

# CAPÍTULO 1

# OPERAÇÕES EM ESTÁGIOS

# DE EQUILÍBRIO

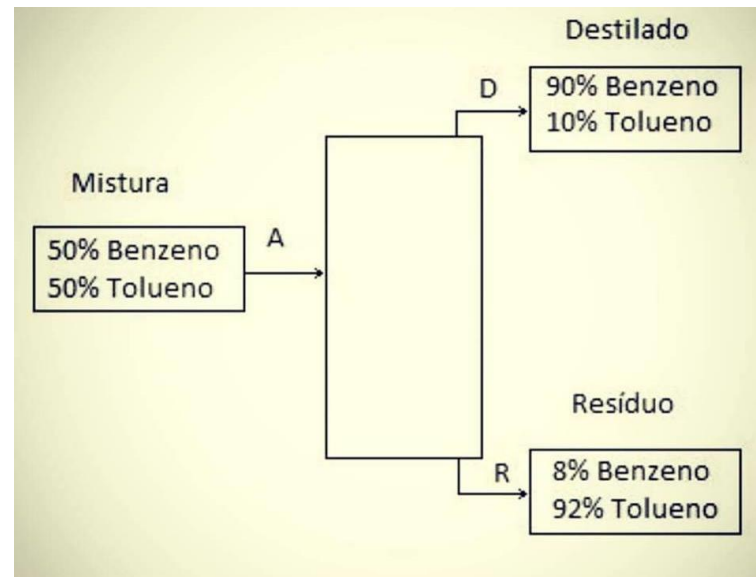
**Professora: Sandra Cristina Dantas**  
**sandra.dantas@uftm.edu.br**

**Universidade Federal do**  
**Triângulo Mineiro**  
**Departamento de Engenharia**  
**Química**  
*Disciplina: Operações*  
*Unitárias IV*

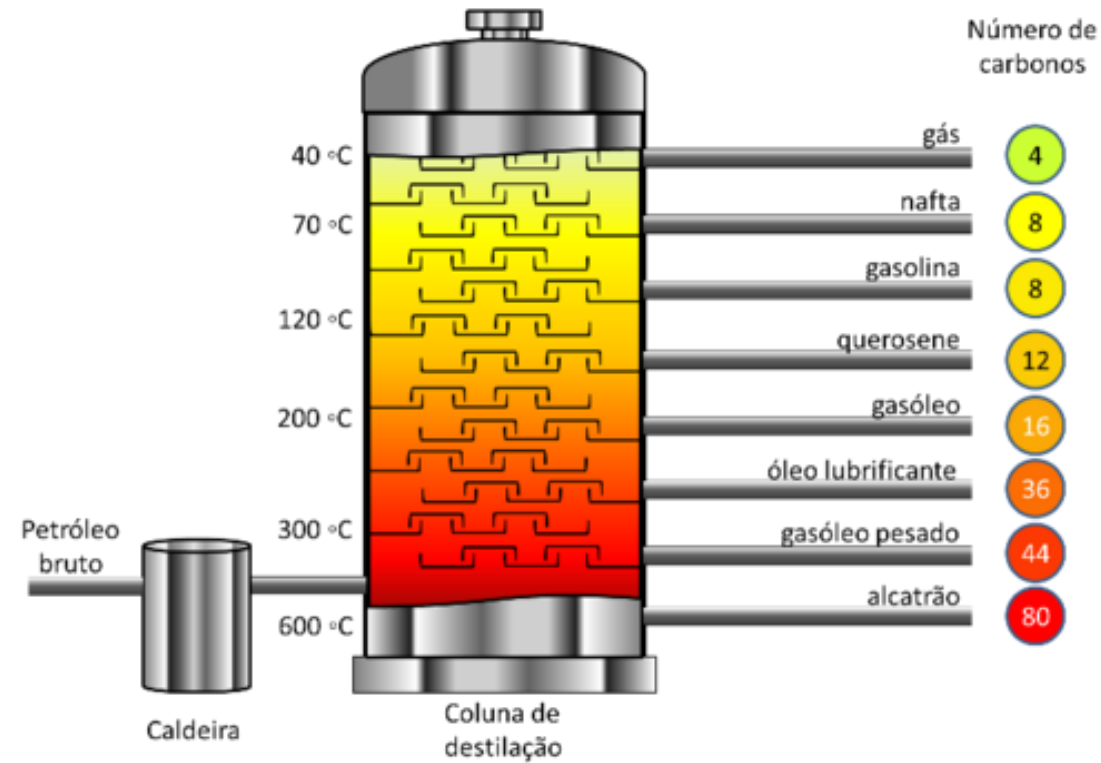
## OPERAÇÕES ESTUDADAS EM OP4



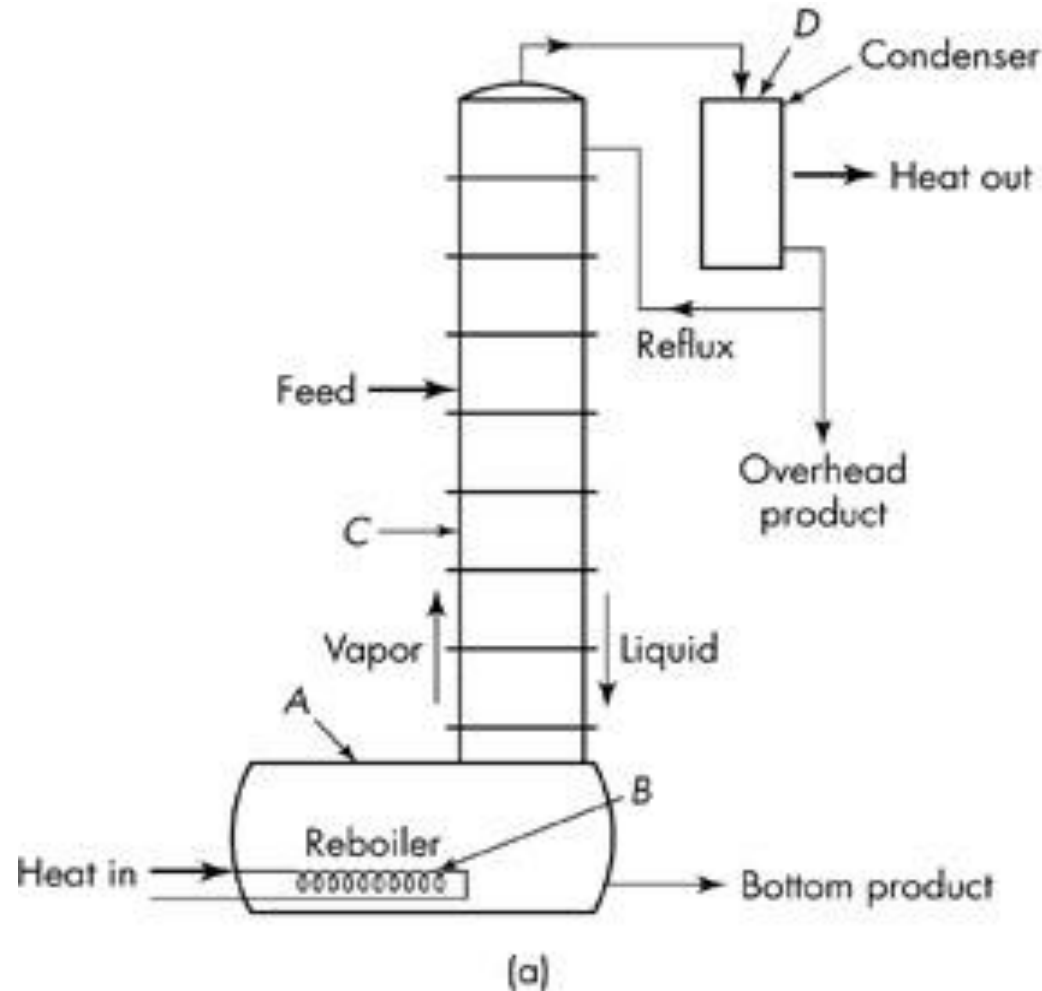
# PARECE TÃO SIMPLES!



