

# Tópicos em equilíbrios de Fases.

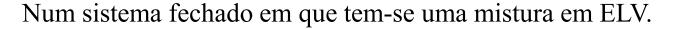
Professor: Ricardo Pires

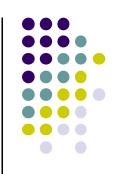
# **OBJETIVOS**

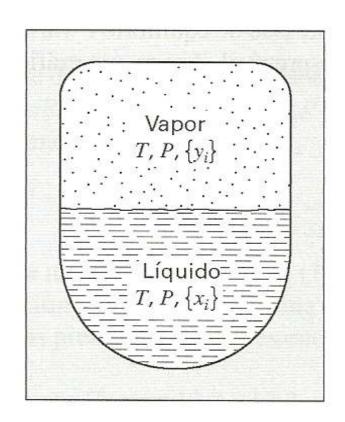


- Entender/articular procedimentos gerais para cálculos do ELV PARA SISTEMAS EM QUE NÃO PODE-SE EMPREGAR A LEI DE RAOULT.
- Estabelecer as bases para os demais equilibrios, principalmente o ELL.

# A formulação gamma/phi do ELV







Para a espécie *i* na mistura vapor:  $\hat{f}_i^v = y_i \hat{\phi}_i^v P$ 

Para a espécie *i* na mistura liquida. Da definição do coeficiente de atividade:

$$\gamma_i \equiv \frac{\hat{f_i}}{x_i f_i}$$

Fugacidade do Liquido i Puro.

$$\hat{f}_i^l = x_i \gamma_i f_i$$

Sabemos que: 
$$f_i = \phi_i^{\text{ sat}} P_i^{\text{ sat}} \exp \frac{V_i^l (P - P_i^{\text{ sat}})}{RT}$$

Do critério de ELV: 
$$\hat{f}_i^v = \hat{f}_i^l$$
  $(i = 1, 2, ..., N)$ 

$$y_i \Phi_i P = x_i \gamma_i P_i^{\text{sat}}$$
 (1)  $(i = 1, 2, ..., N)$ 

$$(i=1,2,\ldots,N)$$

Formulação gamma/phi ou assimétrica do ELV.

Sendo:

$$\Phi_i \equiv \frac{\hat{\phi}_i}{\phi_i^{\text{sat}}} \exp \left[ -\frac{V_i^l (P - P_i^{\text{sat}})}{RT} \right]$$

$$\exp\left[-\frac{V_i^I(P-P_i^{\text{sat}})}{RT}\right]$$
Correção de Poynting (CP)

Frequentemente as medidas de ELV são realizadas em pressões baixas. Nestas, pode-se considerar a CP igual a 1.

$$\Phi_i \equiv \frac{\hat{\phi}_i}{\phi_i^{\text{sat}}} (2)$$

Para usar as Eqs 1 e 2 precisamos dos dados:  $P_i^{Sat}$ ,  $\Phi_i$  e  $\gamma_i$ .

Para calcular a 
$$P_i^{\text{Sat}}$$
:  $\ln P_i^{\text{Sat}} = A_i - \frac{B_i}{T + C_i}$  (3)

### Para calcular $\Phi_i$

 $\hat{\phi}_i$  é dado pela expansão do virial em P com 2 termos até pressões moderadas: (Coeficiente de fugacidade de i na mistura gasosa)

$$\hat{\phi}_i = \exp \frac{P}{RT} \left[ B_{ii} + \frac{1}{2} \sum_j \sum_k y_j y_k (2\delta_{ji} - \delta_{jk}) \right]$$
(4)

$$\delta_{ji} \equiv 2B_{ji} - B_{jj} - B_{ii}$$
  
$$\delta_{jk} \equiv 2B_{jk} - B_{jj} - B_{kk}$$

$$\delta_{ii} = 0, \, \delta_{jj} = 0 \qquad \delta_{ij} = \delta_{ji}$$

Coeficiente de fugacidade de i como vapor saturado:  $\phi_i^{\text{sat}} = \exp \frac{B_{ii} P_i^{\text{sat}}}{RT}$  (5)

Assim: 
$$\Phi_i = \exp \frac{B_{ii}(P - P_i^{\text{sat}}) + \frac{1}{2}P\sum_j \sum_k y_j y_k (2\delta_{ji} - \delta_{jk})}{RT}$$
 (6)

$$\Phi_1 = \exp \frac{B_{11}(P - P_1^{\text{sat}}) + Py_2^2 \delta_{12}}{RT}$$

Num binário:

$$\Phi_2 = \exp \frac{B_{22}(P - P_2^{\text{sat}}) + Py_1^2 \delta_{12}}{RT}$$

Para calcular os coeficientes de fugacidade ( $\gamma_i$ ) usam-se os modelos de GE já estudados no capitulo 12.

## Cálculos dos pontos de bolha e de orvalho

Os objetivos e natureza dos cálculos de pontos de bolha e orvalho do ELV foram evidenciados no capitulo anterior.



$$\Phi_{i} = \Phi(T, P, y_{1}, y_{2}, \dots, y_{N-1})$$

$$\gamma_{i} = \gamma(T, x_{1}, x_{2}, \dots, x_{N-1})$$

$$P_{i}^{\text{sat}} = f(T)$$

Por hora, trataremos dos casos de pressões moderadas. <u>Nestes casos a abordagem gamma/phi (ou assimétrica) é apropriada</u>.

### Explicitando $y_i$ ou $x_i$ na Eq (1):

$$y_{i} = \frac{x_{i} \gamma_{i} P_{i}^{sat}}{\Phi_{i} P}$$
(7) 
$$x_{i} = \frac{y_{i} \Phi_{i} P}{\gamma_{i} P_{i}^{sat}}$$
(8) 
$$\sum_{i} y_{i} = 1$$
$$\sum_{i} x_{i} = 1$$
$$\downarrow$$
$$1 = \sum_{i} \frac{x_{i} \gamma_{i} P_{i}^{sat}}{\Phi_{i} P}$$
$$1 = \sum_{i} \frac{y_{i} \Phi_{i} P}{\gamma_{i} P_{i}^{sat}}$$

### Explicitando P:

$$P = \sum_{i} \frac{x_i \gamma_i P_i^{\text{sat}}}{\Phi_i} (9) \qquad P = \frac{1}{\sum_{i} y_i \Phi_i / \gamma_i P_i^{\text{sat}}} (10)$$



# Algoritmo BOLHA P (BOL P)



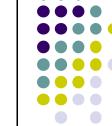
- 1) Ler  $x_i$ , T e as constantes.
- 2) Especificar todos os  $\Phi_i = 1$ .
- 3) Com a T, calcular as pressões de saturação dos compostos puros  $(P_i^{Sat})$  usando Antoine e os coeficientes de atividade  $(\gamma_i)$ , usando  $x_i$ .

4) Calcular 
$$P$$
 através da Equação:  $P = \sum_{i} \frac{x_i \gamma_i P_i^{\text{sat}}}{\Phi_i}$ 

5) Calcular 
$$y_i$$
 por meio da equação:  $y_i = \frac{x_i \gamma_i P_i^{\text{sat}}}{\Phi_i P}$ 

- 6) Calcular novo  $\Phi_i$ .
- 7) Recalcular P através da Equação:  $P = \sum_{i} \frac{x_i \gamma_i P_i}{\Phi_i}$

8) Verificar a tolerância ( $\epsilon$ ) estabelecida:  $\delta P < \epsilon$ ?

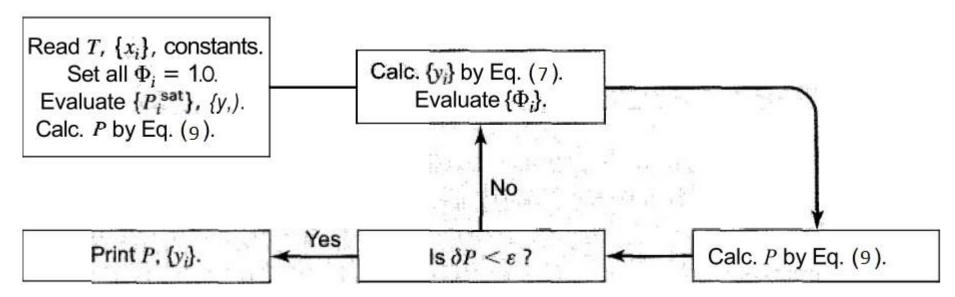


Se  $\delta P < \epsilon$  passar para o passo 9.

Se  $\delta P > \epsilon$  voltar ao passo 5 usando o valor de  $y_i$  atualizado.

9) Imprimir P e  $y_i$  atuais.

# Diagrama de blocos do algoritmo BOLHA P



# Algoritmo ORVALHO P (ORV P)

1) Ler  $y_i$ , T e as constantes.



- 2) Especificar todos os  $\Phi_i = 1$  e todos  $\gamma_i = 1$ .
- 3) Com a T, calcular as pressões de saturação dos compostos puros  $(P_i^{Sat})$  usando Antoine.

4) Calcular 
$$P$$
 através da Equação: 
$$P = \frac{1}{\sum_{i} y_{i} \Phi_{i} / \gamma_{i} P_{i}^{\text{sat}}}$$

5) Calcular 
$$x_i$$
 por meio da equação:  $x_i = \frac{y_i \Phi_i P}{\gamma_i P_i^{\text{sat}}}$ 

6) Determinar  $\gamma_i$ .

7) Recalcular 
$$P$$
 através da Equação:  $P = \frac{1}{\sum_{i} y_{i} \Phi_{i} / \gamma_{i} P_{i}^{\text{sat}}}$ 
8) Determinar  $\Phi_{i}$ .



