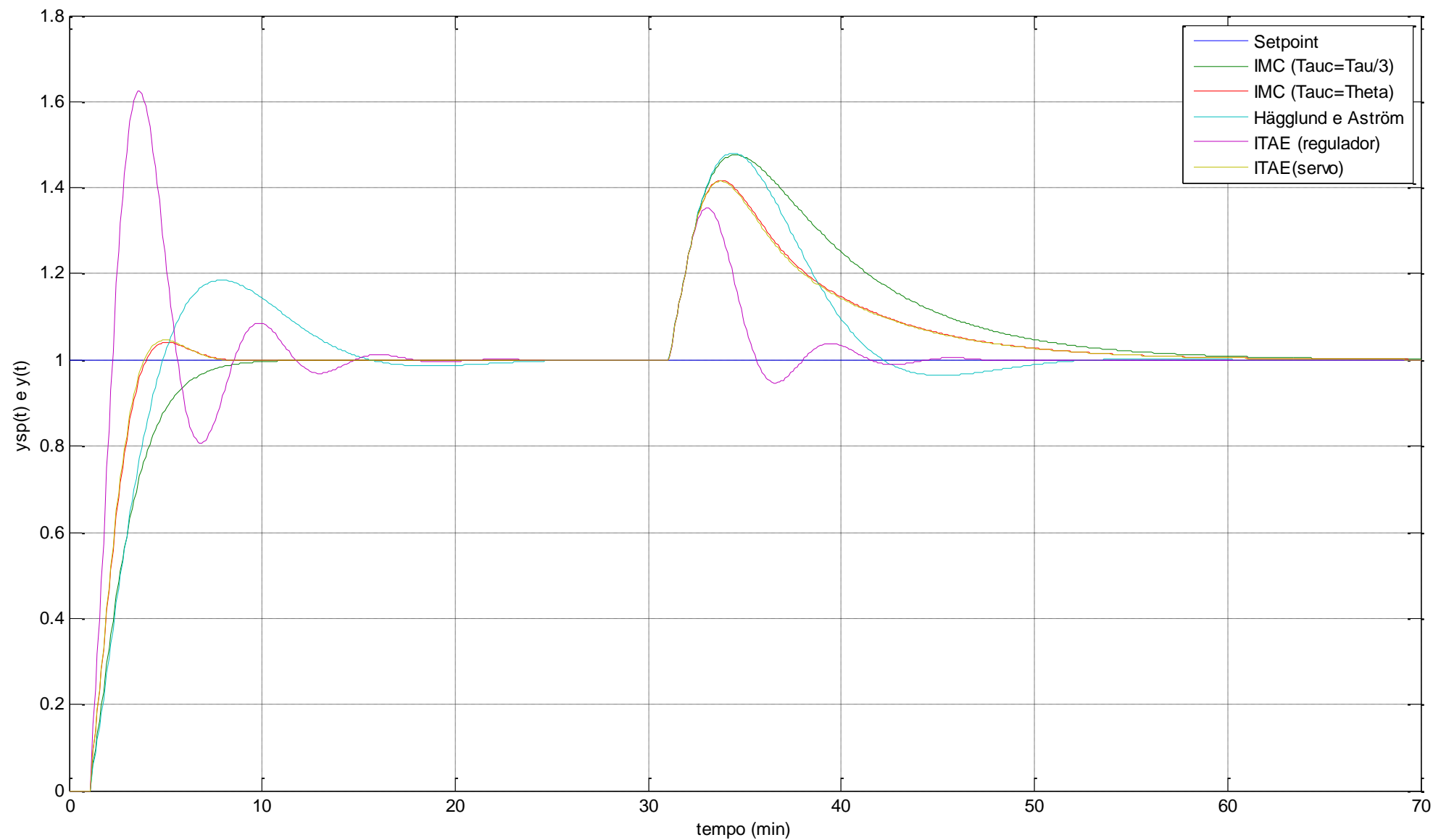
e)-  $K_c K = A(\theta / \tau)^B$  com  $A = 0,586$  e  $B = -0,916$   
 $\tau / \tau_I = A + B(\theta / \tau)$  com  $A = 1,03$  e  $B = -0,165$

Type of Input	Type of Controller	Mode	A	B
Disturbance	PI	P	0.859	-0.977
		I	0.674	-0.680
Disturbance	PID	P	1.357	-0.947
		I	0.842	-0.738
		D	0.381	0.995
Set point	PI	P	0.586	-0.916
		I	1.03 <sup>b</sup>	-0.165 <sup>b</sup>
Set point	PID	P	0.965	-0.85
		I	0.796 <sup>b</sup>	-0.1465 <sup>b</sup>
		D	0.308	0.929

<sup>a</sup> Design relation:  $Y = A(\theta/\tau)^B$  where  $Y = KK_c$  for the proportional mode,  $\tau/\tau_I$  for the integral mode, and  $\tau_D/\tau$  for the derivative mode.

<sup>b</sup> For set-point changes, the design relation for the integral mode is  $\tau/\tau_I = A + B(\theta/\tau)$ .