# ESTÁGIOS DE EQUILÍBRIO

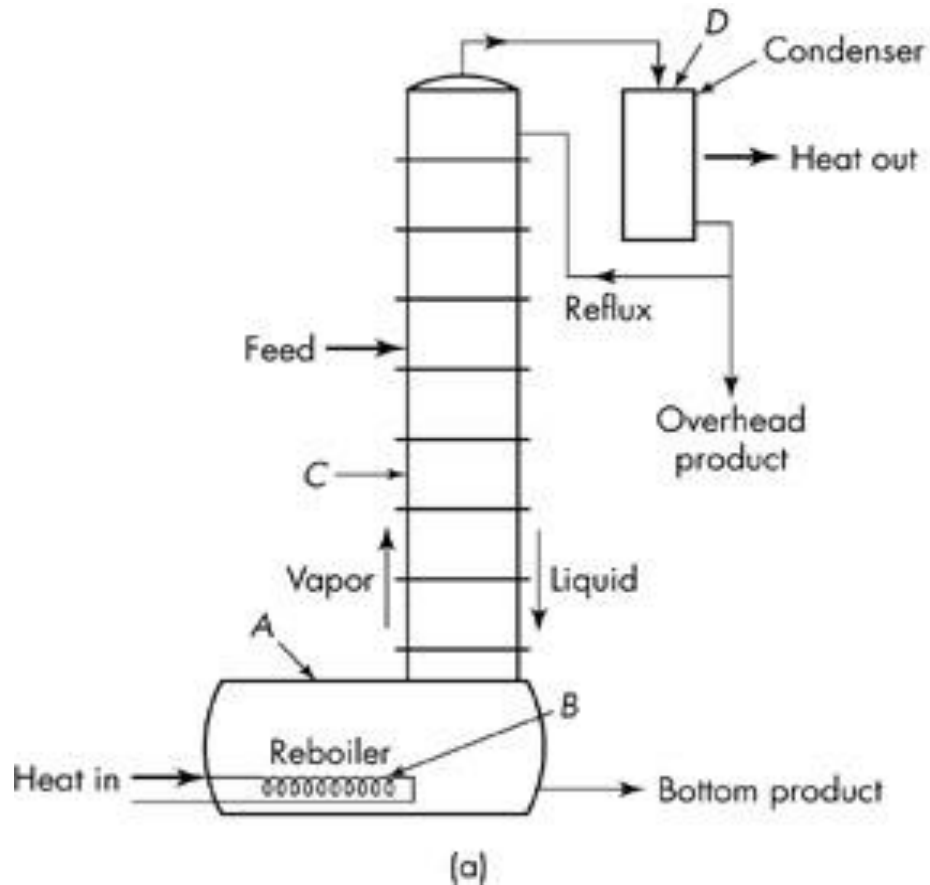


# EQUIPAMENTOS COM ESTÁGIOS DE CONTATO



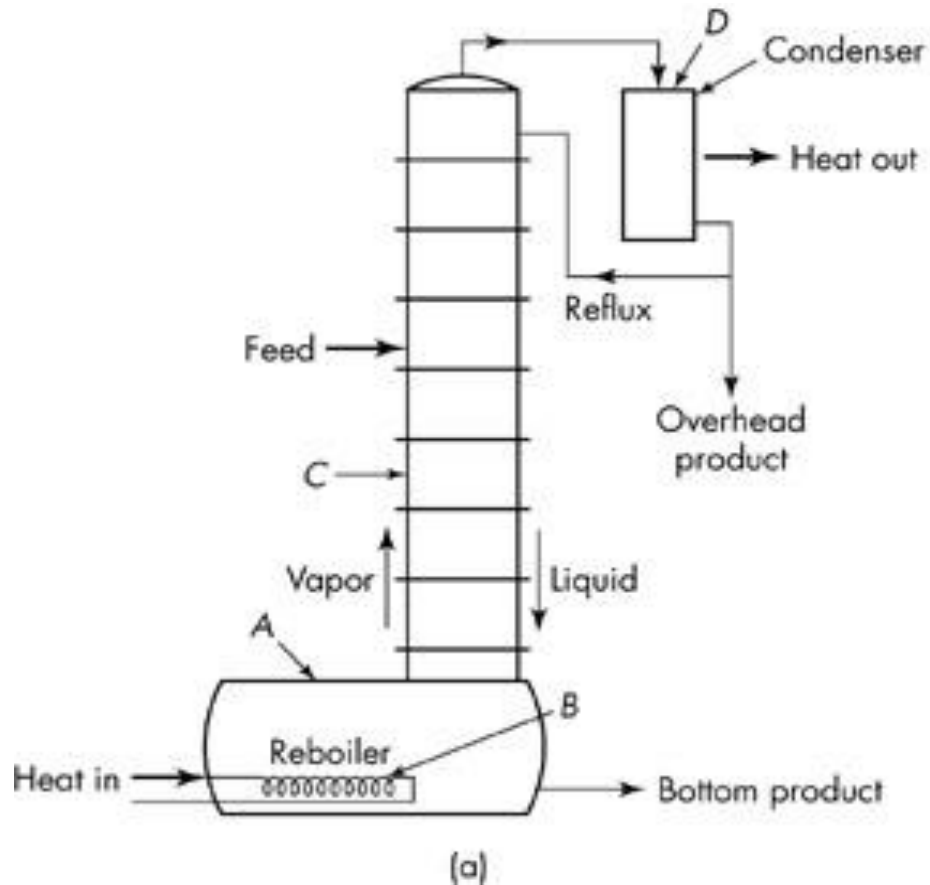
Coluna de fracionamento/destilação com *reboiler*: **(A)** *reboiler*, **(B)** superfície de aquecimento; **(C)** coluna de fracionamento e **(D)** condensador total.

# EQUIPAMENTOS COM ESTÁGIOS DE CONTATO



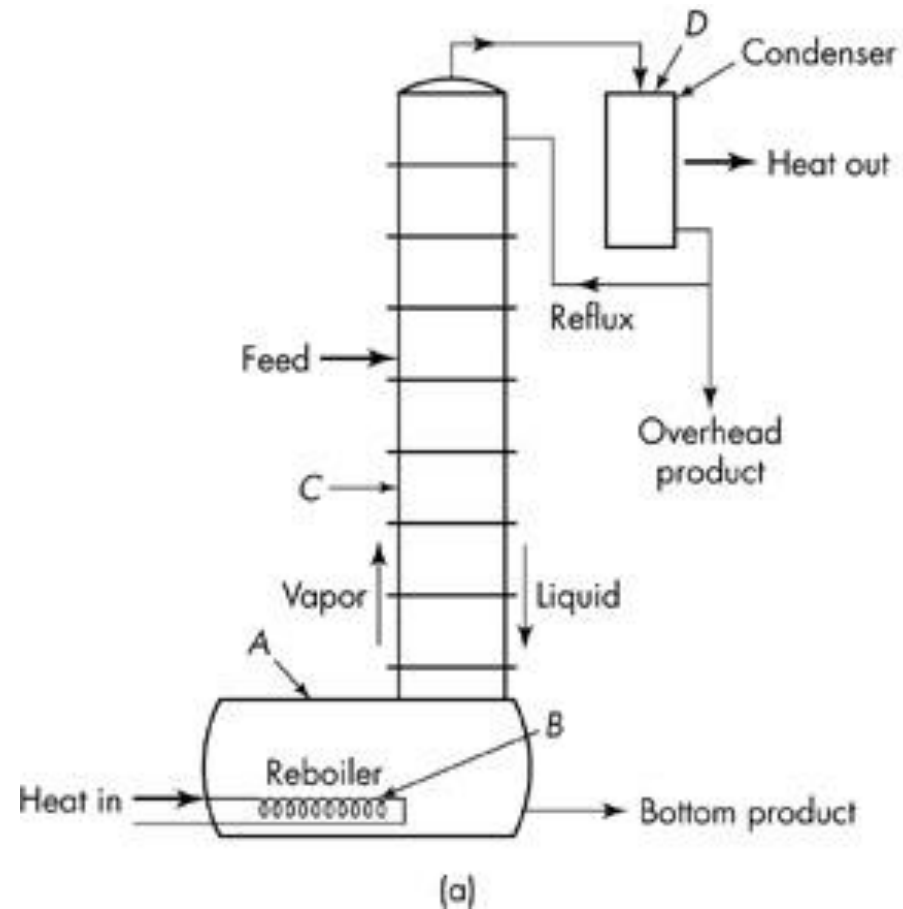
- **Reboiler** (item A) ou refulvedor: parte inferior da coluna – trocador de calor (item B).
- Alimentação contínua (**feed**) com a mistura a ser destilada ocorre numa posição intermediária da coluna.
- No refulvedor o líquido é parcialmente convertido em vapor através do calor fornecido pelo item B.
- O vapor formado no refulvedor é mais rico no componente mais volátil que o líquido residual que não vaporizou (**Bottom product**)
- Os dois componentes apresentam diferentes pontos de ebulição (separação baseada na diferença de volatilidade).

