Universidade Federal do Triângulo Mineiro

# Cálculo Numérico Computacional

## Aula 6 - Zero de Função: Isolamento de Raízes

Professor Paulo Flabes

# Sumário:

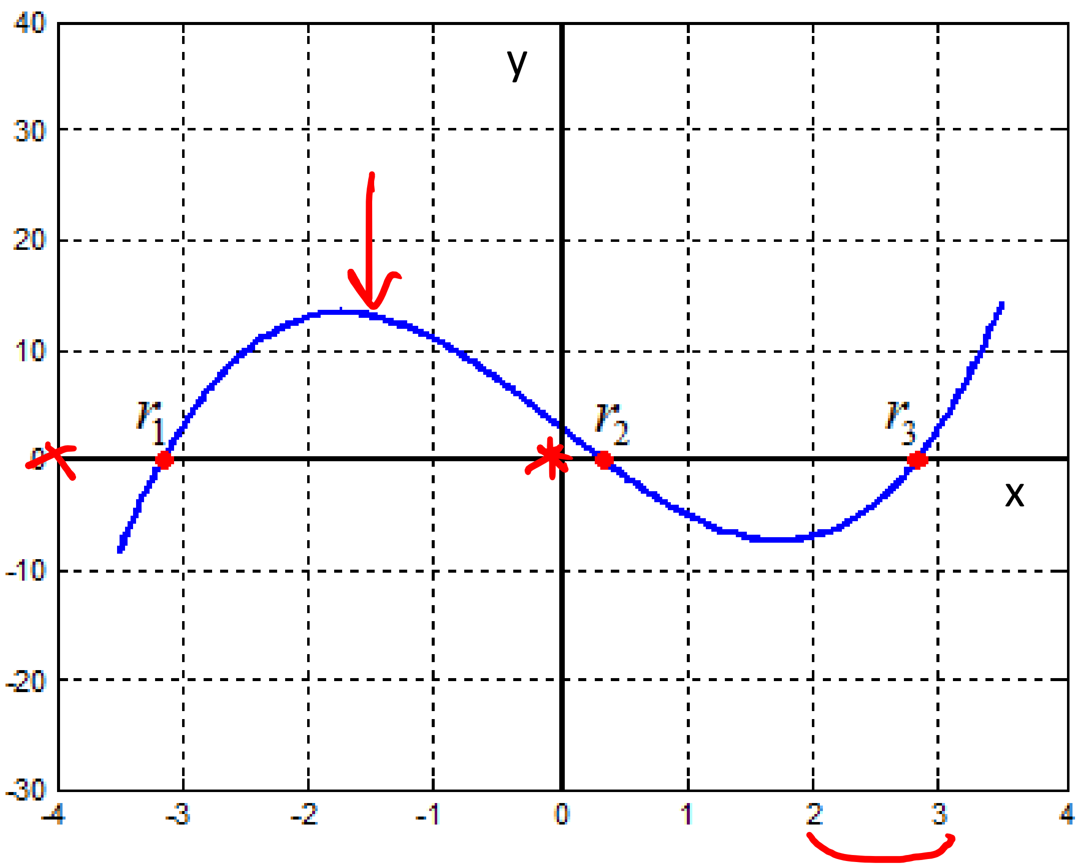
# 1.1 – Fase I: Isolamento da raiz

Nesta fase é realizada uma **análise gráfica**, **teórica ou física** da função com o objetivo de determinar o intervalo [a b] ou o ponto inicial $x_o$

[a b]

# Análise Gráfica

Consiste em esboçar o gráfico da função e, **visualmente**, determinar o intervalo em que a curva cruza o eixo *x* :