Controlador	$K_c$	$\tau_I$
a. IMC ( $\tau_c = \tau/3$ )	1,27	5,93
b. IMC ( $\tau_c = \theta$ )	1,80	5,93
c. Hägglund e Aström	1,10	2,95
d. ITAE (regulador)	2,97	2,75
e. ITAE (servo)	1,83	5,93

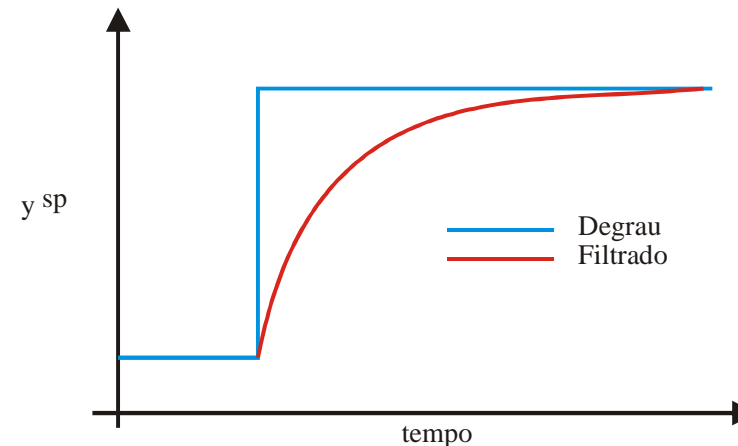


## 2.10 - Controladores com Dois Graus de Liberdade

Em sistemas de controle é comum a existência de “*tradeoff*” entre a sintonia para o problema servo e regulador. Na maioria dos casos práticos o problema regulador é mais importante por ser muito mais frequente que o problema de mudanças de *setpoint* (servo), embora exceções ocorram em situações que o *setpoint* de um controlador é ajustado por outro controlador (controle cascata e controle supervisório). Na prática industrial é comum o uso de duas estratégias para sintonizar o controlador para uso comum nos dois problemas em questão. Estas estratégias são conhecidas como controladores com dois graus de liberdade. A primeira estratégia se baseia em apresentar as mudanças no *setpoint* ao controlador de maneira gradual ao invés da maneira abrupta (de uma só vez). Isto equivale dizer que o sinal do *setpoint* é “filtrado” antes de ser enviado ao controlador. Um filtro de primeira ordem é a escolha lógica a ser usada:

$$\frac{Y_{sp}^*}{Y_{sp}} = \frac{1}{\tau_f s + 1} \quad (21)$$

em que  $\tau_f$  é a constante de tempo do filtro



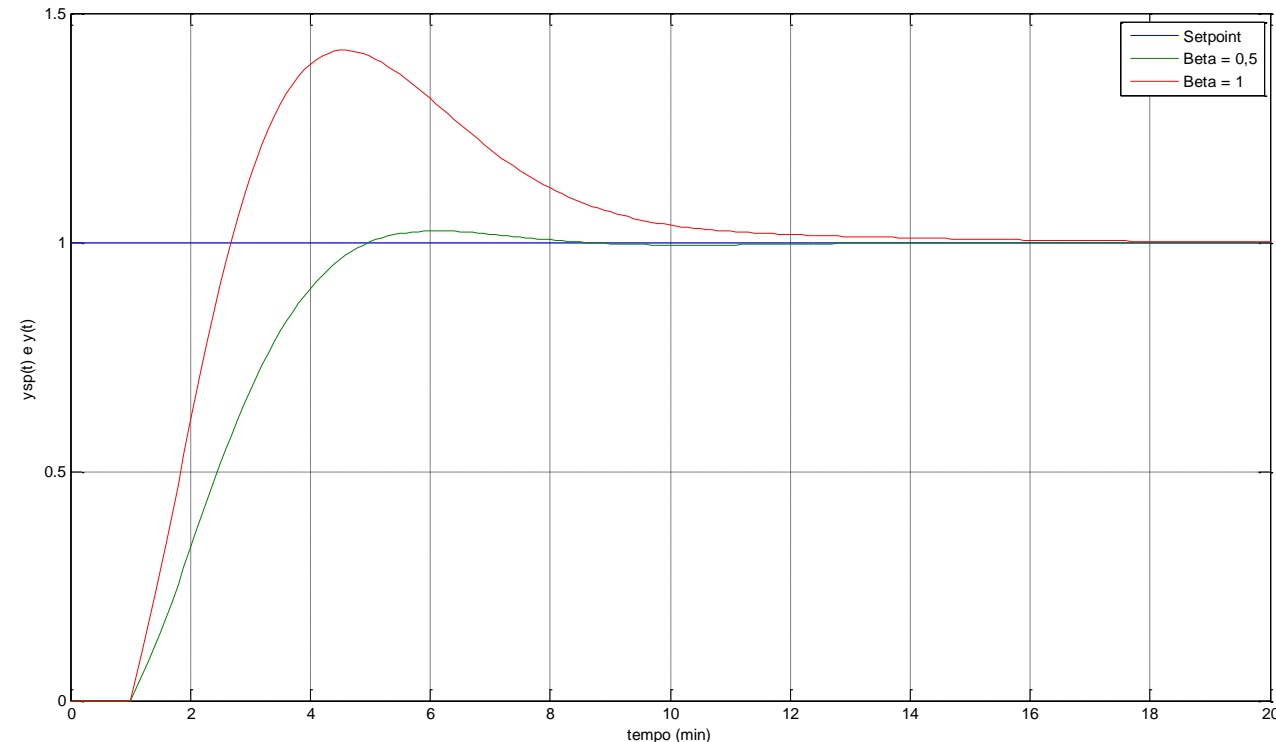
A segunda estratégia é baseada numa modificação da lei de controle básica do PID inserindo um fator de ponderação do *setpoint* ( $\beta$ ):

$$\begin{aligned}
 p(t) &= \bar{p} + K_c \left[ e(t) + \frac{1}{\tau_I} \int_0^t e(t) dt - \tau_D \frac{dy_m(t)}{dt} \right] \\
 p(t) &= \bar{p} + K_c e(t) + K_c \left[ \frac{1}{\tau_I} \int_0^t e(t) dt - \tau_D \frac{dy_m(t)}{dt} \right] \\
 p(t) &= \bar{p} + K_c [y^{sp}(t) - y_m(t)] + K_c \left[ \frac{1}{\tau_I} \int_0^t e(t) dt - \tau_D \frac{dy_m(t)}{dt} \right] \\
 p(t) &= \bar{p} + K_c [\beta y^{sp}(t) - y_m(t)] + K_c \left[ \frac{1}{\tau_I} \int_0^t e(t) dt - \tau_D \frac{dy_m(t)}{dt} \right] \tag{22}
 \end{aligned}$$

O fator de ponderação do *setpoint* ( $0 < \beta < 1$ ) serve com um conveniente parâmetro de sintonia. Em geral, quando  $\beta$  aumenta a resposta temporal do sistema torna-se mais rápida mais exibe mais *overshoot* e vice-versa. Quando  $\beta = 1$  PID modificado acima se reduz ao PID clássico.