# EQUIPAMENTOS COM ESTÁGIOS DE CONTATO

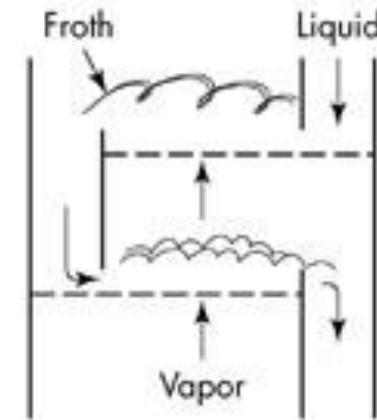


- ↑ concentração do componente + volátil, no vapor gerado no **Reboiler**. vapor é colocado em contato com líquido saturado descendente no interior da coluna.
- Líquido descendente (**Reflux**) é + rico no componente + volátil que o vapor ascendente → transferência de massa da fase líquida para a gasosa, em cada estágio da coluna.
- O líquido descendente rico no componente + volátil é proveniente da alimentação (parcela de líquido saturado) e também da condensação do vapor (**Condenser**) no topo da coluna e o retorno de parte desse líquido.
- O retorno desse líquido é chamado de REFLUXO → aumenta a pureza do produto de topo, entretanto acarreta uma elevação nos custos ou consumo de vapor de água no *reboiler*.

# EQUIPAMENTOS COM ESTÁGIOS DE CONTATO



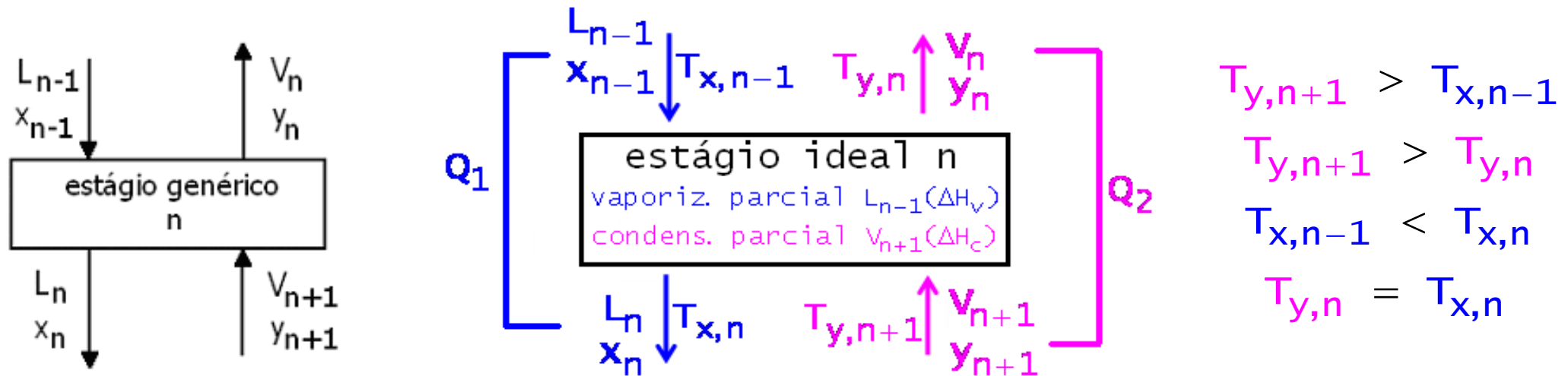
Estágio de contato: prato perfurado com vertedouro.



Os estágios da coluna de destilação podem ser constituídos de pratos perfurados (modelos mais antigo e mais conhecidos) com furos de  $\frac{1}{4}$  a  $\frac{1}{2}$  in com vertedouro como mostra a Figura 1.b.

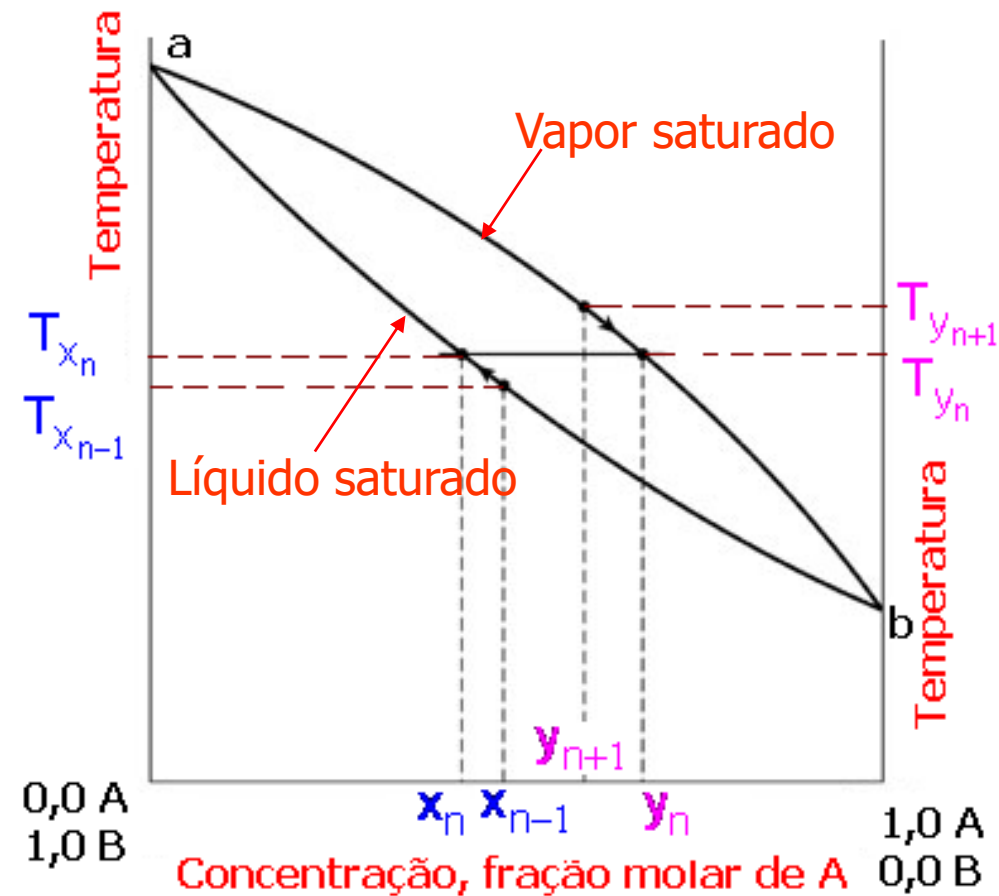


## O que acontece em todos os estágios da coluna de destilação?



**Operação adiabática:** calor fornecido para vaporizar, em cada estágio, uma parcela do líquido descendente ( $\Delta H_v = Q_1$ ) e simultaneamente o calor cedido na condensação do vapor ascendente ( $\Delta H_c = Q_2$ ).

## Diagrama de equilíbrio (solução binária ideal: A + B, do tipo Temperatura *versus* composição)



**a = temperatura de ebulição do componente B (menos volátil)**

**b = temperatura de ebulição do componente A (mais volátil)**

Para soluções ou misturas ideais; constituídas de componentes “similares” pode-se utilizar a aproximação:

$$L_n \cong L_{n-1} - \text{fração}(L_{n-1})_{\text{vapor.}} + \text{fração}(V_{n+1})_{\text{cond.}} \cong L_{n-1}$$

consequência dessa consideração: as taxas molares de líquido (**L**) e vapor (**V**) podem ser consideradas constantes nas seções da coluna (***Constant Molal Overflow***):

$$Q_1 \equiv \Delta H_v \cong \Delta H_c \equiv Q_2$$

$$L_n \cong L_{n-1} \quad \text{e} \quad V_n \cong V_{n+1}$$

Qual a definição de uma solução IDEAL?? segue a Lei de Raoult ou seja:

$$p_A \cong x_A P_A^v$$

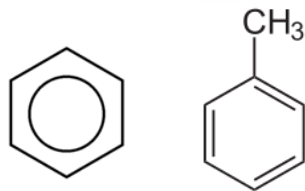
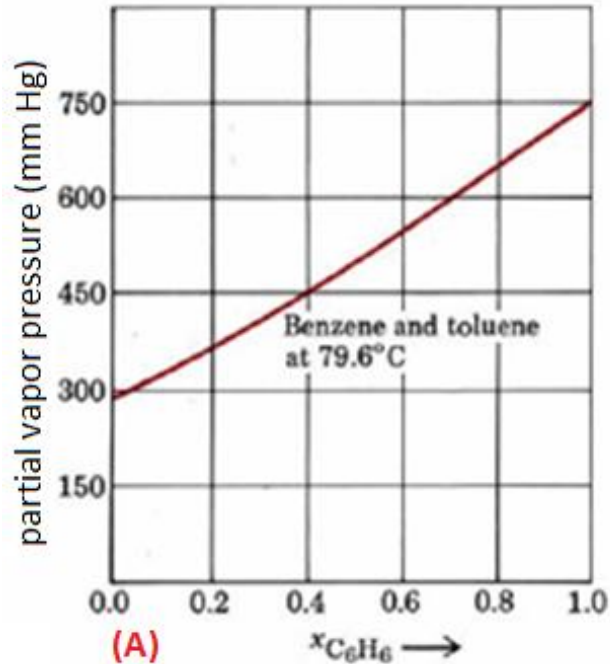
Solução ideal: entalpia de solução é zero

Exemplo típico : mistura benzeno e tolueno (ver próximo slide)

Essa foi a grande contribuição de McCabe e Thiele: fato que facilita bastante a descrição matemática da destilação binária.