8) Determinar  $\Phi_i$ .

9) Calcular 
$$x_i$$
 com a equação:  $x_i = \frac{y_i \Phi_i P}{\gamma_i P_i^{\text{sat}}}$ 

- 10) Normalizar os valores de  $x_i$ .
- 11) Recalcular  $\gamma_i$  com os valores de  $x_i$  atuais.
- 12) Verificar tolerância( $\varepsilon$ ) em cada  $\gamma_i$ . Se  $\delta \gamma_i < \epsilon$  passar para o passo 13. Se  $\delta \gamma_i > \epsilon$  voltar ao passo 9 usando o valor de  $\gamma_i$  atualizado.

13) Recalcular 
$$P$$
 através da Equação:  $P = \frac{1}{\sum_{i} y_{i} \Phi_{i} / \gamma_{i} P_{i}^{\text{sat}}}$ 

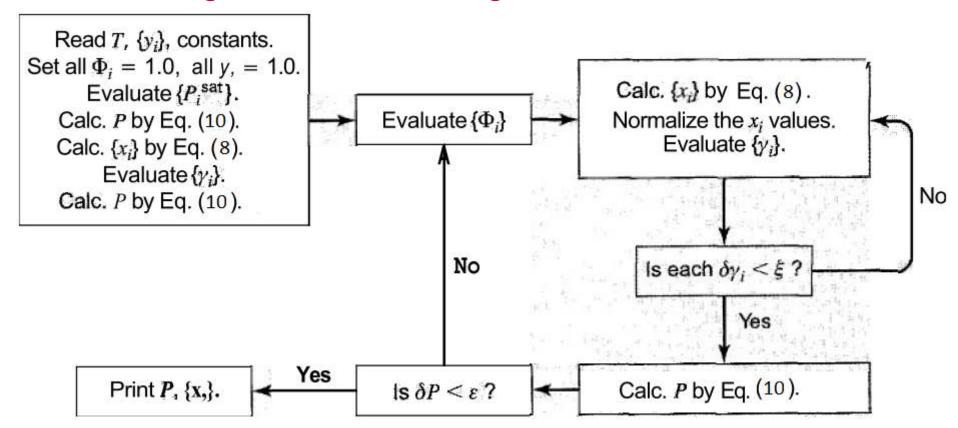
14) Verificar a tolerância ( $\epsilon$ ) estabelecida:  $\delta P < \epsilon$ ?

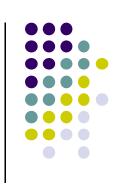
Se  $\delta P < \epsilon$  passar para o passo 15.

Se  $\delta P > \epsilon$  voltar ao passo 8.



# Diagrama de blocos do algoritmo ORVALHO P





Para os cálculos do tipo BOL T e ORV T em que T é desconhecida, precisa-se de uma estimativa inicial para esta. Assim, dependendo do conjunto de dados que conhecemos temos as seguintes estimativas iniciais para T:



$$T = \sum x_i T_i^{\text{sat}} \qquad \qquad T = \sum y_i T_i^{\text{sat}}$$

Em que: 
$$T_i^{\text{sat}} = \frac{B_i}{A_i - \ln P} - C_i$$
 (11)

Tem-se também para  $P_j^{Sat}$ :

$$P_j^{\text{sat}} = \frac{P}{\sum_i (x_i \gamma_i / \Phi_i) (P_i^{\text{sat}} / P_j^{\text{sat}})} (12) \qquad P_j^{\text{sat}} = P \sum_i \frac{y_i \Phi_i}{\gamma_i} \left(\frac{P_j^{\text{sat}}}{P_i^{\text{sat}}}\right) (13)$$

Encontrada 
$$P_j^{Sat}$$
 pode-se encontrar a T real por meio da formula: 
$$T = \frac{B_j}{A_j - \ln P_j^{sat}} - C_j \quad (14)$$



# Algoritmo BOLHA T (BOL T)

- 1) Ler  $x_i$ , P e as constantes.
- 2) Especificar todos os  $\Phi_i = 1$ .

3) Calcular as 
$$T_i^{Sat}$$
 com a formula  $T_i^{Sat} = \frac{B_i}{A_i - \ln P} - C_i$  (15)

Estimar T com a formula 
$$T = \sum x_i T_i^{\text{sat}}$$

4) Calcular as  $P_i^{Sat}$  dos compostos através da Equação:

$$T_i^{\text{sat}} = \frac{B_i}{A_i - \ln P} - C_i$$



5) Calcular  $\gamma_i$  com os valores de  $x_i$ . Identificar a espécie j.

6) Calcular 
$$P_j^{Sat}$$
 por meio da equação:  $P_j^{sat} = \frac{P}{\sum_i (x_i \gamma_i / \Phi_i) (P_i^{sat} / P_j^{sat})}$ 

7) Recalcular 
$$T$$
 através da Equação:  $T = \frac{B_j}{A_j - \ln P_j^{\text{sat}}} - C_j$ 

8) Com a T do passo 7 recalcular as  $P_i^{Sat}$ .

9) Calcular 
$$y_i$$
 com a equação:  $y_i = \frac{x_i \gamma_i P_i^{\text{sat}}}{\Phi_i P}$ 



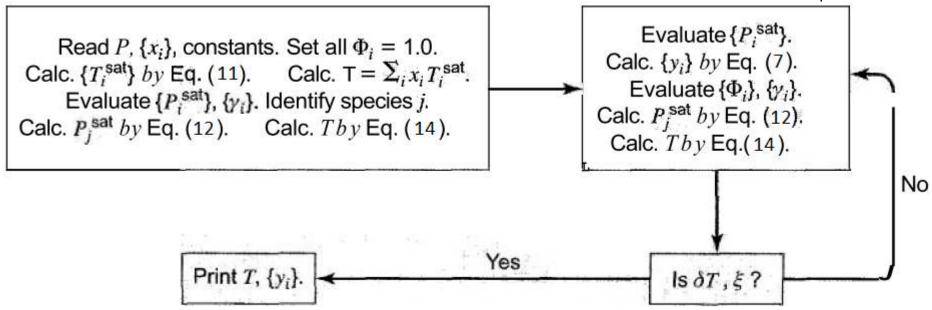
- 10) Recalcular  $\Phi_i$  com os valores atuais de  $y_i$  e calcular  $\gamma_i$  com  $x_i$ .
- 11) Recalcular  $P_j$  Sat com os valores atuais de  $y_i$ ,  $\Phi_i$ ,  $P_i$  Sat.

12) Recalcular T por meio da equação: 
$$T = \frac{B_j}{A_j - \ln P_j^{\text{sat}}} - C_j$$

- 13) Verificar tolerância(ε) para T.
   Se δT < ε passar para o passo 14.</li>
   Se δT > ε voltar ao passo 8 usando os valores atualizados.
- 14) Imprimir T e  $y_i$

# Diagrama de blocos do algoritmo BOLHA T (BOL T)





# Algoritmo ORVALHO T (ORV T)



- 1) Ler  $y_i$ , P e as constantes.
- 2) Especificar todos os  $\Phi_i = 1$  e todos  $\gamma_i = 1$ .
- 3) Com a P, calcular as temperaturas de saturação dos compostos puros  $(T_i^{Sat})$ .

$$T_i^{\text{ sat}} = \frac{B_i}{A_i - \ln P} - C_i$$

4) Estimar T com a formula:  $T = \sum y_i T_i^{\text{sat}}$ 

- 5) Com T, calcular as  $P_i^{Sat}$  dos compostos através de Antoine. Identificar a espécie j.
- 6) Calcular  $P_j^{Sat}$  por meio da equação:  $P_j^{sat} = P \sum_i \frac{y_i \Phi_i}{\gamma_i} \left( \frac{P_j^{sat}}{P_i^{sat}} \right)$

7) Calcular 
$$T$$
 através da Equação: 
$$T = \frac{B_j}{A_j - \ln P_j^{\text{sat}}} - C_j$$



8) Com a T do passo 7 recalcular as  $P_i^{Sat}$  e  $\Phi i$ .

9) Calcular 
$$x_i$$
 com a equação:  $x_i = \frac{y_i \Phi_i P}{\gamma_i P_i^{\text{sat}}}$ 

10) Determinar 
$$\gamma_i$$
. Recalcular  $P_j^{Sat}$ :  $P_j^{sat} = P \sum_i \frac{y_i \Phi_i}{\gamma_i} \left( \frac{P_j^{sat}}{P_i^{sat}} \right)$ 

11) Recalcular T: 
$$T = \frac{B_j}{A_j - \ln P_j^{\text{sat}}} - C_j$$

12) Com a T do passo 11 recalcular as  $P_i^{Sat}$  e  $\Phi i$ .

13) Recalcular 
$$x_i$$
 com a equação:  $x_i = \frac{y_i \Phi_i P}{\gamma_i P_i}$  sat



- 14) Normalizar os valores de  $x_i$ .
- 15) Recalcular  $\gamma_i$  com os valores de  $x_i$  atuais.
- 16) Verificar tolerância( $\varepsilon$ ) em cada  $\gamma_i$ . Se  $\delta \gamma_i < \varepsilon$  passar para o passo 17. Se  $\delta \gamma_i > \varepsilon$  voltar ao passo 13 usando o valor de  $x_i$  atualizado.
- 17) Recalcular  $P_j^{Sat}$  através da Equação:  $P_j^{sat} = P \sum_i \frac{y_i \Phi_i}{\gamma_i} \left( \frac{P_j^{sat}}{P_i^{sat}} \right)$

18) Recalcular T: 
$$T = \frac{B_j}{A_j - \ln P_j^{\text{sat}}} - C_j$$

19) Verificar a tolerância ( $\epsilon$ ) estabelecida:  $\delta T < \epsilon$ ?