**Exemplo:** $f(x) = x^3 - 9x + 3$

$r_1 \in [-4 \ \ -3]$ $r_2 \in [0 \ \ 1]$

$$f(x) = \underbrace{e^{x} - sen(x)}_{} = 0$$

$$r_1 \in [-5 \;\; 0]$$

# Análise Teórica

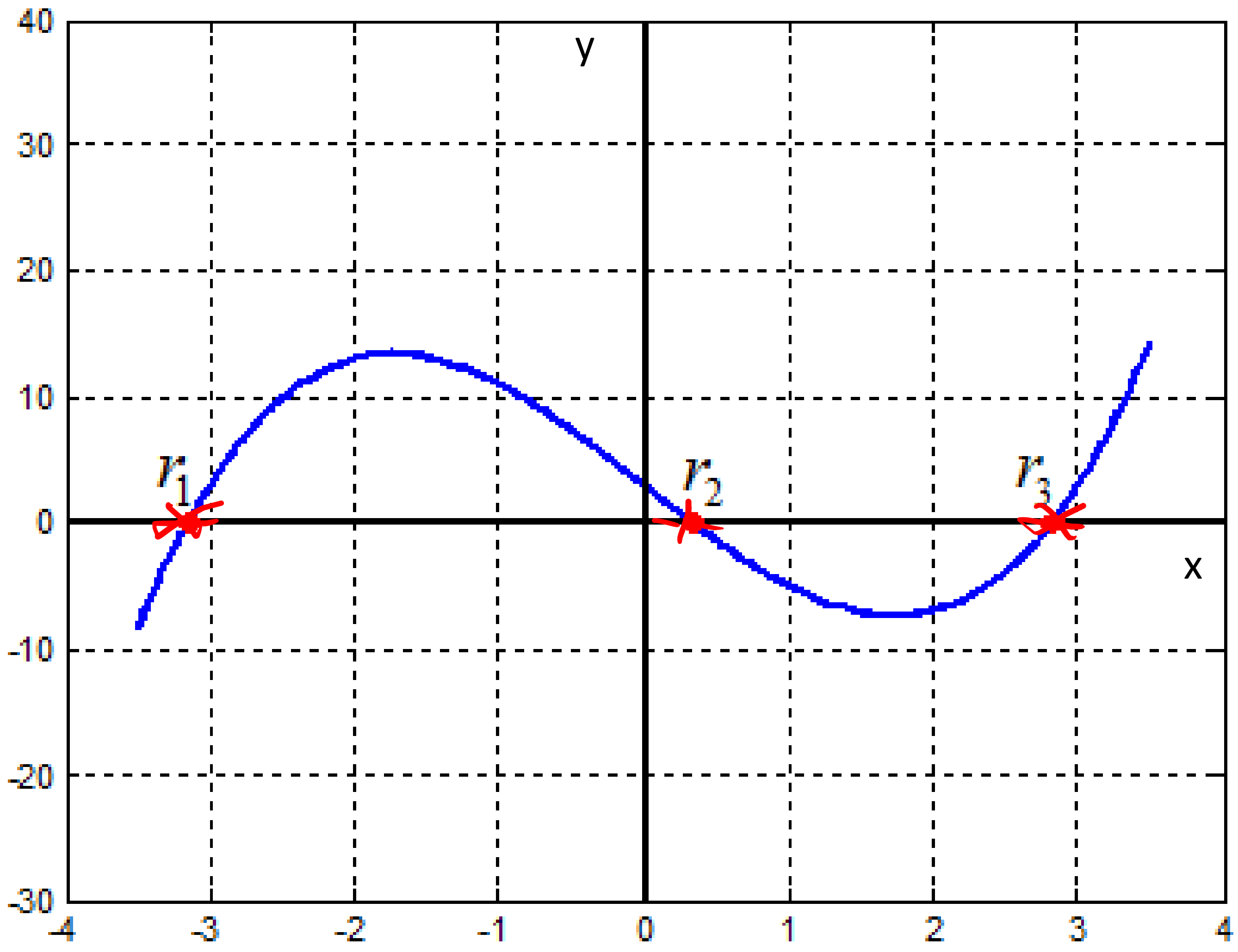
$y_1 * y_2 < 0$

Consiste em usar o **Teorema de Bolzano** para determinar o intervalo [a b].

$x_0$

$f(x)$


"*Seja uma função contínua no intervalo [a b]. Se* ***f(a)*f(b)<0****, então existe* ***pelo menos uma raiz*** *no intervalo [a b].*"

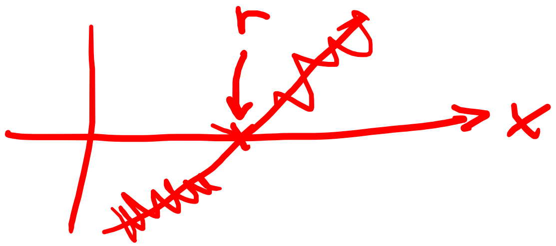


40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
y
x
$r_1$
$r_2$
$r_3$

**Exemplo:** $f(x) = x^3 - 9x + 3$

| $x$ | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | | | | |

**Exemplo:** $f(x) = x^3 - 9x + 3$




[-4 -3]