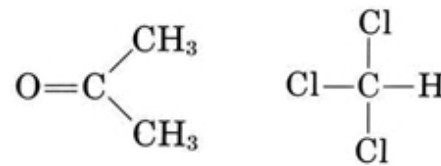
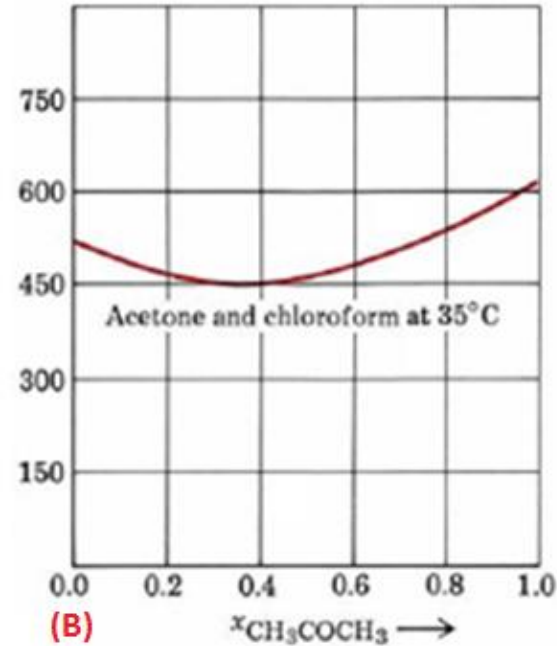
Na realidade poucas misturas líquidas obedecem rigorosamente a lei de Raoult

### Solução IDEAL



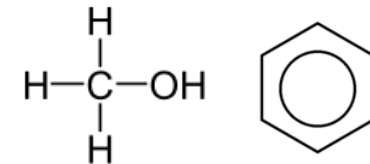
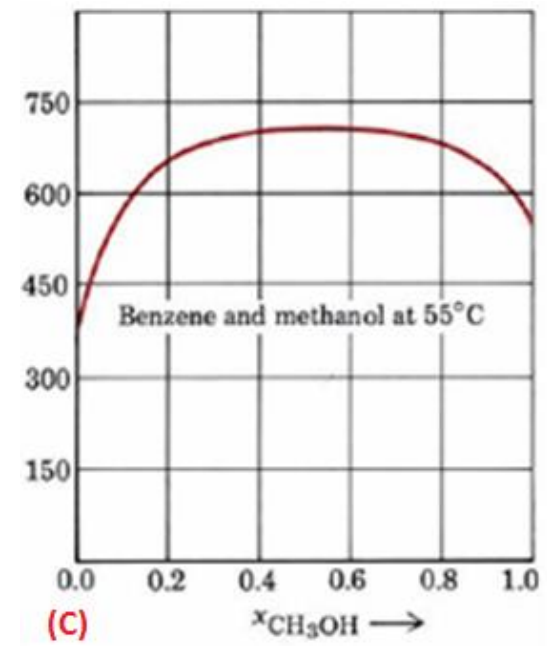
Todas as forças intermoleculares são iguais, para moléculas semelhantes ou não.

### Desvio negativo Lei Raoult



Mistura promove contração das moléculas (ponte hidrogênio)

### Desvio positivo Lei Raoult



Mistura promove expansão das moléculas

$$p_A = x_A P_A^V \quad (1)$$

$$p_B = x_B P_B^V \quad (2)$$

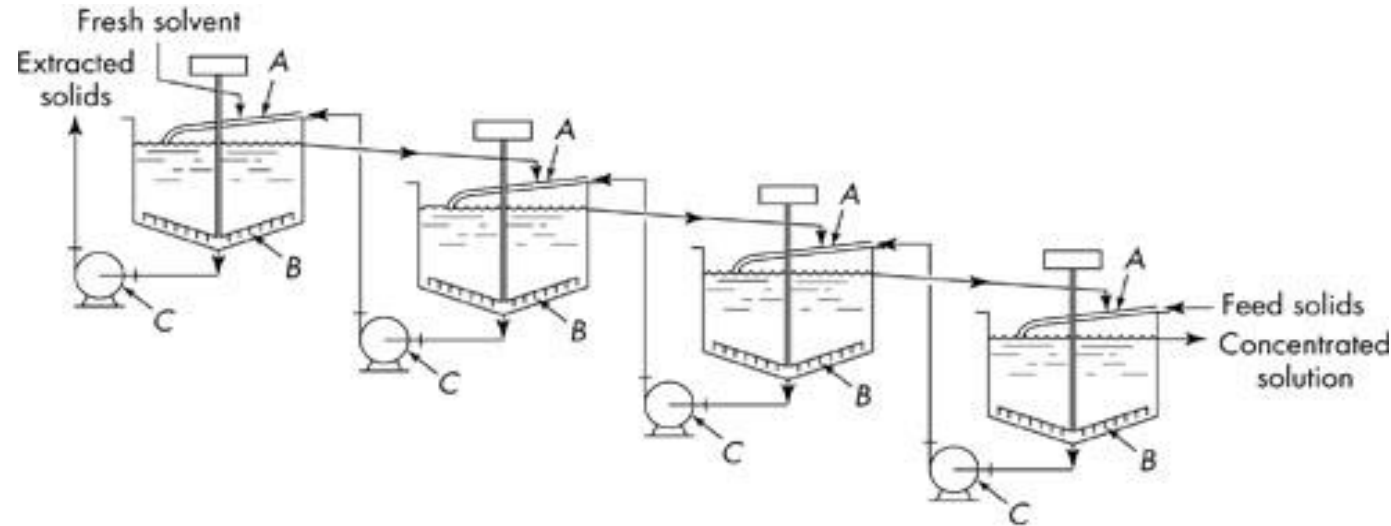
$$p_A + p_B = P = x_A P_A^V + x_B P_B^V \quad (3)$$

Dividindo a Eq. (1) por  $P_A^V$ , lembrando que a pressão de vapor de líquidos é dependente da temperatura (segundo a equação de Antoine, por exemplo), então:

$$x_A = \frac{1}{P_A^V} p_A = k_A(T) p_A \quad (4)$$

Estabelecida a temperatura  $P_A^V$  ou  $k_A$  está definido; então a relação entre  $x_A$  e  $p_A$  é **LINEAR** (Mistura **IDEAL**). Se a relação, mencionada anteriormente, não for **LINEAR**; então a mistura é **NÃO IDEAL**.

# EQUIPAMENTO TÍPICO DE EXTRAÇÃO SÓLIDO-LÍQUIDO MULTISTÁGIOS COM FLUXOS CONTRACORRENTES



Planta de lixiviação com fluxos contracorrentes: **A**, distribuidor de sólidos/lamas (*launder*); **B**, raspador (*rake*); **C**, bomba de lama (*slurry pump*).

- Solvente extrator → dissolve um material solúvel (soluto) que se encontra misturado com um inerte sólido.
- Lama no fundo do extrator é bombeada para o próximo extrator, enquanto o líquido sobrenadante é encaminhado (gravidade) para o extrato anterior
- sólido será misturado com o líquido, e assim sucessivamente, até o sólido esgotado (*extract solids*) ser retirado no estágio onde ocorre a alimentação do solvente (*fresh solvent*) puro ou não.

# PRINCÍPIOS DAS OPERAÇÕES EM ESTÁGIOS

A figura mostra unidades, estágios ou pratos (*plates*) de contato para a transferência de massa. A coluna com N estágios opera com fluxos contracorrentes e os estágios são numerados do topo para a base da coluna (escolha mais usual).