Se  $\delta T \le \epsilon$  passar para o passo 20.

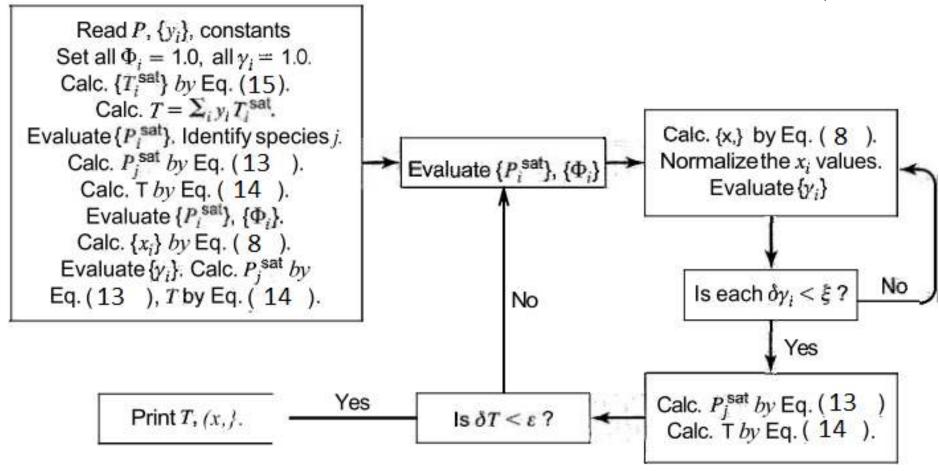
Se  $\delta T > \epsilon$  voltar ao passo 12 com a T atual.

20) Imprimir T e  $x_i$  atuais.

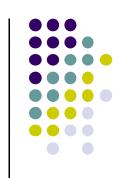


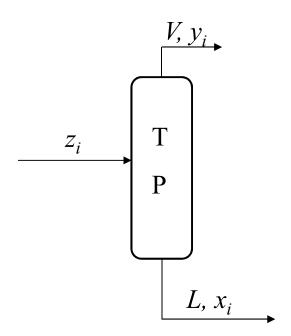
# Diagrama de blocos do algoritmo ORVALHO T (ORV T)





# FLASH – Usando a formulação gamma/phi





Balanço de massa total (1 mol de alimentação)

$$L+V=1$$

Balanço de massa por componente

$$z_i = x_i L + y_i V$$

Eliminando L destas equações

$$Z_{i} = X_{i}(1 - V) + y_{i}V$$

$$K_{i} = \underbrace{y_{i}}_{Y_{i}} = \underbrace{\gamma_{i} P_{i}^{\text{sat}}}_{\Phi \cdot P}$$

### Relembrar

O Coeficiente de Partição

$$K_i = \frac{y_i}{x_i}$$

$$x_{i} = y_{i}/K_{i} \qquad y_{i} = K_{i}x_{i}$$

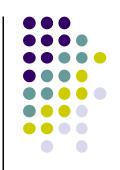
$$y_{i} = \frac{z_{i}K_{i}}{1+V(K_{i}-1)} \qquad x_{i} = \frac{z_{i}}{1+V(K_{i}-1)} \qquad (18)$$

$$\downarrow \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \downarrow$$

$$F_{y} = \sum_{i=1}^{N} \frac{z_{i}K_{i}}{1+V(K_{i}-1)} = 1 \qquad F_{x} = \sum_{i=1}^{N} \frac{z_{i}}{1+V(K_{i}-1)} = 1$$

$$F = F_{y} - F_{x} = 0 \qquad \qquad \qquad \downarrow$$
Função propícia ao método de Newton 
$$F = \sum_{i=1}^{N} \frac{z_{i}(K_{i}-1)}{1+V(K_{i}-1)} = 0 \qquad (19)$$

### Derivando F em relação a V para aplicação do método de Newton:



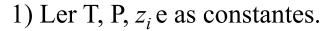
$$\frac{dF}{dV} = -\sum_{i} \frac{z_i (K_i - 1)^2}{[1 + V(K_i - 1)]^2}$$
(20)

### **MÉTODO DE NEWTON**

$$F + \left(\frac{dF}{dV}\right)\Delta V = 0$$

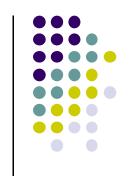
$$\Delta V \equiv V_{n+1} - V_n$$

# Algoritmo FLASH P-T





3) Calculo BOL P (
$$z_i = x_i$$
).



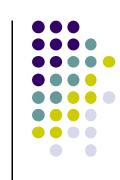
4) O valor de P está entre os pontos de bolha e orvalho (P<sub>ORV</sub> < P < P<sub>BOL</sub>)? **Se <u>não</u>, pare o calculo** pois não se trata de um FLASH. Se <u>sim</u>, passe para o passo 5.

5) Estimar 
$$\gamma_{i}$$
,  $V \in \Phi_{i}$ . 
$$\frac{\gamma_{i} - \gamma_{i,\text{dew}}}{\gamma_{i,\text{bubl}} - \gamma_{i,\text{dew}}} = \frac{\hat{\phi}_{i} - \hat{\phi}_{i,\text{dew}}}{\hat{\phi}_{i,\text{bubl}} - \hat{\phi}_{i,\text{dew}}} = \frac{P - P_{\text{dew}}}{P_{\text{bubl}} - P_{\text{dew}}}$$
$$\frac{V - 1}{0 - 1} = \frac{P - P_{\text{dew}}}{P_{\text{bubl}} - P_{\text{dew}}} \qquad V = \frac{P_{\text{bubl}} - P}{P_{\text{bubl}} - P_{\text{dew}}}$$

6) Determinar 
$$K_i$$
 por meio da Eq:  $K_i = \frac{y_i}{x_i} = \frac{\gamma_i P_i^{\text{sat}}}{\Phi_i P}$ 

7) Determinar F por meio da Eq: 
$$F = \sum_{i=1}^{N} \frac{z_i(K_i - 1)}{1 + V(K_i - 1)} = 0$$

8) Determinar  $dF/dV$  pela Eq:  $\frac{dF}{dV} = -\sum_{i=1}^{N} \frac{z_i(K_i - 1)^2}{[1 + V(K_i - 1)]^2}$ 



8) Determinar 
$$dF/dV$$
 pela Eq:  $\frac{dF}{dV} = -\sum_{i} \frac{z_i (K_i - 1)^2}{[1 + V(K_i - 1)]^2}$ 

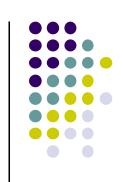
9) Encontrar V pelo método de Newton.

10) Determinar 
$$x_i$$
 com a Eq:  $x_i = \frac{z_i}{1 + V(K_i - 1)}$ 

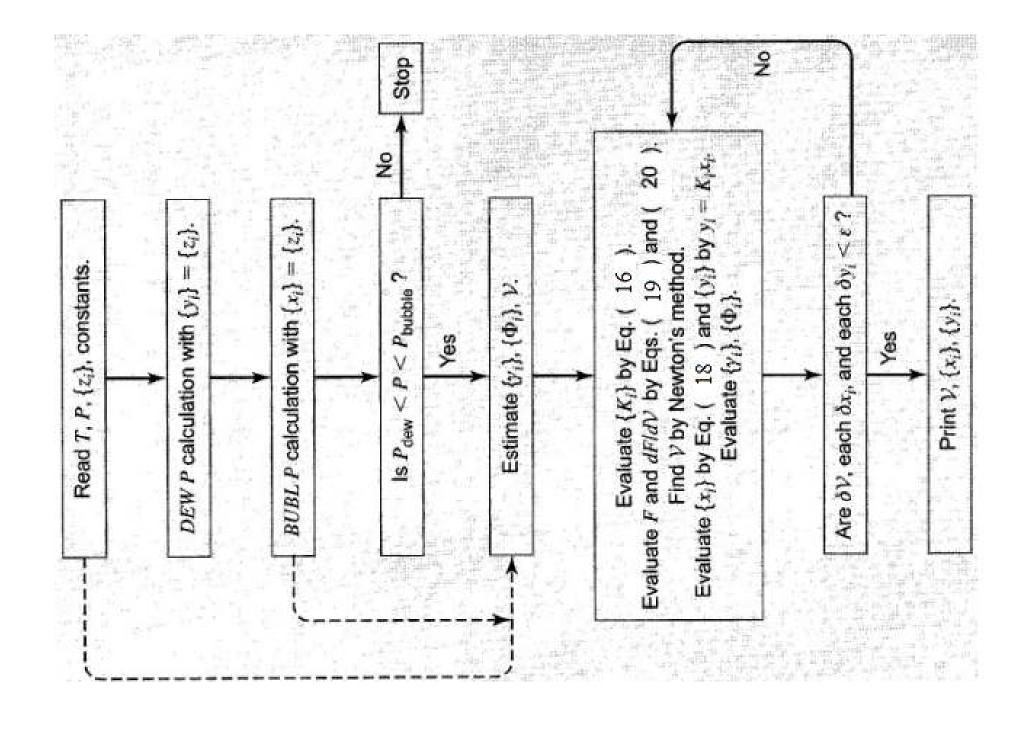
11) Determinar  $y_i$  por  $y_i = K_i x_i$ .

12) Recalcular  $\gamma_i$  e  $\Phi_i$ .

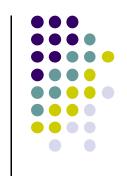
13) Verificar as tolerâncias( $\varepsilon$ ) em cada  $\delta V$ ,  $\delta x_i$  e  $\delta y_i$ . Se todos os  $\delta$  forem menor que as tolerâncias passar para o passo 14. Se não< voltar ao passo 6.