**Exemplo 2.5:** Considere o sistema dinâmico a seguir. Um controlador PI foi projetado usando o método da SD baseado no problema regulador ao invés do problema servo ( $K_c = 0,551$  e  $\tau_I = 4,91$ ). Foi observado que o controlador rendeu boa performance no problema regulador mas com um excessivo *overshoot* no problema servo. Pode o controlador com dois graus de liberdade com  $\beta = 0,5$  reduzir o *overshoot* sem alterar significativamente o tempo de assentamento? Assuma que  $G(s) = G_d(s)$ .

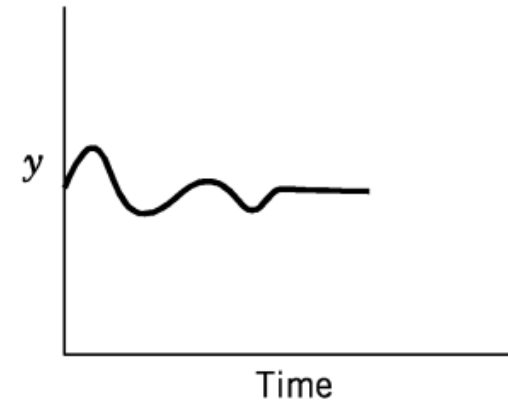
$$G(s) = \frac{100e^{-s}}{100s + 1}$$



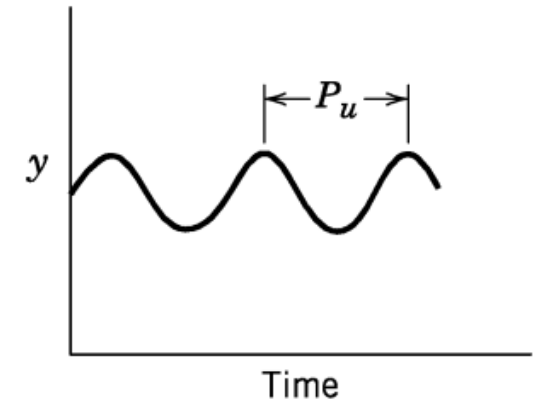
## 2.11 - O Método do ciclo Contínuo

Este método foi desenvolvido por Ziegler e Nichols (1942) e é um método que não é baseado em modelos, mas envolve testes experimentais na planta. A ideia básica é estimar o maior ganho possível do controlador no modo proporcional somente ( $K_{cu}$ ). Ele envolve os seguintes passos:

- Após o sistema atingir o EE elimine a ação integral e a ação derivativa;
- Ajuste  $K_c$  para um valor pequeno ( tipicamente  $\ll 1/K$ ) o coloque o controlador no modo automático;
- Introduza pequenas modificações no *setpoint*. Após a estabilização aumente gradualmente o valor de  $K_c$  até que o ciclo contínuo ocorra. Ciclo contínuo se refere às oscilações auto sustentadas (amplitude e frequência constantes) da variável controlada;

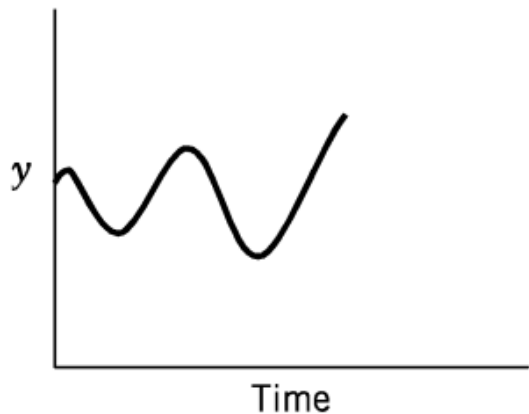


(a)  $K_c < K_{cu}$

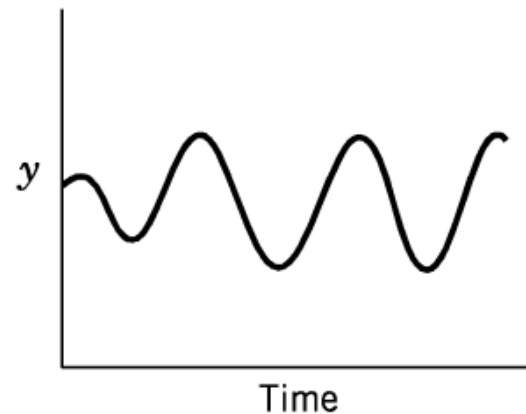


(b)  $K_c = K_{cu}$

d)- O valor numérico de  $K_c$  que produz o ciclo contínuo é chamado  $K_{cu}$  (*ultimate gain*). O período da oscilação é chamado de  $P_u$  (*ultimate period*). Tomar cuidado para não ultrapassar o valor de  $K_{cu}$ ;



(c)  $K_c > K_{cu}$  (without saturation)



(d)  $K_c > K_{cu}$  (with saturation)