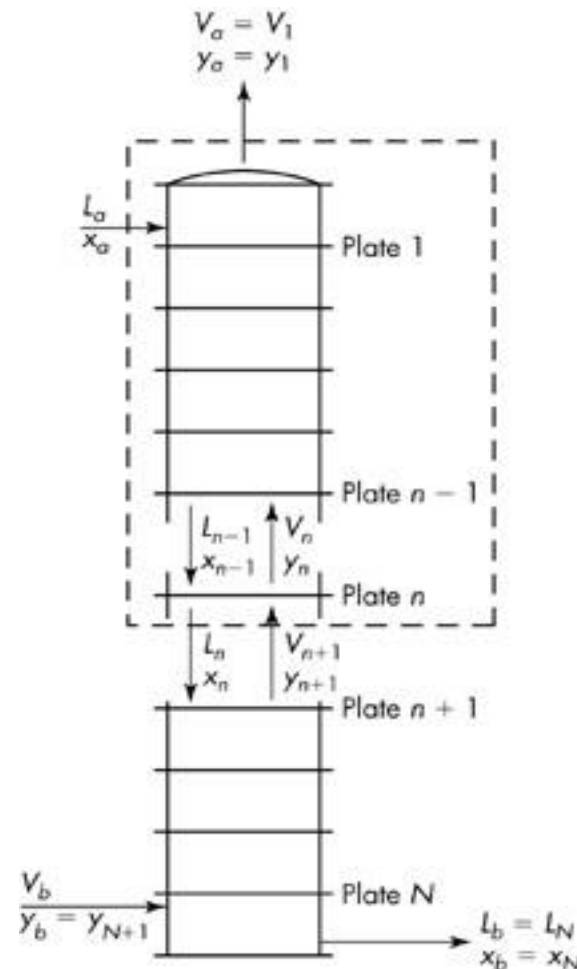


Diagrama para ilustrar os balanços materiais numa coluna de pratos.

## BALANÇOS MATERIAIS

Na coluna anterior, considera-se que  $L$  e  $V$  são taxas molares (kmol/h ou lb mol/s) e  $x$  e  $y$  são as frações molares de um determinado componente nas fases  $L$  e  $V$ , respectivamente.

Se a operação for de destilação, por exemplo,  $x$  e  $y$ , são as frações molares do componente mais volátil no líquido ( $L$ ) e no vapor ( $V$ ).

Se, por outro lado, a operação for a absorção gasosa,  $x$  e  $y$  são as frações molares do soluto no líquido ( $L$ ) e no gás ( $V$ ), respectivamente.

a) Balanço material global no volume de controle (linha pontilhada) da figura. Esse volume de controle envolve o topo da coluna e o prato genérico  $n$ :

$$L_a + V_{n+1} = L_n + V_a \quad (1)$$

b) Balanço material para o componente  $A$  no volume de controle (que pode ser o componente mais volátil na destilação ou soluto no caso da absorção gasosa).

$$L_a x_a + V_{n+1} y_{n+1} = L_n x_n + V_a y_a \quad (2)$$



## BALANÇOS MATERIAIS

O balanço material também pode ser escrito para o componente B, de uma mistura binária A+B, entretanto essa equação não seria independente das Eq. (1) e (2), uma vez que subtraindo a Eq. (2) da Eq. (1), teremos exatamente o balanço material para o componente B (  $x_B = 1 - x_A$  ).

c) Balanço material global na coluna:

$$L_a + V_b = L_b + V_a \quad (3)$$

d) Balanço material global na coluna para o componente A:

$$L_a x_a + V_b y_b = L_b x_b + V_a y_a \quad (4)$$

## BALANÇOS ENTÁLPICOS/ENERGIA

Em muitas operações de transferência de massa o balanço geral de energia pode ser simplificado, negligenciando as variações de energia potencial e cinética dos componentes da mistura. Considerando-se ainda que os processos são adiabáticos e sem a realização de trabalho, um balanço simples de entalpia pode ser aplicado.

- a) Então o balanço de energia para os  $n$  primeiros estágios da coluna, para uma mistura binária, é:

$$L_a H_{L,a} + V_{n+1} H_{V,n+1} = L_n H_{L,n} + V_a H_{V,a} \quad (5)$$

onde  $H_L$  e  $H_V$  são as entalpias molares das fases L e V, respectivamente. Para misturas ideais: **Entalpia = f (temperatura e composição).**

- b) Balanço entálpico global na coluna:

$$L_a H_{L,a} + V_b H_{V,b} = L_b H_{L,b} + V_a H_{V,a} \quad (6)$$

# MÉTODO GRÁFICO PARA SISTEMAS BINÁRIOS

Para sistemas contendo apenas dois componentes é possível resolver muitos problemas de transferência de massa graficamente.

Esses métodos baseiam-se em balanços materiais e na relação de equilíbrio; e alguns um pouco mais complexos requerem também os balanços de energia ou entálpicos. Os métodos mais complexos serão discutidos posteriormente.

## **a) Linha de operação**

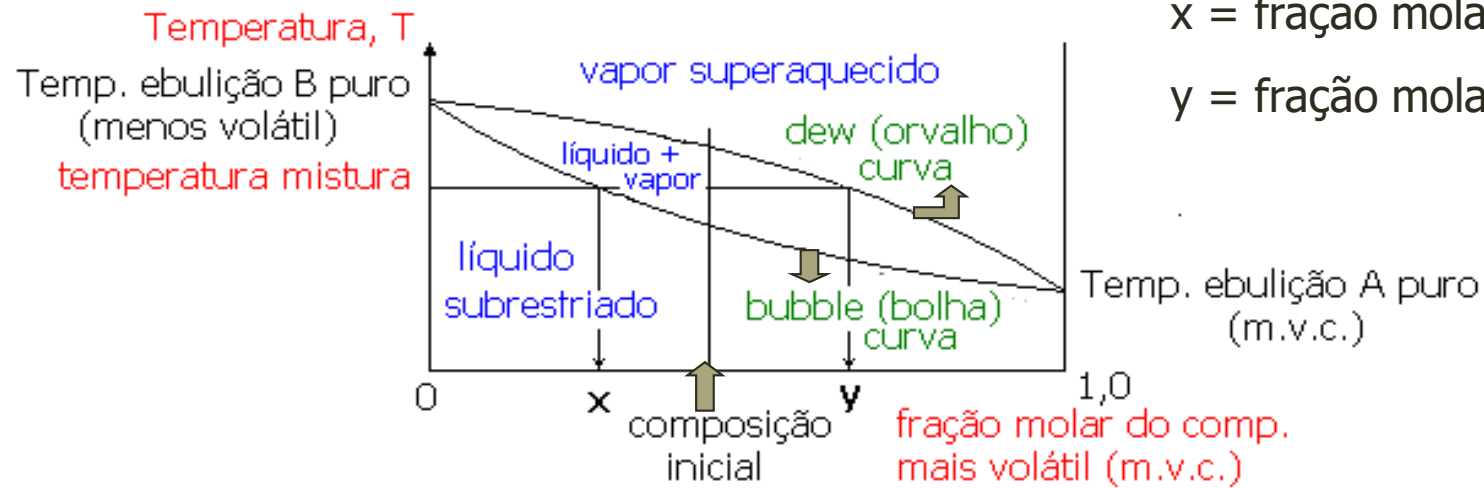
Para sistemas binários, a composição das duas fases para uma operação em estágios com fluxos contracorrentes pode ser representada num diagrama ou gráfico onde a abscissa é  $x$  e a ordenada é  $y$ . Explicitando  $y_{n+1}$  da Eq. 2 (balanço material entre o topo e o prato genérico  $n$ ) teremos:

$$y_{n+1} = \frac{L_n}{V_{n+1}} x_n + \frac{V_a y_a - L_a x_a}{V_{n+1}} \quad (7)$$

**Obs:**

No procedimento gráfico deve-se representar no diagrama  $y$  versus  $x$ , a **Linha de Operação** (Eq. 7) e a **relação de equilíbrio** do sistema.