14) Imprimir V,  $x_i$  e  $y_i$ .



# Sistema soluto - solvente



ELV: 
$$y_i \Phi_i P = x_i \gamma_i P_i^{\text{sat}}$$

**Problema:** Aplica-se a misturas líquidas em que não seja possível determinar a P<sup>Sat</sup> de um dos componentes.

**Motivo:** Tal componente i na T do sistema é instável ou supercrítico.

Nestes casos, o componente i não tem tendência a permanecer na fase liquida, se apresentando em baixas concentrações nesta.

O componente i com estas características é designado como soluto.

# Solução



Definição da cte de Henry
$$\lim_{x_i \to 0} \frac{\hat{f_i}}{x_i} = \left(\frac{d \, \hat{f_i}}{d x_i}\right)_{x_i = 0} \equiv \mathcal{H}_i \tag{21}$$

O coeficiente de atividade está relacionado a sua fugacidade pela Eq. 22. Assim:

$$\frac{\hat{f}_1}{x_1} = \gamma_1 f_1 \ \ (22)$$

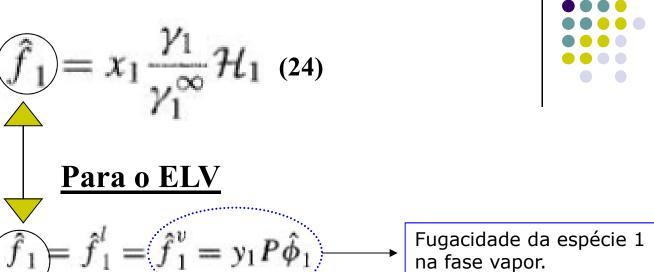
Combinando as Eqs 21 e 22:

$$\mathcal{H}_1 = \gamma_1^\infty f_1$$
 (23)

Coeficiente de atividade da uma espécie em diluição infinita.

Isolando  $f_l$  na Eq 22 e substituindo para o eliminar na Eq.

23:

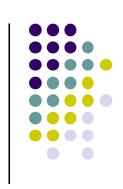


Para o soluto:

Para o solvente:

$$y_1 = \frac{x_1(\gamma_1/\gamma_1^{\infty})\mathcal{H}_1}{\hat{\phi}_1 P}$$
(25) 
$$y_2 = \frac{x_2\gamma_2 P_2^{\text{sat}}}{\Phi_2 P}$$
(26) 
$$y_1 + y_2 = 1$$

$$P = \frac{x_1 \left( \gamma_1 / \gamma_1^{\infty} \right) \mathcal{H}_1}{\hat{\phi}_1} + \frac{x_2 \gamma_2 P_2^{\text{sat}}}{\Phi_2}$$
(27)



### DETERMINANDO A CONSTANTE DE HENRY

$$\hat{f}_1 = \hat{f}_1^l = \hat{f}_1^v = y_1 P \hat{\phi}_1$$

Dividindo a Eq acima por  $x_1$ :

$$\frac{\hat{f}_1}{x_1} = P\hat{\phi}_1 \frac{y_1}{x_1}$$

Pode ser encontrado por exemplo pela Eq 4. Neste caso fazendo  $x_2=1$ 

ser

grafica de  $y_i/x_i$  vs  $x_i$  e sua extrapolação para  $x_i$ =0.

encontrado

representação

Pode

pela

Fazendo x<sub>1</sub> tender a 0:

$$\mathcal{H}_1 = P_2^{\text{sat}} \hat{\phi}_1^{\infty} \left( \lim_{x_1 \to 0} \frac{y_1}{x_1} \right) \to$$

# Configuração phi/phi (φ/φ) ou simetrica

# Abordagem do ELV de sistemas muito não ideais:

# Altas pressões

Nesta abordagem, a fugacidade das espécies em ambas as fases é avaliada a partir do **coeficiente de fugacidade**.

$$\hat{f}_i^v = \hat{f}_i^l$$

Para fase vapor:

Para fase liquida:

$$\hat{\phi}_i^{\rm v} \equiv \frac{\hat{f}_i^{\rm v}}{y_i P} \tag{28}$$

$$\hat{\phi}_i^{\text{L}} \equiv \frac{f_i^{\text{L}}}{\mathbf{x}_i P} \tag{29}$$

$$y_i P \hat{\phi}_i^v = x_i P \hat{\phi}_i^l$$

$$y_i \hat{\phi}_i^v = x_i \hat{\phi}_i^l$$
  $(i = 1, 2, ..., N)$  (30)

Assim fica clara a necessidade de modelos para o calculo de  $\phi_i$  os quais permitam a avaliação de ambas as fases: liquido e vapor. Neste caso são utilizadas equações cúbicas



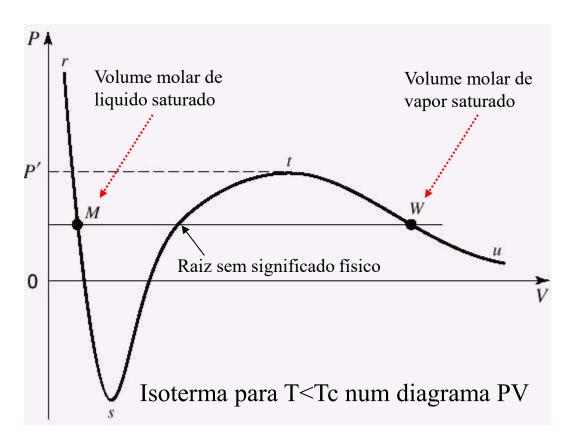
## ELV de um puro

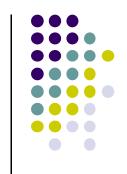
Uma outra aplicação do estudo do ELV é o calculo de P<sup>Sat</sup> de um sistema a uma dada T. Nas equações cúbicas notamos que as pressões estão implícitas.

No ELV temos que os coeficientes de fugacidade no liquido e no vapor são os mesmos.

$$\ln \phi_i^1 - \ln \phi_i^v = 0 \quad (31)$$

# Relembrando do Cap. 3





As equações mais amplamente usadas nestes casos de cálculos de ELV são a de Soave/Redlich/Kwong (SRK) e Peng/Robinson (PR).

Equação geral escrita para o VAPOR SATURADO

$$Z_i = 1 + eta_i - q_i eta_i rac{Z_i - eta_i}{(Z_i + \epsilon eta_i)(Z_i + \sigma eta_i)}$$



Equação geral escrita para o LIQUIDO SATURADO

$$Z_{i} = \beta_{i} + (Z_{i} + \epsilon \beta_{i})(Z_{i} + \sigma \beta_{i}) \left(\frac{1 + \beta_{i} - Z_{i}}{q_{i}\beta_{i}}\right) (33)$$

$$\ln \phi_{i} = Z_{i} - 1 - \ln(Z_{i} - \beta_{i}) - q_{i}I_{i}$$
(34)

$$a_i(T) = \Psi \frac{\alpha(T_{r_i})R^2T_{c_i}^2}{P_{c_i}}(35)\beta_i \equiv \frac{b_iP}{RT}(36)$$
  $I_i = \frac{1}{\sigma - \epsilon} \ln \frac{Z_i + \sigma\beta_i}{Z_i + \epsilon\beta_i}(39)$ 

$$b_i = \Omega \frac{RT_{c_i}}{P_{c_i}}(37) \qquad q_i \equiv \frac{a_i(T)}{b_i RT}(38)$$

# Parâmetros das Equações de estado



Eq. of State	$\alpha(T_r)$	σ	$\epsilon$	Ω	Ψ	$Z_c$
SRK (1972) PR (1976)	$lpha_{ m SRK}(T_r;\omega)^{\dagger} \ lpha_{ m PR}(T_r;\omega)^{\ddagger}$	$1 \\ 1 + \sqrt{2}$	$0 \\ 1 - \sqrt{2}$	0.08664 0.07780		1/3 0.30740

$$^{\dagger}\alpha_{\text{SRK}}(T_r; \,\omega) = \left[1 + (0.480 + 1.574\,\omega - 0.176\,\omega^2)\left(1 - T_r^{1/2}\right)\right]^2$$

$$^{\ddagger}\alpha_{\text{PR}}(T_r; \,\omega) = \left[1 + (0.37464 + 1.54226\,\omega - 0.26992\,\omega^2)\left(1 - T_r^{1/2}\right)\right]^2$$

#### ELV de misturas

As hipóteses da equação de estado para uma mistura são as mesmas que as empregadas para um puro.



Equação geral escrita para MISTURA DE VAPOR SATURADO

$$Z = 1 + \beta - q\beta \frac{Z - \beta}{(Z + \epsilon\beta)(Z + \sigma\beta)}$$
(40)

Equação geral escrita para MISTURA DE LIQUIDO SATURADO

$$Z = \beta + (Z + \epsilon \beta)(Z + \sigma \beta) \left(\frac{1 + \beta - Z}{q\beta}\right)$$
(41)

$$\ln \hat{\phi}_i = \frac{b_i}{b}(Z-1) - \ln(Z-\beta) - \bar{q}_i I \tag{42}$$

## Calculando o coeficiente de fugacidade de uma espécie i uma mistura

Calcular  $b_i$  e b

$$\bar{b}_i \equiv \left[\frac{\partial(nb)}{\partial n_i}\right]_{T,n_j} = \left[\frac{\partial(n_ib_i)}{\partial n_i}\right]_{T,n_j} + \sum_i \left[\frac{\partial(n_jb_j)}{\partial n_i}\right]_{T,n_j} = b_i \quad (43)$$

$$\bar{b}_i \equiv \left[\frac{\partial(nb)}{\partial n_i}\right]_{T,n_j} (44)$$

$$b = \sum_{i} x_i b_i \quad (45)$$

Regras de mistura

Calcular Z pela equação conveniente.