Calcule os parâmetros do controlador PID usando as relações de Ziegler e Nichols ou as de Tyreus-Luyben a seguir:

## Ziegler e Nichols original

Controlador	$K_c$	$\tau_I$	$\tau_D$
P	$0,5K_{cu}$	--	--
PI	$0,45K_{cu}$	$P_u/1,2$	--
PID	$0,6K_{cu}$	$P_u/2$	$P_u/8$

## Ziegler e Nichols

PID	$K_c$	$\tau_I$	$\tau_D$
Original	$0,6K_{cu}$	$P_u/2$	$P_u/8$
Algun <i>Overshoot</i>	$0,33K_{cu}$	$P_u/2$	$P_u/3$
Sem <i>Overshoot</i>	$0,2K_{cu}$	$P_u/3$	$P_u/2$

## Tyreus-Luyben

Controlador	$K_c$	$\tau_I$	$\tau_D$
PI	$0,31K_{cu}$	$2,2P_u$	--
PID	$0,45K_{cu}$	$2,2P_u$	$P_u/6,3$

f)- Faça a sintonia fina em campo se necessário.



As relações de sintonia de Ziegler e Nichols foram determinadas experimentalmente para produzir um razão de decaimento de  $\frac{1}{4}$ . Contudo, este método apresenta várias desvantagens:

- 1) A determinação de  $K_{cu}$  geralmente consome muito tempo de testes na planta;
- 2) Em muitos processos a determinação de  $K_{cu}$  é questionável porque ele leva o sistema ao seu limite de estabilidade;
- 3) Este método não pode ser usado para processos integrantes e processos instáveis em malha aberta porque esses processos são instáveis para pequenos e altos valores de  $K_c$  e estáveis para valores intermediários;
- 4) Para sistema de primeira e segunda ordem sem tempo morto  $K_{cu}$  não existe porque o sistema é estável para qualquer valor de  $K_c$ .

**Exemplo 2.6:** Para o sistema dinâmico a seguir compare a performance de controladores PID sintonizados pelos os três métodos solicitados, para uma mudança degrau unitário no *setpoint* em  $t = 0$  e uma mudança degrau unitário na carga em  $t = 70$  minutos. Assuma que  $G(s) = G_d(s)$ .

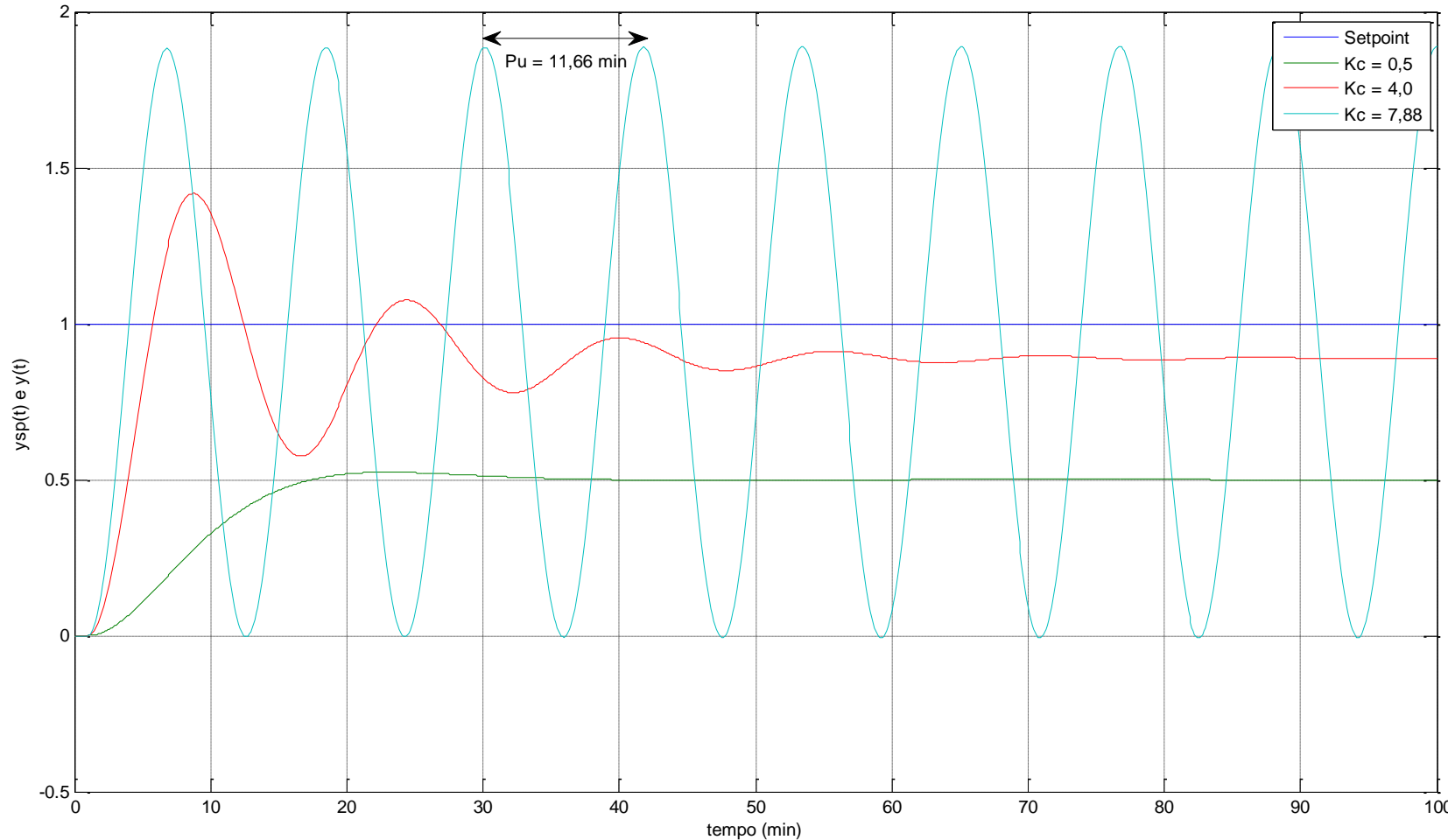
a)- Ziegler e Nichols original;

b)- Tyreus-Luyben;

c)- Método da SD com  $\tau_c = 3$  minutos.