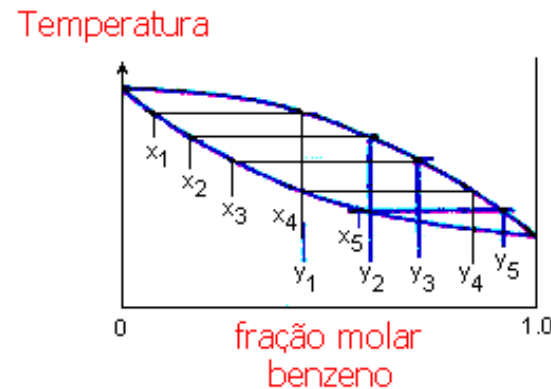
## Dados equilíbrio líquido-vapor (misturas binárias)



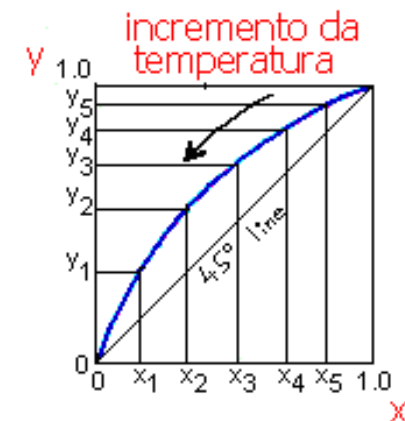
$x$  = fração molar (m.v.c.) no líquido

$y$  = fração molar (m.v.c.) no vapor

**Digrama  $T$  versus  $x$  e  $y$**

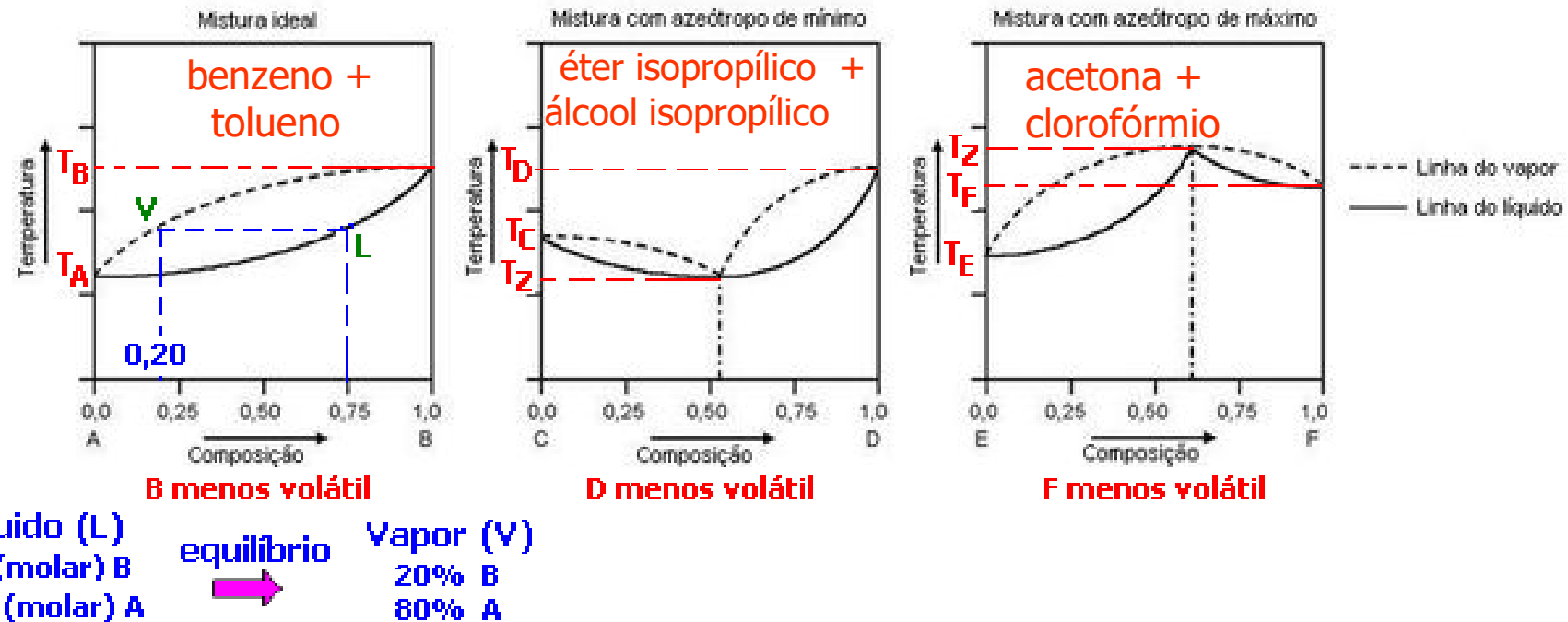


**Digrama  $y$  versus  $x$**



## Dados equilíbrio líquido-vapor (misturas binárias)

Diagrama Temperatura *versus* composição à pressão constante:  
alguns tipos



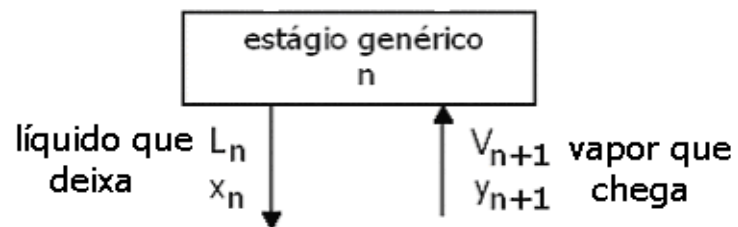
A **Eq. (7)**, relaciona a composição do vapor/gás que chega ao estágio **n** ( $y_{n+1}$ ), com a composição do líquido que deixa ( $x_n$ ) o mesmo estágio **n**, como mostra a figura a seguir.

A **Eq. (7)** é denominada de **LINHA DE OPERAÇÃO** para a coluna com N estágios em cascata (contracorrentes), ou seja, se plotarmos os pontos  $y_{n+1}$  em função de  $x_n$  teremos no diagrama  $y$  vs.  $x$  a linha de operação.

Notar que se  $L_n$  e  $V_{n+1}$  forem constantes ao longo da coluna ( $L_n \approx L_a = \text{constante} \equiv L$  e  $V_{n+1} \approx V_a = \text{constante} \equiv V$ ) então, a **Eq. (7)** é uma linha RETA com as seguintes características:

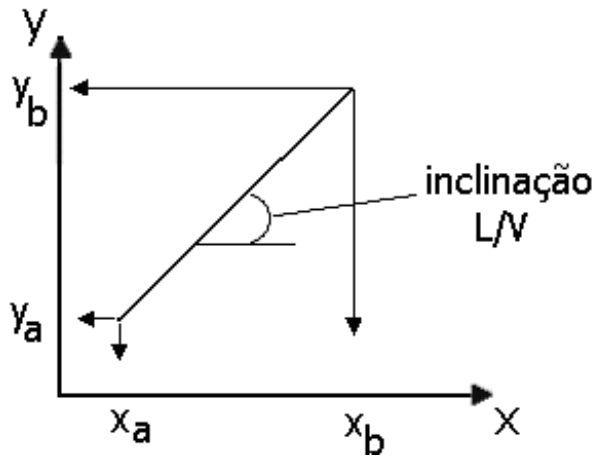
$$y_{n+1} = \frac{L}{V} x_n + \frac{V y_a - L x_a}{V} = \frac{L}{V} x_n + y_a - \frac{L}{V} x_a \quad (8)$$

- inclinação da Linha de Operação:  **$L/V$**
- a Linha de Operação intercepta o eixo  $y$  ( $x_n=0$ ) em  **$y_a - (L/V)x_a$**



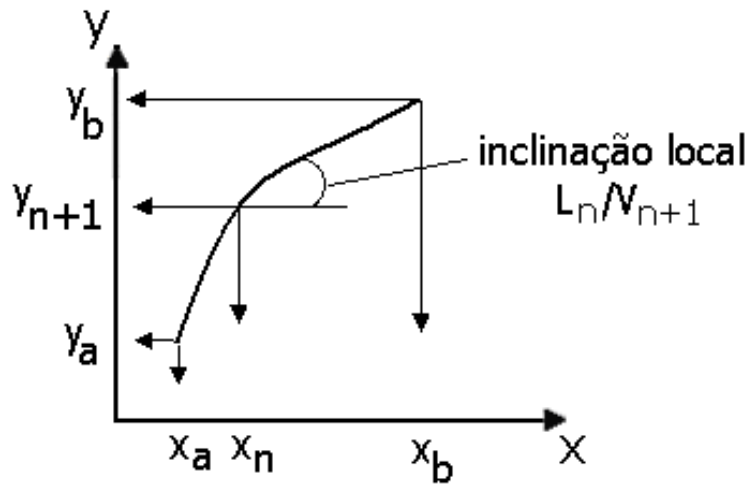
Representação da composição do vapor/gás que chega com o líquido que deixa o estágio **n**.

Para o caso de  $L$  e  $V$  constantes (sistemas diluídos) ao longo da coluna, a **Linha e Operação** pode ser traçada, conhecendo-se apenas as composições terminais da coluna  $(x_a, y_a)$  e  $(x_b, y_b)$ , o que seria equivalente a estender o balanço material para os  $N$  estágios da coluna e não apenas para o  $n$  primeiros estágios.