Calcular 
$$a$$
 e  $\bar{a}_i$  pelas equações:

(47) 
$$a = \sum_{i} \sum_{j} x_{i} x_{j} a_{ij}$$
  $a_{ij} = (a_{i} a_{j})^{1/2}$  (48)

$$\bar{a}_i \equiv \left[ \frac{\partial (na)}{\partial n_i} \right]_{T,n_j} (49)$$

Calcular 
$$\beta$$
 pela equação:  $\beta \equiv \frac{bP}{RT}$  (46)  $\bar{a}_i \equiv \left[\frac{\partial (na)}{\partial n_i}\right]_{T,n_j}$  (49)

Calcular  $ar{q}_i$  pela equação:

$$\overline{q}_i \equiv \left[\frac{\partial (nq)}{\partial n_i}\right]_{T,n_i} = q\left(1 + \frac{\overline{a}_i}{a} - \frac{\overline{b}_i}{b}\right) = q\left(1 + \frac{\overline{a}_i}{a} - \frac{b_i}{b}\right) \tag{50}$$

Sendo: 
$$q \equiv \frac{a}{bRT}$$
 (51)

Agora podemos calcular os coeficientes de fugacidade pela equação abaixo:

$$\ln \hat{\phi}_i = \frac{b_i}{b} (Z - 1) - \ln(Z - \beta) - \bar{q}_i I$$
 (52)

# Uma outra regra de mistura



Normalmente a regra de mistura para b dada pela Eq. 45 é aceitável.

No entanto a regra de mistura para a, dada pela Eq. 47 é muitas vezes insatisfatória. Sendo assim, é sugerida uma regra de mistura para q, que incorpore dados do coeficiente de atividade.

$$\gamma_i \equiv \frac{\hat{f}_i}{x_i f_i} = \frac{\hat{f}_i / x_i P}{f_i / P} = \frac{\hat{\phi}_i}{\phi_i}$$

$$(53) \ln \gamma_i = \ln \hat{\phi}_i - \ln \phi_i$$

Propriedades da fase liquida nas mesmas T e P.

Relembrando: 
$$\ln \hat{\phi}_i = \frac{b_i}{b} (Z - 1) - \ln(Z - \beta) - \bar{q}_i I$$
 
$$\ln \phi_i = Z_i - 1 - \ln(Z_i - \beta_i) - q_i I_i$$

$$\ln \gamma_i = \frac{b_i}{b}(Z-1) - Z_i + 1 - \ln \frac{(Z-\beta)}{(Z_i - \beta_i)} - \bar{q}_i I + q_i I_i$$
Solando  $\bar{q}_i$ 



Isolando  $\bar{q}_i$ 

$$\bar{q}_i = \frac{1}{I} \left[ 1 - Z_i + \frac{b_i}{b} (Z - 1) - \ln \frac{(Z - \beta)}{(Z_i - \beta_i)} + q_i I_i - \ln \gamma_i \right]$$
(54)

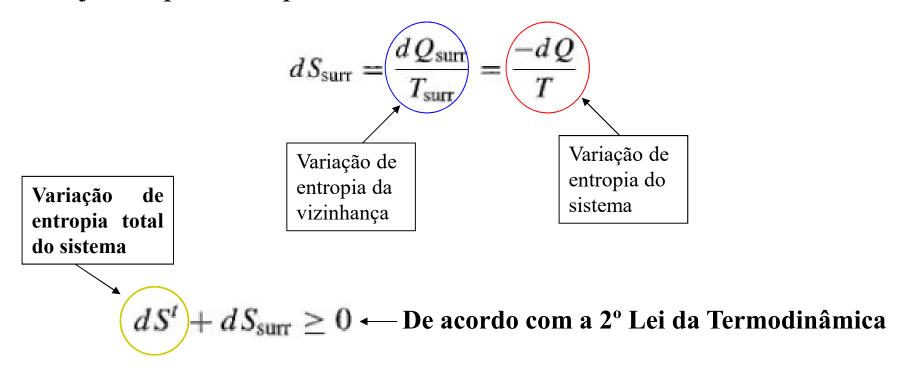
$$q = \sum_{i} x_i \bar{q}_i \tag{55}$$

# **EQUILIBRIO E ESTABILIDADE**



Consideremos um sistema fechado contendo um numero qualquer de espécies e fases em equilíbrio. Neste sistema T e P são uniformes (equilíbrio térmico e mecânico).

Pensando que o sistema esteja numa vizinhança na qual ele esteja sempre em equilíbrio térmico e mecânico.



# Combinando as 2 Eqs. anteriores $dQ \leq T dS$ (56)



Aplicando a 1º Lei da Termodinâmica ao sistema total:

$$dU^{t} = dQ + dW = dQ - P dV^{t}$$
$$dQ = dU^{t} + P dV^{t}$$

Aplicando o resultado na Eq. 56:

$$\rightarrow dU^t + P \, dV^t - T \, dS^t \le 0 \tag{57}$$

Relação valida para qualquer sistema fechado com T e P uniformes.

Relação muito geral e muitas vezes sua utilização requer simplificações.

$$\sim (dU^t)_{S^t,V^t} \leq 0$$

$$\rightarrow (dS^t)_{U',V'} \geq 0$$

Se um processo ocorre a T e P constantes, a Eq. 57 passa a ser:

$$dU_{T,P}^{t} + d(PV^{t})_{T,P} - d(TS^{t})_{T,P} \le 0$$
$$d(U^{t} + PV^{t} - TS^{t})_{T,P} \le 0$$



$$G^t = H^t - TS^t = U^t + PV^t - TS^t$$
 Definição da energia livre de Gibbs

$$(dG^t)_{T,P} \le 0 \quad (58)$$

A equação 58 é a mais útil das simplificações da Eq 57.

A Eq 58 indica que todos os processos (mesmo irreversíveis) ocorrendo a T e P constantes seguem um caminho que causa uma diminuição da energia de Gibbs total do sistema.

O estado de equilíbrio de um sistema fechado é aquele estado no qual a energia de Gibbs é um mínimo em relação às possíveis mudanças nas T e P especificadas

Aproveitando a igualdade na Eq. 58 e que gera uma outra forma de critério de equilíbrio:

$$(dG^t)_{T,P} = 0$$
 (59)

Para usar a Eq 59, devemos desenvolver uma expressão para  $dG^t$  como função dos nº de moles das espécies nas varias fases e igualá-la a 0. **ESTE CRITERIO DE EQUILIBRIO É MUITO UTILIZADO NO EQUILIBRIO EM REAÇÕES QUIMICAS.** 

#### Critério de estabilidade

A Eq 58 fornece um critério que deve ser sempre satisfeito por qualquer fase isolada e estável ( isto é, não tem tendência a se dividir em 2 fases).

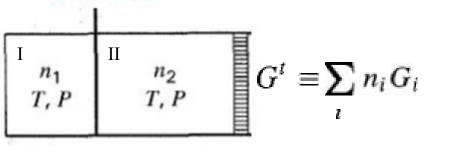
A energia de Gibbs de um estado de equilíbrio é um valor mínimo em relação a qualquer mudança nas T e P especificadas.

**Exemplo:** Quando 2 líquidos são misturados a T e P especificadas, a energia de Gibbs total deve ser menor quando eles estiverem misturados do que quando eles estiverem puros. Assim permanecerão como 1 única fase ESTÁVEL.

## Energia livre de Gibbs num processo de mistura de 2 fases liquidas I e II.

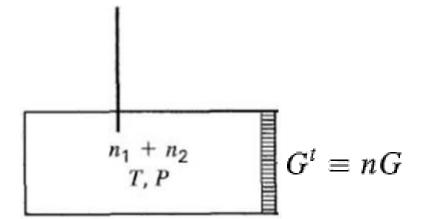






$$G^t \equiv \sum_i n_i G_i$$

$$G^t \equiv nG < \sum_i n_i G_i$$



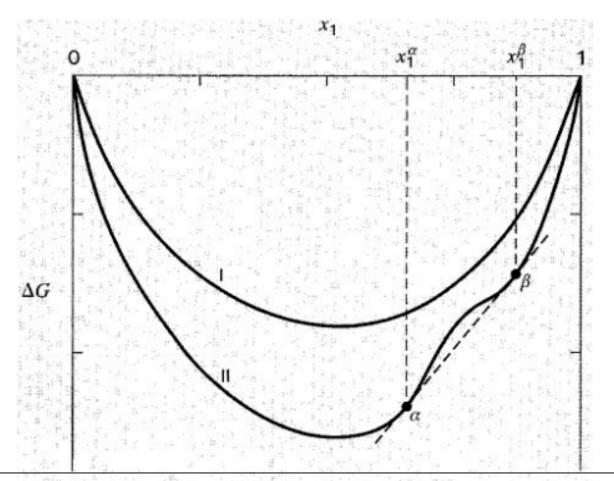
$$G < \sum_{i} x_i G_i$$

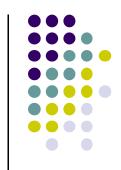
$$G - \sum_{i} x_i G_i < 0 \qquad \text{(const T, P)}$$

$$\Delta G \equiv G - \sum x_i G_i$$

À temperatura e pressão ctes,  $\Delta G$ , sua primeira segunda derivadas devem ser funções continuas de x<sub>i</sub>. A segunda derivada deve sempre ser positiva.