$$G(s) = \frac{2e^{-s}}{(10s + 1)(5s + 1)}$$

## Solução: Determinação de $K_{cu}$



a)- Ziegler-Nichols

$$K_c = 0,6K_{cu} = 4,73$$

$$\tau_I = P_u/2 = 5,83 \text{ min}$$

$$\tau_D = P_u/8 = 1,46 \text{ min}$$

b)- Tyreus-Luyben

$$K_c = 0,45K_{cu} = 3,55$$

$$\tau_I = 2,2P_u = 25,65 \text{ min}$$

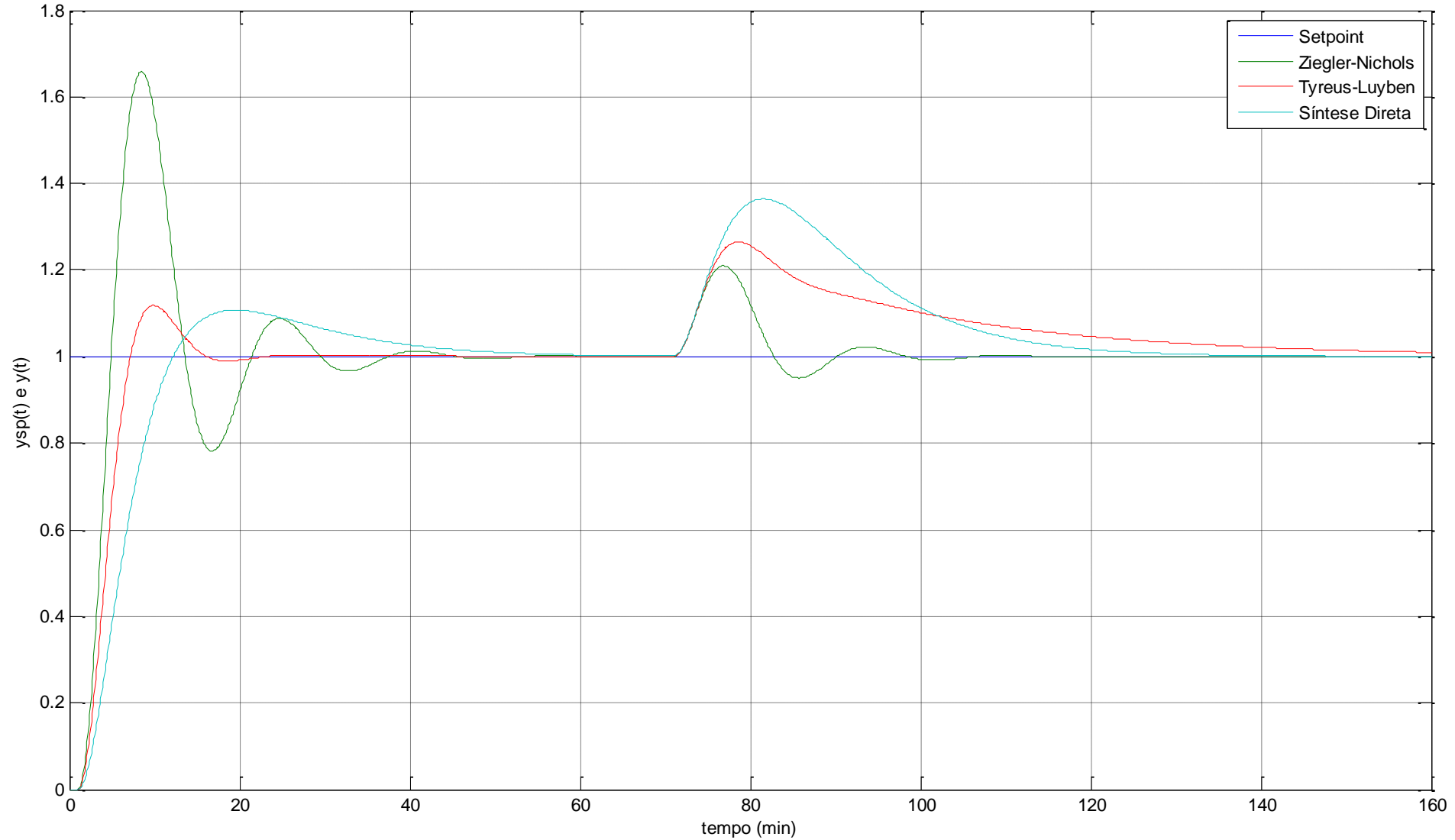
$$\tau_D = P_u/6.3 = 1,85 \text{ min}$$

c)- Síntese Direta com  $\tau_c = 3$  min

$$K_c = \frac{\tau_1 + \tau_2}{K(\tau_c + \theta)} = 1,88$$

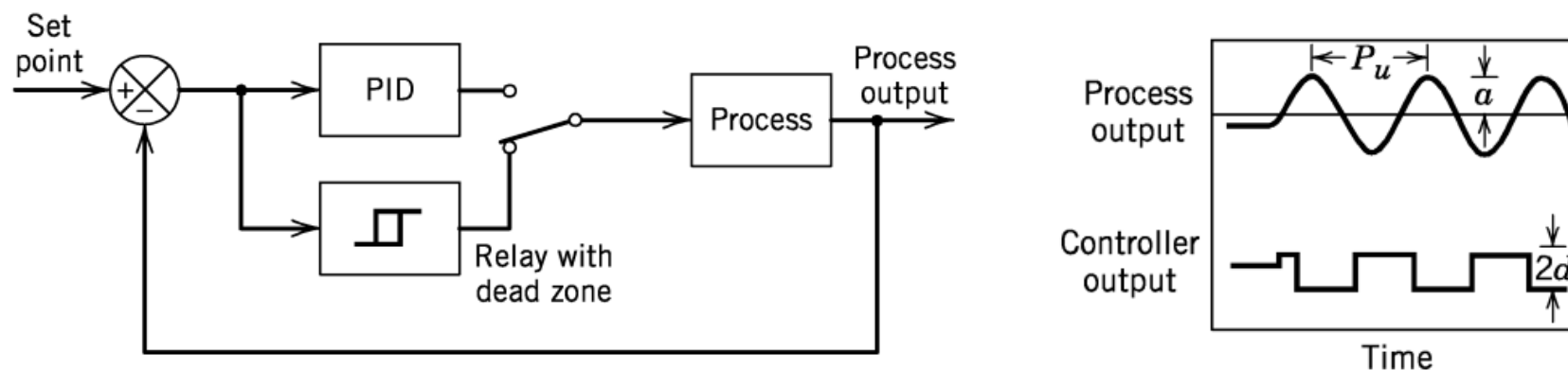
$$\tau_I = (\tau_1 + \tau_2) = 15 \text{ min}$$