| $x$ | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | -77 | -25 | 3 | 13 | 11 | 3 | -5 | -7 | 3 |

$$r_1 \in [-4, -3]$$

$$r_2 \in [0, 1]$$

$$r_3 \in [2, 3]$$

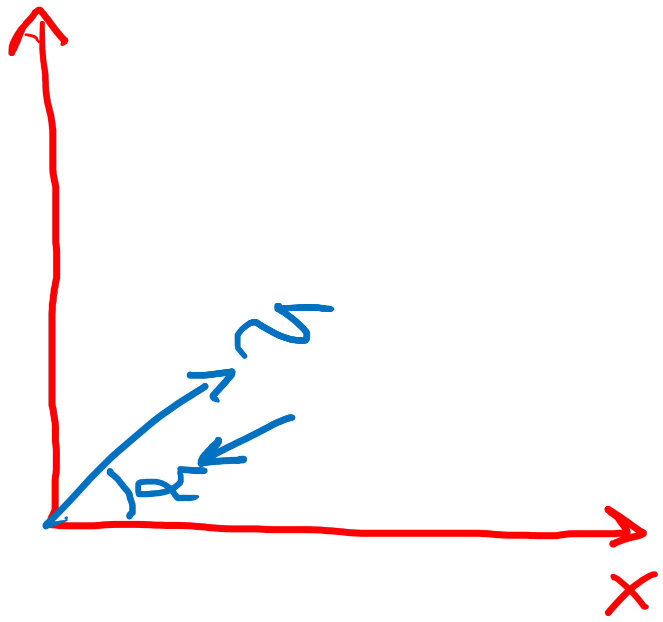
# Análise Física

Consiste analisar a física o problema e determinar o intervalo [a b] que fisicamente é possível.

**Exemplo:** A equação

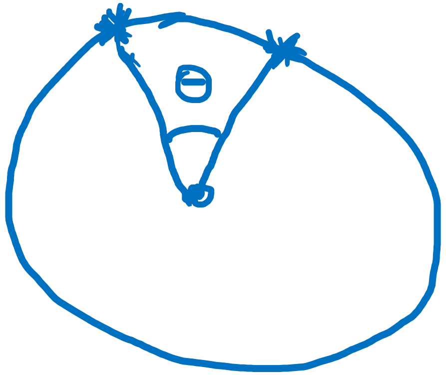
$$\boxed{tg\left(\frac{\cancel{\theta}}{2}\right)=\frac{sen(\alpha)\cos(\alpha)}{\frac{g\cancel{R}}{\cancel{v}^2}-\cos^2(\alpha)}}$$

Permite calcular o ângulo de inclinação, α, em que o lançamento do míssil deve ser feito para atingir um determinado alvo.




Na equação acima,

- $\alpha$: ângulo de inclinação com a superfície da terra com a qual é feita o lançamento do míssil
- $g$: aceleração da gravidade ≈ 9.81 m/s²
- R: raio da terra ≈ 6371000 m
- $v$: velocidade de lançamento do míssil (m/s)
- θ: ângulo (medido do centro da Terra) entre o ponto de lançamento e o ponto de impacto desejado




Resolva o problema considerando: θ=80° e $v$ 8840 m/s.

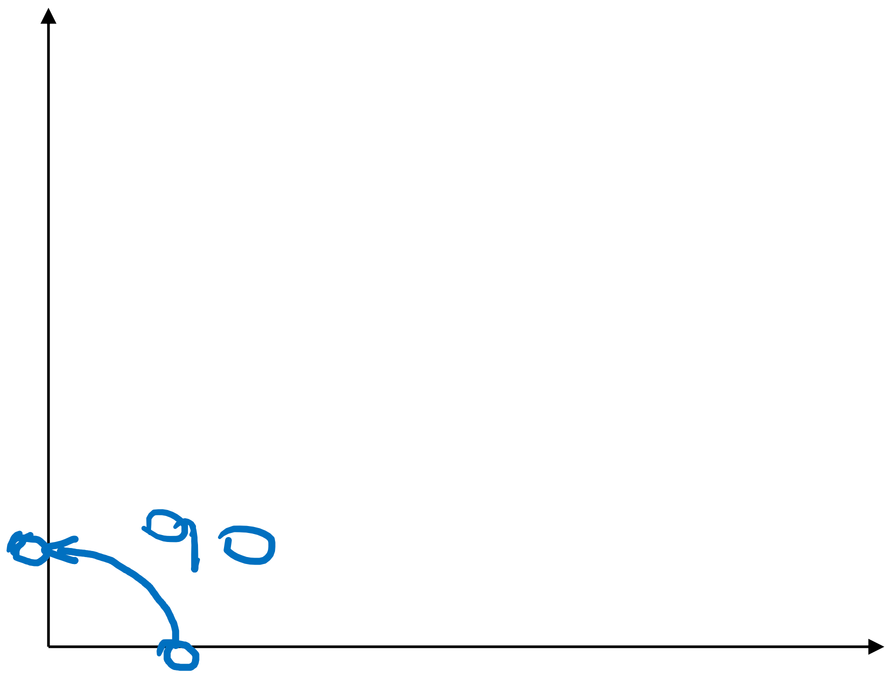
## Substituindo as constantes...