Energia de Gibbs de mistura Curva I, completa miscibilidade. Curva II, região de 2 fases entre  $\alpha$  e  $\beta$ .

$$\frac{d^2 \Delta G}{dx_1^2} > 0 \qquad \text{(const T, } P\text{)}$$



$$\frac{d^2(\Delta G/RT)}{dx_1^2} > 0 \qquad \text{(const T, P)}$$
 (60)

Num binário:  $n = n_1 + n_2$ 

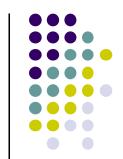
Relembrando do Cap. 12:  $G^E = \Delta G - RT \sum_i x_i \ln x_i$ 

$$\frac{\Delta G}{RT} = x_1 \ln x_1 + x_2 \ln x_2 + \frac{G^E}{RT}$$

$$\frac{d(\Delta G/RT)}{dx_1} = \ln x_1 - \ln x_2 + \frac{d(G^E/RT)}{dx_1}$$

$$\frac{d^2(\Delta G/RT)}{dx_1^2} = \frac{1}{x_1 x_2} + \frac{d^2(G^E/RT)}{dx_1^2} \rightarrow \frac{d^2(G^E/RT)}{dx_1^2} > -\frac{1}{x_1 x_2}$$
(61)(const T, P)

Ainda do Cap. 12: 
$$\frac{G^E}{RT} = x_1 \ln \gamma_1 + x_2 \ln \gamma_2$$



a do Cap. 12: 
$$\frac{G^E}{RT} = x_1 \ln \gamma_1 + x_2 \ln \gamma_2$$

$$\frac{d(G^E/RT)}{dx_1} = \ln \gamma_1 - \ln \gamma_2 + x_1 \frac{d \ln \gamma_1}{dx_1} + x_2 \frac{d \ln \gamma_2}{dx_1}$$

$$0$$

$$\frac{d(G^E/RT)}{dx_1} = \ln \gamma_1 - \ln \gamma_2$$

$$\frac{d(G^E/RT)}{dx_1} = \ln \gamma_1 - \ln \gamma_2$$

$$\frac{d^2(G^E/RT)}{dx_1^2} = \frac{d\ln\gamma_1}{dx_1} - \frac{d\ln\gamma_2}{dx_1} = \frac{1}{x_2} \frac{d\ln\gamma_1}{dx_1}$$

Combinando o resultado acima com a Eq. 61:  $\frac{d \ln \gamma_1}{dx_1} > -\frac{1}{x_1}$  (const T, P)

$$\frac{d\hat{f}_i}{dx_i} > 0(62) \text{ (const T, P)} \qquad \frac{d\mu_i}{dx_i} > 0 \qquad \text{(const T, P)} \quad (63)$$

# O Equilíbrio Liquido/Liquido - ELL



Em muitos casos, ao se misturarem 2 ou mais espécies químicas (liquidas) numa faixa de composição podem não satisfazer o critério de estabilidade da Eq. 60. Sendo assim, se estabelece ELL.

## CRITERIO DE EQUILIBRIO UTILIZADO NO EQUILIBRIO LIQUIDO -LIQUIDO

$$\hat{f}_i^{\alpha} = \hat{f}_i^{\beta} \qquad (i = 1, 2, \dots, N)$$

Introduzindo o coeficiente de atividade:  $x_i^{\alpha} \gamma_i^{\alpha} f_i^{\alpha} = x_i^{\beta} \gamma_i^{\beta} f_i^{\beta}$ 

$$x_i^{\alpha} \gamma_i^{\alpha} = x_i^{\beta} \gamma_i^{\beta} \qquad (i = 1, 2, \dots, N) \tag{64}$$

$$\gamma_i^{\alpha} = \gamma_i(x_1^{\alpha}, x_2^{\alpha}, \dots, x_{N-1}^{\alpha}, T, P)$$

$$\gamma_i^{\beta} = \gamma_i(x_1^{\beta}, x_2^{\beta}, \dots, x_{N-1}^{\beta}, T, P)$$

#### Num binário:

$$x_1^{\alpha} \gamma_1^{\alpha} = x_1^{\beta} \gamma_1^{\beta}$$
 (64)

$$\gamma_i^{\alpha} = \gamma_i(x_1^{\alpha}, T)$$
 (66)

$$\gamma_i^{\beta} = \gamma_i(x_1^{\beta}, T) (67)$$

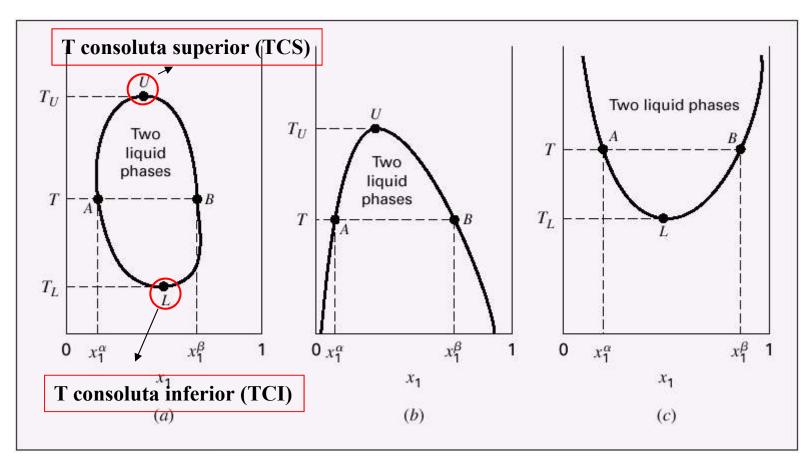
$$\rightarrow \ln \frac{\gamma_1^{\alpha}}{\gamma_1^{\beta}} = \ln \frac{x_1^{\beta}}{x_1^{\alpha}} \tag{68}$$

$$\ln \frac{\gamma_2^{\alpha}}{\gamma_2^{\beta}} = \ln \frac{1 - x_1^{\beta}}{1 - x_1^{\alpha}}$$
(69)



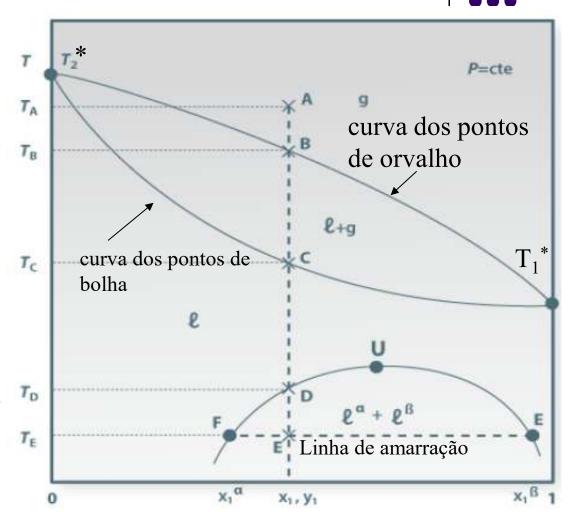
UAL e UBL – Curvas binodais. AB – Linha de amarração. (Definem as composições no equilíbrio)





Diagramas de solubilidade representando ELL em sistemas a P constante

Partindo de uma mistura binária homogênea, gasosa, representada baixando TA pelo ponto Α. sucessivamente a temperatura ( a P cte), quando se atinge a temperatura T<sub>B</sub> aparece a primeira gota de líquido (o ponto B está sobre a curva dos pontos de 🌆 orvalho). Entre B e C, à medida que a temperatura diminui, a quantidade de matéria na fase líquida vai aumentando até que, à 🌆 temperatura T<sub>C</sub>, desaparece o último vestígio de gás.



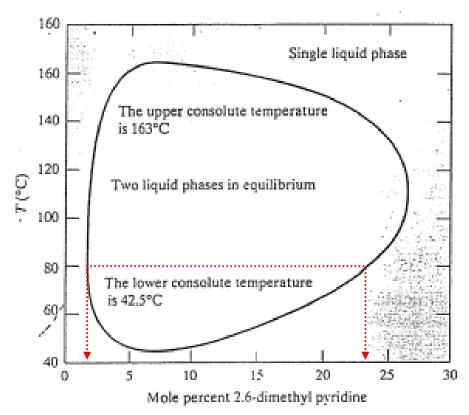
À temperatura  $T_D$  observa-se a formação de uma segunda fase líquida. Se a fase líquida pré-existente estiver agitada, o aparecimento da imiscibilidade (parcial) entre os dois líquidos pode ser facilmente detectado pela ocorrência de turbidez no sistema líquido. Abaixo da temperatura  $T_D$  têm-se duas fases líquidas,  $\alpha$  e  $\beta$ , parcialmente miscíveis, em equilíbrio.

Sistemas reais exibem uma diversidade de comportamentos do ELL A base termodinâmica para o calculo do ELL é um modelo para  $G^E/RT$ .

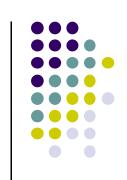


#### **Exemplo:**

One kilogram of liquid 2,6-dimethyl pyridine ( $C_7H_9N$ , MW = 107.16) is mixed with 1 kg of water, and the mixture is heated to 80°C. Determine the compositions and total amounts of the two coexisting liquid phases.