$$\tau_D = \frac{\tau_1 \tau_2}{(\tau_1 + \tau_2)} = 3,33 \text{ min}$$



## 2.12 - O Método da Auto-sintonia (*Auto-Tuning*)

Este método é uma alternativa ao método do ciclo contínuo e envolve apenas um teste experimental na planta. Pela simplicidade é um muito popular na indústria. A ideia básica é trocar temporariamente o controlador *feedback* por um controlador *on-off*.



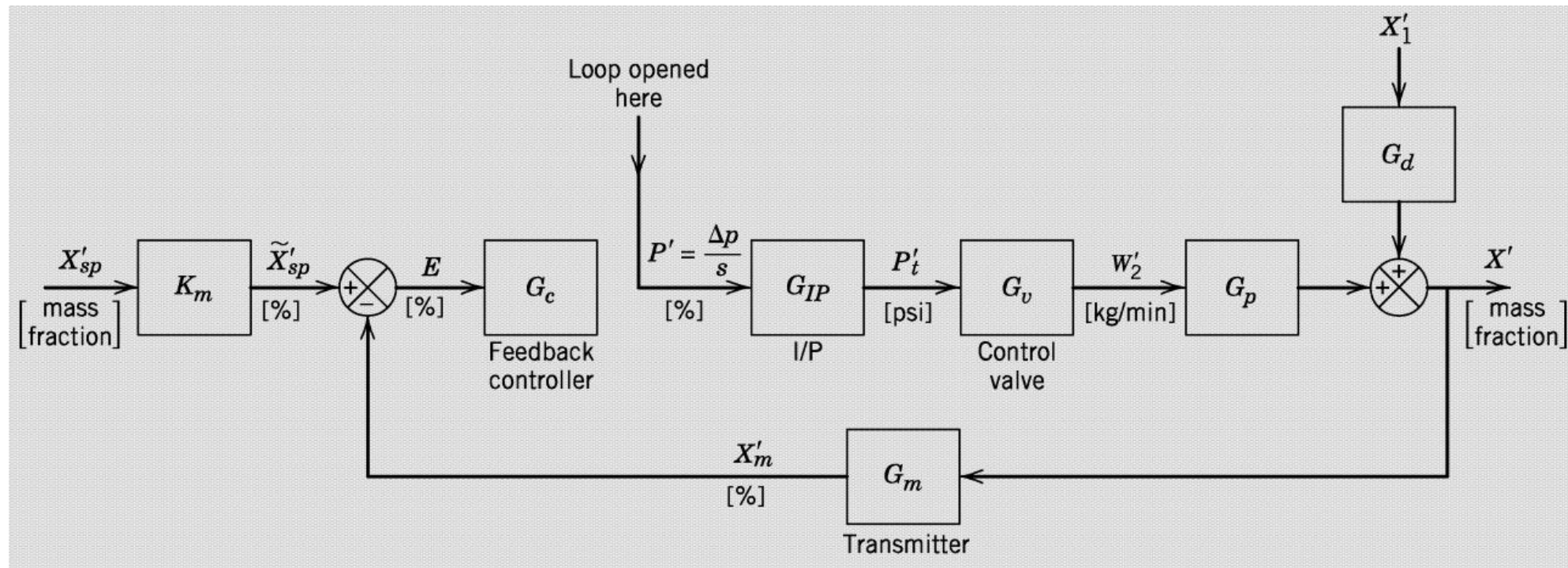
Então, após fechar a malha de controle uma oscilação auto sustentada irá aparecer. Desta forma pode-se obter o  $P_u$  sem obstáculo excitar o sistema até o limite de sua estabilidade.