$$tg\left(\frac{80}{2}\right) = \frac{sen(\alpha)\cos(\alpha)}{\frac{9,81 \times 6371000}{8840^2} - \cos^2(\alpha)}$$

## Encontrando o zero de função...

$$\frac{sen(\alpha)\cos(\alpha)}{\frac{9,81 \times 6371000}{8840^2} - \cos^2(\alpha)} - tg\left(\frac{80}{2}\right) = 0$$

$\alpha \in \left]0 \; 90\right[$



$[a \ b]$

$x_0$

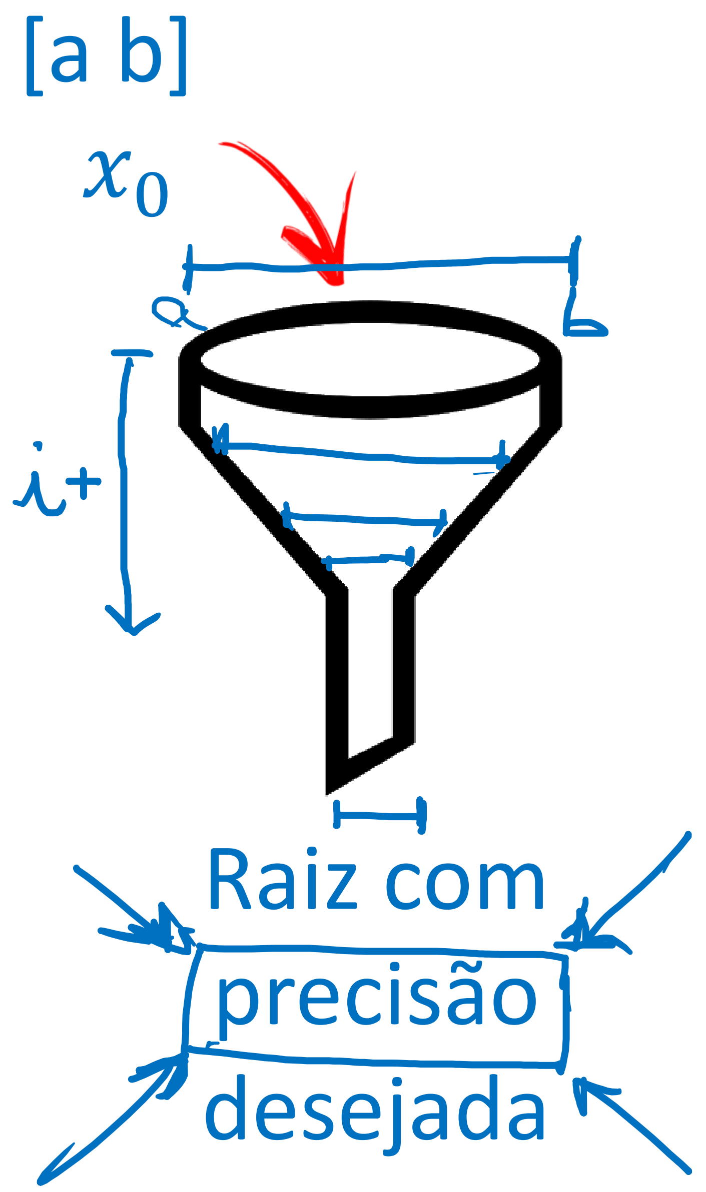
# 1.2 – Fase II: Refinamento da raiz

Consiste em reduzir o intervalo

[a b] até que seja

suficientemente pequeno

(o quanto desejado)



Para realizar o refinamento estudaremos 3 métodos:

[a b]

$x_0$

- Método da Bisseção
- Método de Newton-Raphson
- Método da Secante


COMING SOON