Vale lembrar que: 
$$x_1^{\alpha} + x_2^{\alpha} = 1$$
  $x_2^{\alpha} = 1 - x_1^{\alpha}$   $x_1^{\beta} + x_2^{\beta} = 1$   $x_2^{\beta} = 1 - x_1^{\beta}$ 



#### Caso de baixíssima miscibilidade em binários líquidos:

Fase 
$$\alpha$$
 
$$\begin{cases} x_1^{\alpha} \to 0 \to \gamma_1^{\alpha} = \gamma_1^{\infty} \\ x_2^{\alpha} \to 1 \to \gamma_2^{\alpha} = 1 \end{cases}$$
 Fase  $\beta$  
$$\begin{cases} x_1^{\beta} \to 1 \to \gamma_1^{\beta} = 1 \\ x_2^{\beta} \to 0 \to \gamma_2^{\beta} = \gamma_2^{\infty} \end{cases}$$

Substituindo nas Eqs. do equilíbrio 64 e 65:

$$x_1^{\alpha} \gamma_1^{\alpha} = x_1^{\beta} \gamma_1^{\beta} \qquad (1 - x_1^{\alpha}) \gamma_2^{\alpha} = (1 - x_1^{\beta}) \gamma_2^{\beta}$$
$$x_1^{\alpha} \gamma_1^{\infty} = x_1^{\beta} \qquad 1 - x_1^{\alpha} = (1 - x_1^{\beta}) \gamma_2^{\infty}$$

Explicitando as frações molares no equilíbrio:

$$x_1^{\alpha} = \frac{\gamma_2^{\infty} - 1}{\gamma_1^{\infty} \gamma_2^{\infty} - 1}$$

$$x_2^{\alpha} = \frac{\gamma_1^{\infty}(\gamma_2^{\infty} - 1)}{\gamma_1^{\infty}\gamma_2^{\infty} - 1}$$

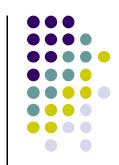
Calculando os coeficientes de atividade/na diluição infinita:

$$\gamma_1^{\infty} = \frac{x_1^{\beta}}{x_1^{\alpha}} \qquad \gamma_2^{\infty} = \frac{1 - x_1^{\beta}}{1 - x_1^{\alpha}}$$

Composições e coeficientes de atividade para ELL em binários de baixa miscibilidade

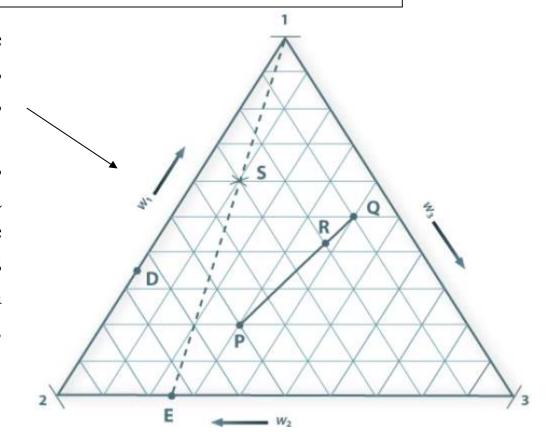
#### Diagramas ternários

Para representar sistemas ternários recorre-se à geometria dos prismas de base triangular onde às ordenadas se faz corresponder a temperatura ou a pressão e à base (um triângulo equilátero) se associa a composição dos componentes em fração molar (ou percentagens molares) (x1, x2 e x3) ou frações (ou percentagens ponderais) (w1, w2 e w3).

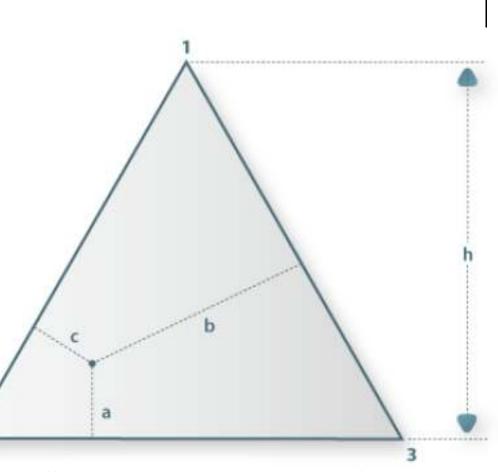


# UTILIDADE NAS EXTRAÇÕES LIQUIDO/ LIQUIDO

Representação da composição de um sistema ternário. Os wi são as frações ponderais dos componentes. Os vértices 1, 2 e 3 representam os componentes puros; D representa uma mistura binária dos componentes 1 e 2; E é uma mistura binária de 2 e 3; os pontos P, Q, R e S representam misturas dos três componentes (1, 2 e 3).

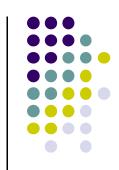


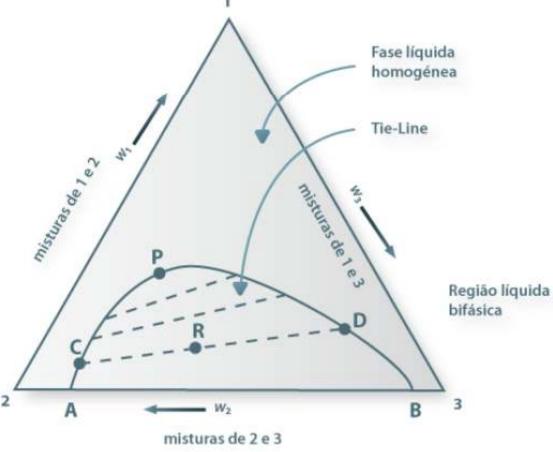
Aos vértices do triângulo fazem-se corresponder os componentes puros da mistura ternária. Qualquer ponto sobre um dos lados do triângulo representa, assim, mistura binária, uma enquanto os pontos triângulo interior do representam misturas dos três componentes,



Triângulo equilátero utilizado na representação das variáveis de composição em sistemas ternários. A altura h é h=a+b+c, pelo que x1(ou w1)=a/h, x2(ou w2)=b/h e x3(ou

Vamos agora ver como se interpretam geometricamente os diagramas de fases ternários onde os três componentes (1, 2 e 3) do sistema são líquidos à temperatura e à pressão consideradas. Se dois dos componentes forem parcialmente miscíveis, o diagrama representativo das diversas composições apresentará o aspecto ilustrado na Figura abaixo.





Admitamos que pretendamos separar as substâncias líquidas 1 e 2 existentes (binária) inicial mistura numa pelo representada ponto Adicionando quantidades crescentes de componente 3 (que se designa por solvente) à mistura F a composição global do sistema mover-se-á ao longo da reta [FM3].

Por adição de quantidade adequada do componente 3, a composição global do sistema (ternário) passa a ser representada pelo ponto M. Neste ponto o sistema é heterogêneo, separando-se em duas fases cujas composições são dadas pelos pontos P e Q.

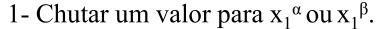
## Exemplo de algoritmo para calculos envolvendo ELL.

$$x_1^{\alpha} \gamma_1^{\alpha} = x_1^{\beta} \gamma_1^{\beta}$$
 (70) 1- Chutai tili valoi para  $x_1^{\alpha}$  ou  $x_1^{\beta}$ .  
2- Com a Eq 70, calcular o outro valor

$$x_2^{\alpha} \gamma_2^{\alpha} = x_2^{\beta} \gamma_2^{\beta}$$
 (71)

$$x_1^{\alpha} + x_2^{\alpha} = 1$$
 (72)

$$x_1^{\beta} + x_2^{\beta} = 1 \tag{73}$$



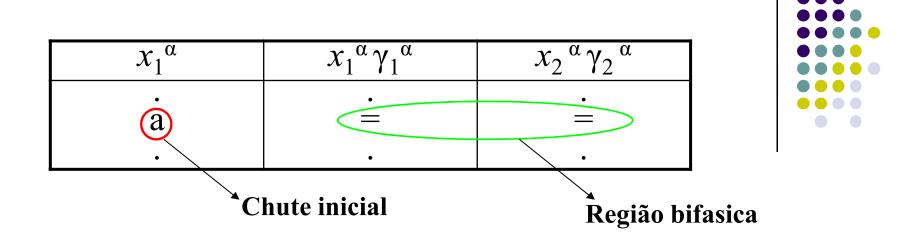
- $(x_1^{\alpha} ou x_1^{\beta}).$
- 3- Com  $x_1^{\alpha}$ , calcular  $x_2^{\alpha}$  pela Eq 72.
- 4- Com  $x_2^{\alpha}$ , calcular  $x_1^{\beta}$  na Eq 71.
- 5- Com  $x_2^{\beta}$ , calcular  $x_1^{\beta}$  na Eq 73.
- 6- Comparar  $x_1^{\beta}$  calculado com o valor chutado.
- \* Se a diferença for menor que a tolerância, esta é a solução;
- \*Se a diferença for maior, repetir o procedimento.

**Dificuldade:** Chute inicial de  $x_1^{\alpha}$  ou  $x_1^{\beta}$ 

**Dica:** Fazer uma tabela de  $x_i \gamma_i$  versus  $x_i$  para procurar a região bifásica e ajudar na resolução das equações. Caso contrario haverá um numero muito grande de iterações.

NEM TODOS OS MODELOS DE GE SÃO CAPAZES DE DESCREVER O ELL.





# O Equilíbrio Liquido/Liquido/Vapor - ELLV

As binodais do ELL podem interceptar a curva do ELV. Isso faz aparecer o fenômeno do ELLV.

No diagrama característico temperatura/composição, os pontos que representam os estados das 3 fases em equilíbrio estão sobre uma linha horizontal a T\*.

A T acima de T\*, o sistema pode exibir 1 fase liquida( $\beta$  e  $\alpha$ ), ELV (dentro dos "envelopes") e 1 fase vapor (V, acima dos envelopes).

A fase liquida β é dada pela composição a direita (D). A fase liquida α é dada pela composição a esquerda (C). O valor da composição do vapor pelo ponto E.