O  $K_{cu}$  é então calculado usando a expressão:

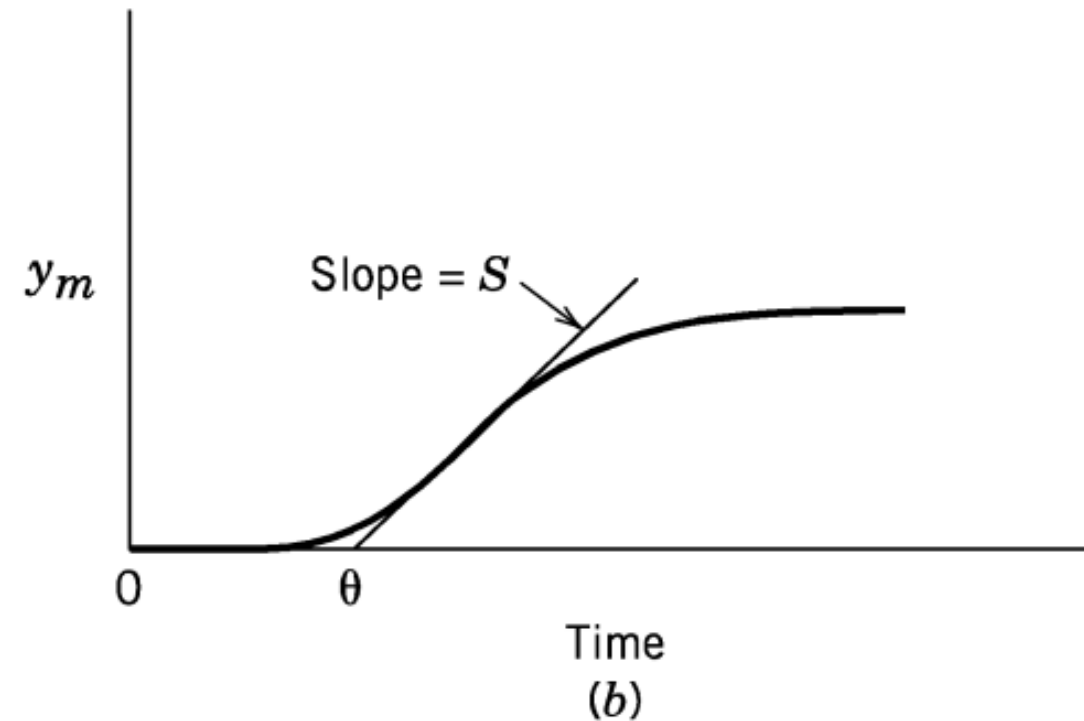
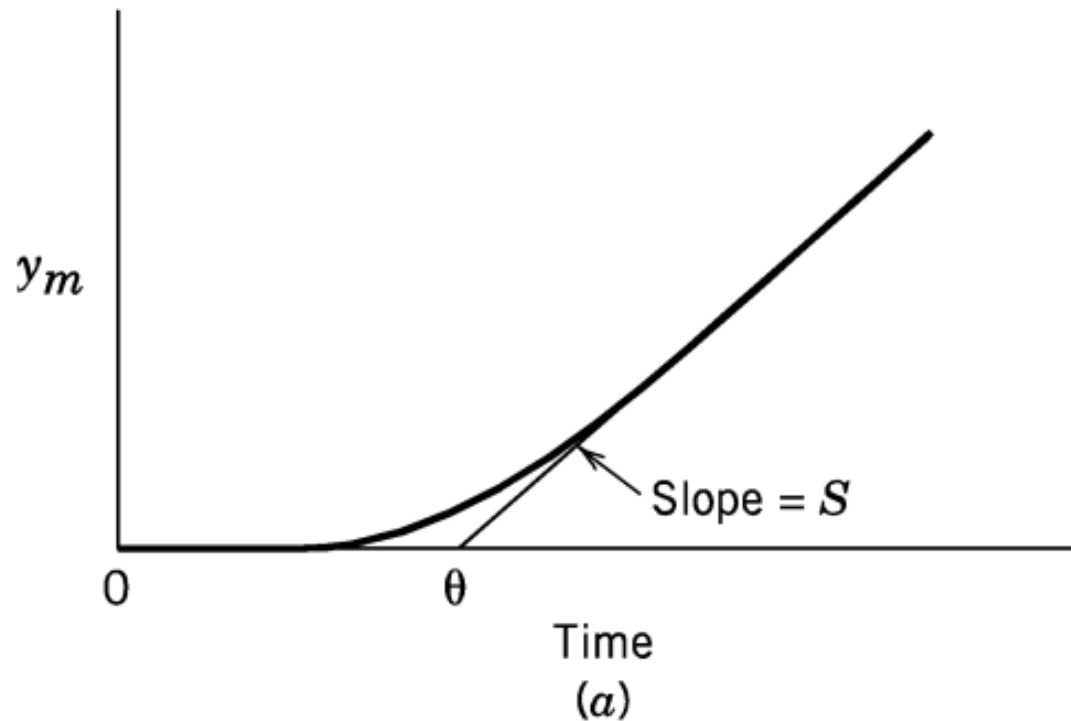
$$K_{cu} = \frac{4d}{\pi a} \quad (23)$$

## 2.13 - O Método da Curva de Reação

Este método também foi proposto por Ziegler e Nichols (1942) e se baseia na introdução de pequena mudança na saída do controlador (de 3 a 5%).