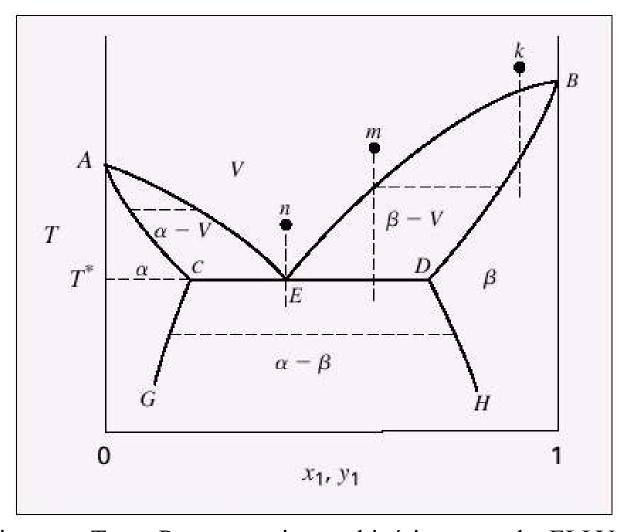
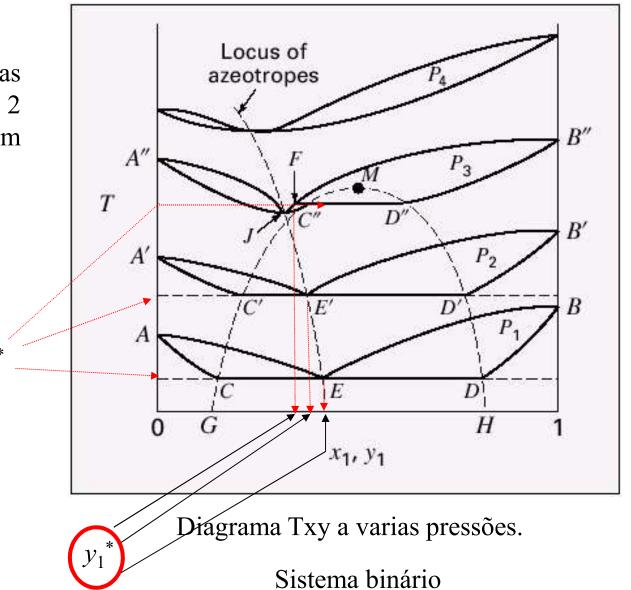


Diagrama Txy a P cte num sistema binário que tenha ELLV Sistema binário

Na medida em que pressões aumentam as 2 fases liquidas  $\alpha$  e  $\beta$  tendem a se misturar.



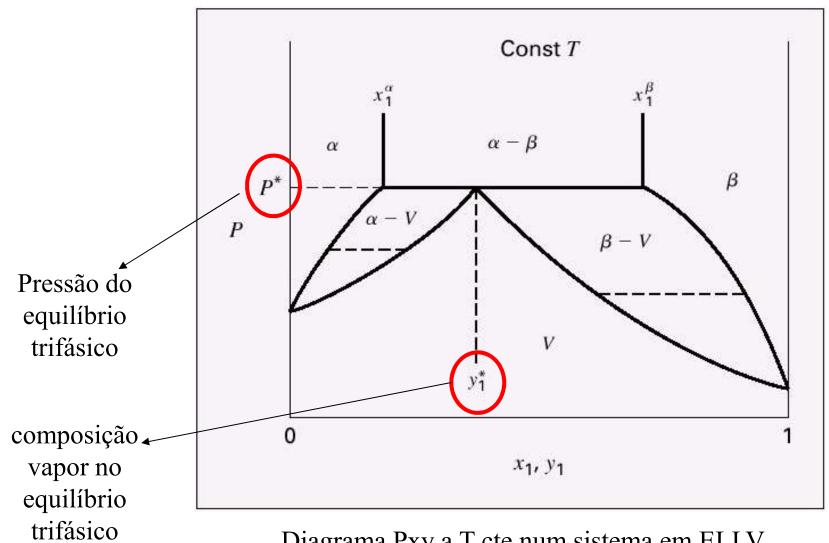
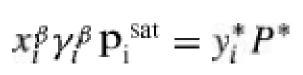


Diagrama Pxy a T cte num sistema em ELLV Sistema binário

A <u>baixa/moderada pressão</u>, temos a Lei de Raoult Modificada para o ELLV:

$$x_i^{\alpha} \gamma_i^{\alpha} P_i^{\text{sat}} = y_i^* P^*$$





 $\Phi i = 1$ 

Num binário, temos:

$$x_1^{\alpha} \gamma_1^{\alpha} P_1^{\text{sat}} = y_1^* P^* \quad (A)$$

$$x_1^{\beta} \gamma_1^{\beta} P_1^{\text{sat}} = y_1^* P^*$$
 (B)

$$x_2^{\alpha} \gamma_2^{\alpha} P_2^{\text{sat}} = y_2^* P^* \quad (C)$$

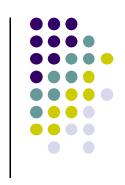
$$x_2^{\beta} \gamma_2^{\beta} P_2^{\text{sat}} = y_2^* P^* (\mathbf{D})$$

Vamos considerar as expressões para  $y_1^*$  e  $P^*$ :

$$x_1^{\alpha} \gamma_1^{\alpha} P_1^{\text{sat}} = x_1^{\beta} \gamma_1^{\beta} P_1^{\text{sat}} = y_1^* P^*$$

## No caso de 2 espécies que são quase imiscíveis:

$$x_1^{\alpha} \to 0$$
  $\gamma_1^{\alpha} \to \gamma_1^{\infty}$   $x_1^{\beta} \to 1$   $\gamma_1^{\beta} \to 1$ 



$$(0)(\gamma_1^{\infty})P_1^{\text{sat}} = P_1^{\text{sat}} = y_1^* \mathbf{P}^* \longrightarrow \gamma_1^{\infty} \to \infty$$

Analogamente para o componente 2:

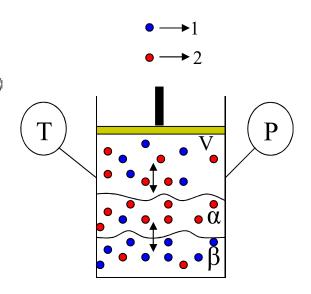
$$(0)(\gamma_2^{\infty})P_2^{\text{ sat}} = P_2^{\text{ sat}} = y_2^* P^* \longrightarrow \gamma_2^{\infty} \to \infty$$

Somando as Eqs B e C para achar a P\*:

$$P^* = x_1^{\beta} \gamma_1^{\beta} P_1^{\text{sat}} + x_2^{\alpha} \gamma_2^{\alpha} P_2^{\text{sat}}$$
 (74)

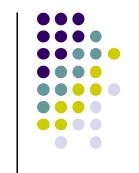
Por meio da Eq B achamos  $y_1^*$ :

$$y_1^* = \frac{x_1^{\beta} \gamma_1^{\beta} P_1^{\text{sat}}}{P^*}$$
 (75)



## No caso de 2 espécies que são imiscíveis:

$$x_2^{\alpha} = 1$$
  $y_2^{\alpha} = 1$   $x_1^{\beta} = 1$   $y_1^{\beta} = 1$ 



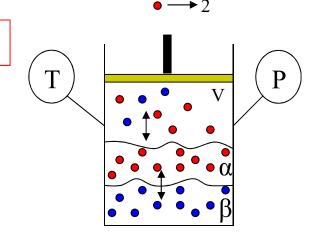
Assim, para a P\*, temos pela Eq 74:

$$P^* = P_1^{\text{ sat}} + P_2^{\text{ sat}}$$
 (76)

Substituindo a Eq. 76 na Eq. 75:

LEMBRANDO QUE: 
$$x_1^{\beta} = 1$$
  $\gamma_1^{\beta} = 1$ 

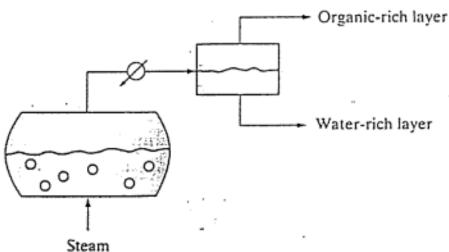
$$y_1^* = \frac{P_1^{\text{sat}}}{P_1^{\text{sat}} + P_2^{\text{sat}}} \quad (77)$$



É desejável recuperar e reutilizar terebintina que tem sido utilizada como removedor de tinta. Terebintina pode ser considerada insolúvel em água e a terebintina contém traços de pigmentos de tinta essencialmente não voláteis e outras impurezas. O vapor é injetado para dentro de um recipiente que contém a mistura e a temperatura no recipiente é mantida a  $100^{\circ}$ C, removendo o vapor que se forma. Assumindo que o equilíbrio é mantido no recipiente, quantos kg de terebintina são obtidos para cada quilograma de vapor condensado?

O peso molecular da terebintina é de 140 e a sua pressão de vapor a 100°C é 0,177 bar.

O peso molecular da água é de 18 e a sua pressão de vapor a 100°C é 1,013 bar.



## **SOLUÇÃO:**

# 2 espécies imiscíveis: terebintina(1) água(2)

$$P^* = P_1^{\text{ sat}} + P_2^{\text{ sat}}$$

$$P^* = 1,013 + 0,177 = 1,190bar$$

$$y_1^* = \frac{P_1^{\text{sat}}}{P_1^{\text{sat}} + P_2^{\text{sat}}}$$

Terebintina

$$y_1^* = \frac{0,177}{1,013 + 0,177} = 0,149 = 0,149 mol.140 \frac{g}{mol} = 20,86g$$

Água

$$y_2^* = 1 - 0,149 = 0,851 mol. 18 \frac{g}{mol} = 15,33g$$

1,36 kg de terebintina são obtidos para cada quilograma de vapor condensado