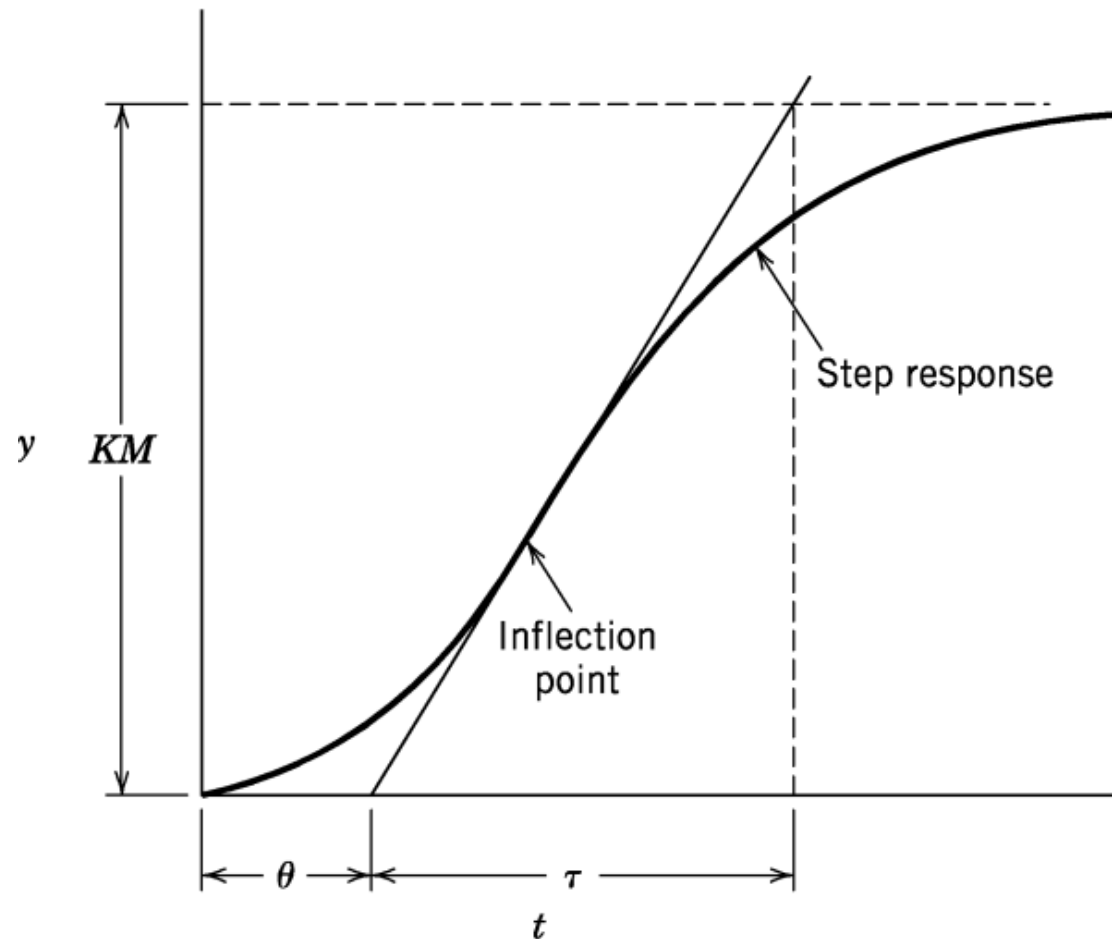
Dois tipos de resposta do sistema (curva de reação do processo) são esperadas:



(a)- Processo integrante

(b)- Processo auto regulante

Ambas as respostas são caracterizadas pela inclinação da reta tangente à curva na origem (S) e pelo tempo morto aparente ( $\theta$ ). A determinação gráfica dos parâmetros é dada a seguir:



De posse desses parâmetros modelos como os a seguir podem ser ajustados:

Modelo 1 Sistema integrante c/ tempo morto	Modelo 2 Sistema de 1ª Ordem c/ tempo morto
$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{s}$	$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1}$



Uma vez que se tem determinado graficamente ou ajustado os parâmetros dos modelos ( $K$ ,  $\theta$  e  $\tau$ ), qualquer técnica baseada em modelo já estudada anteriormente pode ser usada. A principal vantagem deste método é que somente um simples teste experimental é necessário. Contudo, o método apresenta como desvantagens:

1. O teste é executado em malha aberta, logo se uma perturbação adentrar ao sistema o teste deve ser refeito;
2. Para processos não lineares a magnitude do degrau pode influenciar na qualidade do modelo ajustado.

### **PROPOSTA DE EXERCÍCIOS (Entrega não necessária!):**

- 1)- Refazer os exercícios resolvidos do Capítulo 12 do Livro Texto (SEBORG D. E. *et al* - 2ª Edição);
- 2)- Exercícios 12.1 ao 12.16 do Capítulo 12 do Livro Texto (SEBORG D. E. *et al* - 2ª Edição);
- 3)- Demais exercícios de outras bibliografias referente ao assunto do capítulo.

**Fique a vontade para praticar!**

## Bibliografia

- 1)- SEBORG, D. E., EDGAR, T. F., MELLCHAMP, D. A. – Process Dynamics and Control, Wiley, 2011.
- 2)- SMITH, C. A., CORRIPIO, A. B. – Princípios e Práticas do Controle Automático de Processos, LTC, 3ª edição, 2008.
- 3)- OGATA, K – Engenharia de Controle Moderno, Pearson, 5ª edição, 2011.
- 4)- HENRIQUE, H. M. – Notas de aula. Universidade Federal de Uberlândia, 2009.
- 5)- LUYBEN, W. L. – Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers, 2a. Edição, McGraw Hill, 1990.
- 6)- BEQUETTE, B. W. – Process Control. Modeling, Design, and Simulation. Prentice Hall, 2003.
- 7)- SIGHIERI, L., NISHINARI, A. Controle Automático de Processos Industriais – Instrumentação, 2ª Ed, Edgard Blucher, 1997.
- 8)- COUGHANOWR, D.; LEBLANC, S. Process Systems Analysis and Control, McGraw Hill, ed 3, 2008.
- 9)- STEPHANOPOULOS, G. – Chemical Process Control. An Introduction to Theory and Practice, Prentice Hall, 1984.



**Obrigado!**  
**Bom estudo!**

**Prof. Davi Leonardo de Souza**  
**davi.souza@uftm.edu.com**