← Linha de operação conhecendo as composições terminais (topo e base) e a razão entre as taxas de líquido e gás  $L/V$  (constante)

**Importante:** Quando os fluxos molares não forem constantes ao longo da coluna (sistemas reais e/ou concentrados) então, a LINHA DE OPERAÇÃO **não será LINEAR**. Nesse caso, as composições terminais podem ser utilizadas para estabelecer as extremidades da LINHA DE OPERAÇÃO, e para obter os pontos intermediários DEVE-SE desenvolver balanços materiais em posições intermediárias da coluna.



Linha de operação conhecendo as composições terminais e  $L/V$  variável.

A posição relativa das linhas de operação e equilíbrio estabelece o sentido da transferência de massa e também o número de estágios necessários para uma determinada separação.

Os dados de equilíbrio podem obtidos das seguintes formas:

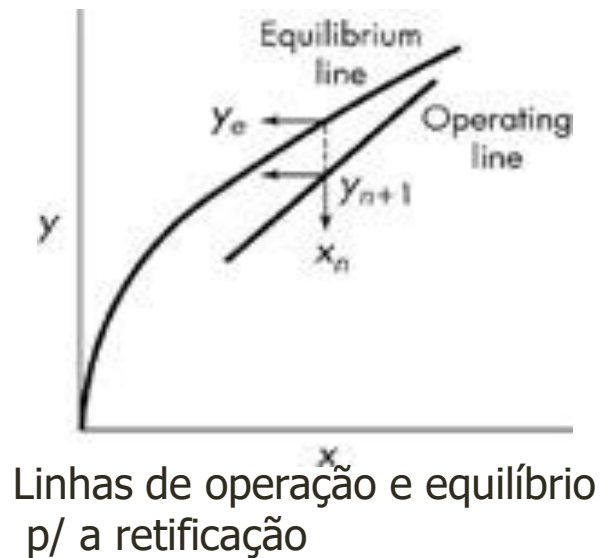
- experimentalmente (infraestrutura sofisticada)
- calculados por relações termodinâmicas
- obtidos em publicações/periódicos



Posição relativas das **LINHAS DE OPERAÇÃO** e **EQUILÍBRIO** para algumas operações de transferência de massa:

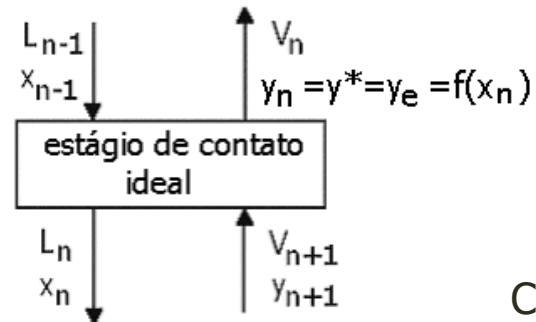
**a) Para uma coluna de destilação do tipo retificação (alimentação no *reboiler*):**

Neste caso a linha de operação encontra-se abaixo da linha de equilíbrio como ilustra a figura a seguir



$$y^* \equiv y_e = f_1(x) \Rightarrow \text{Equilíbrio}$$

$$y_{n+1} = f_2(x_n) \Rightarrow \text{Operação (coluna estágios de contato com fluxos contracorrentes)}$$



**Coluna de destilação**  
Enriquecimento do vapor ascendente, ou seja:  $y_n > y_{n+1}$

**O que vale dizer:**  
Curva Equilíbrio **acima** da Linha de Operação

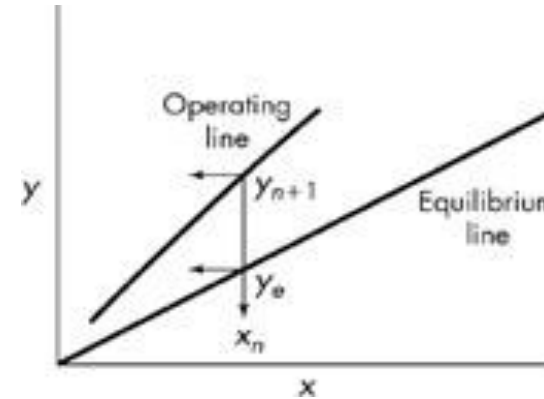
*Driving force* ou força motriz p/ TM é:  $y_e - y_{n+1}$

$L_n$  e  $V_n$  em equilíbrio(estágio ideal)

## b) Para absorção gasosa:

Neste caso o componente (soluto) é transferido da fase V para a fase L, assim a linha de operação encontra-se acima da linha de equilíbrio, como mostra a figura abaixo. O *driving force*, neste caso, é:

*Driving force* ou força motriz p/ TM é:  $Y_{n+1} - Y_e$



Linhas de operação e equilíbrio para a absorção gasosa.

Obs.: Nos **processos reais** (concentrados) na absorção gasosa a taxa molar de gás ascendente (V) diminui enquanto a de líquido descendente (L) aumenta.

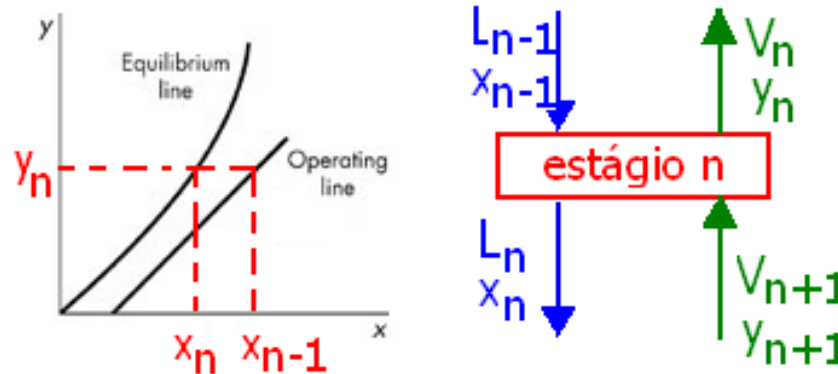
### c) *Desorption*

Na operação inversa da absorção, isto é, na dessorção gasosa ou *stripping* ou ainda esgotamento, o soluto é transferido da fase líquida para a fase gasosa. Pode-se aplicar a dessorção para recuperar o solvente da operação de absorção gasosa. Na dessorção, a linha de operação encontra-se abaixo da linha de equilíbrio, como mostra a figura abaixo. Pode-se alterar a pressão e a temperatura de operação na coluna para tornar a curvatura da linha de equilíbrio mais pronunciada que a absorção.

Força motriz na **fase líquida (L)**

$$x_{n-1} - x_n$$

**Linha Operação:**  $x_{n-1} = f_3(y_n)$

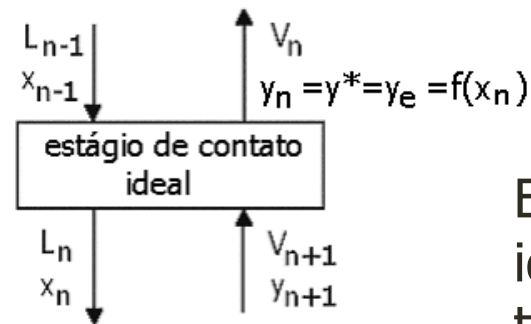


Linhas de operação e equilíbrio para a dessorção.

## ESTÁGIO DE CONTATO IDEAL

O estágio de contato é considerado **IDEAL**, quando as correntes que deixam o estágio ( $L_n$  e  $V_n$ ) encontram-se em **EQUILÍBRIO**, o que vale dizer que a relação entre  $y_n$  e  $x_n$  é uma relação de equilíbrio, como ilustra a figura:

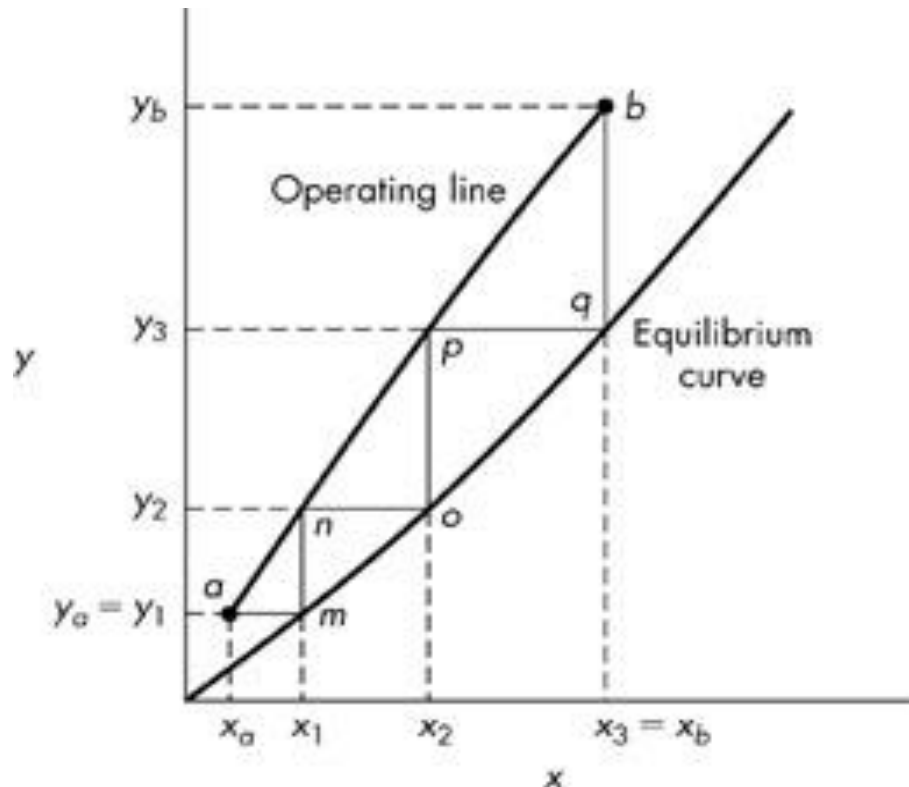
$L_n$  e  $V_n$  em equilíbrio



Esquema de um estágio ideal e contato para transferência de massa

## COMO DETERMINAR O NÚMERO IDEAL DE ESTÁGIOS

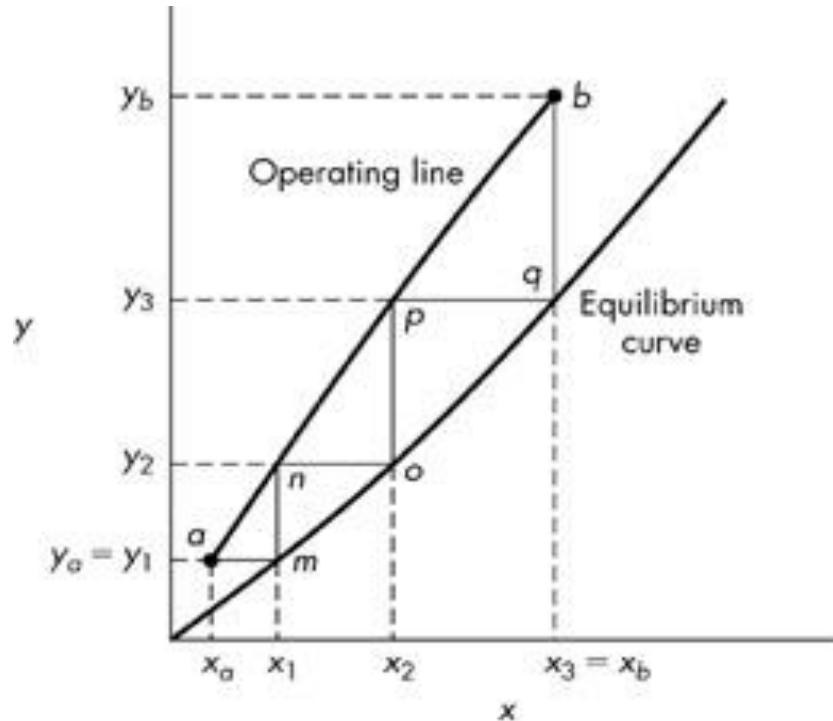
Um problema genérico importante é encontrar o **número ideal** de estágios necessários, numa operação de estágios em cascata com fluxos contracorrentes. **Para uma mistura binária, pode-se obter graficamente o número  $N$ , necessário para alterar as concentrações das correntes de  $x_a$  para  $x_b$  ou  $y_a$  para  $y_b$ .** A figura ilustra esse procedimento gráfico para a operação de absorção.



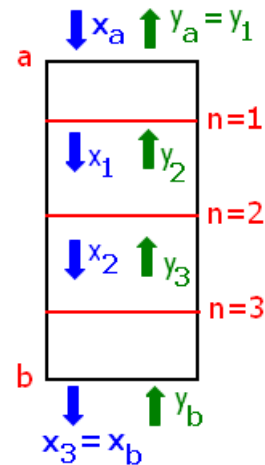
Estágios ideais ou de equilíbrio para a absorção gasosa

- Coordenadas dos pontos extremos da Linha de Operação: ponto **a**:  $(x_a, y_a)$  e ponto **b**:  $(x_b, y_b)$
- Concentração do gás que deixa o **estágio 1**:  $y_a$  ou  $y_1$
- Se o estágio 1 é ideal ou de equilíbrio então, o líquido que deixa o estágio 1 encontra-se em equilíbrio com o gás; assim o ponto  $(x_1, y_1)$  é um ponto da linha de equilíbrio, que determina o ponto **m** na figura. O ponto **m** é obtido traçando-se uma linha horizontal pelo ponto **a** até a curva de equilíbrio.

# COMO DETERMINAR O NÚMERO IDEAL DE ESTÁGIOS



- O ponto **m** é obtido traçando-se uma linha horizontal pelo ponto **a** até a curva de equilíbrio.
- Agora utilizando a Linha de Operação, cujas coordenadas são sempre  $(x_n, y_{n+1})$ . Assim, traçando-se uma linha vertical por **m** até a LO tem-se o ponto **n**, com coordenadas são  $(x_1, y_2)$ .



## Coluna de absorção com 3 estágios

Como calcular **x**: Linha de Equilíbrio

$$x_n = f_1(y_n^*)$$

Como calcular **y**: Linha de Operação

$$y_{n+1} = f_2(x_n)$$

**Primeiro estágio ideal da coluna:** o estágio ou a figura formada pelos pontos **amn**

O segundo estágio da coluna é obtido graficamente no diagrama (x vs. y) repetindo o mesmo procedimento, ou seja, linha horizontal por **n** e encontrando o ponto **o** e vertical por **o** obtendo o ponto **p**.

**Segundo estágio ideal da coluna:** o estágio ou a figura formada pelos pontos **nop**.

**Terceiro estágio ideal da coluna:** o estágio ou a figura formada pelos pontos **pqb**

Para a situação ilustrada na figura anterior; são necessários três estágios ideais, numa operação de absorção gasosa, para reduzir a concentração de soluto no gás de **y<sub>b</sub>** de para **y<sub>a</sub>** ou aumentar a concentração de soluto no líquido de **x<sub>a</sub>** para **x<sub>b</sub>**.

O procedimento gráfico de construir ***step-by-step***, utilizando alternativamente, a linha de operação e a curva de equilíbrio, para obter o número ideal de estágios, foi aplicado pela primeira vez para coluna de retificação, e é conhecido como **método de McCabe-Thiele**.

**Exemplo 1: Coluna de pratos para absorção de acetona.** Um óleo não volátil é utilizado para absorver a acetona presente numa mistura com ar. O gás à entrada ou a base da coluna contém 30% (molar) de acetona e o óleo no topo da coluna encontra-se isento de acetona. Deve-se absorver 97% da acetona e a fração molar do líquido (óleo+acetona) à saída da coluna é de 10%. A relação de equilíbrio nas condições de operação da coluna pode ser representada por:  $y^* = y_e = 1,9x$ .

Plotar a linha de operação e determinar o número ideal de estágios necessários para a separação?

**Dados:**

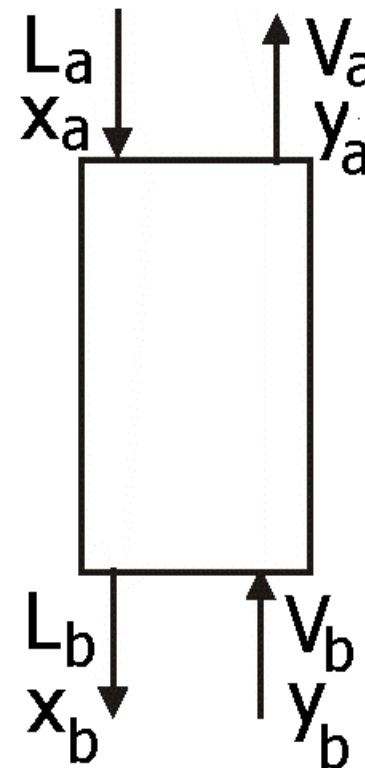
$$y_b = 0,30$$

$$x_b = 0,10$$

$$x_a = 0 \text{ (óleo puro)}$$

$$y^* = 1,9x$$

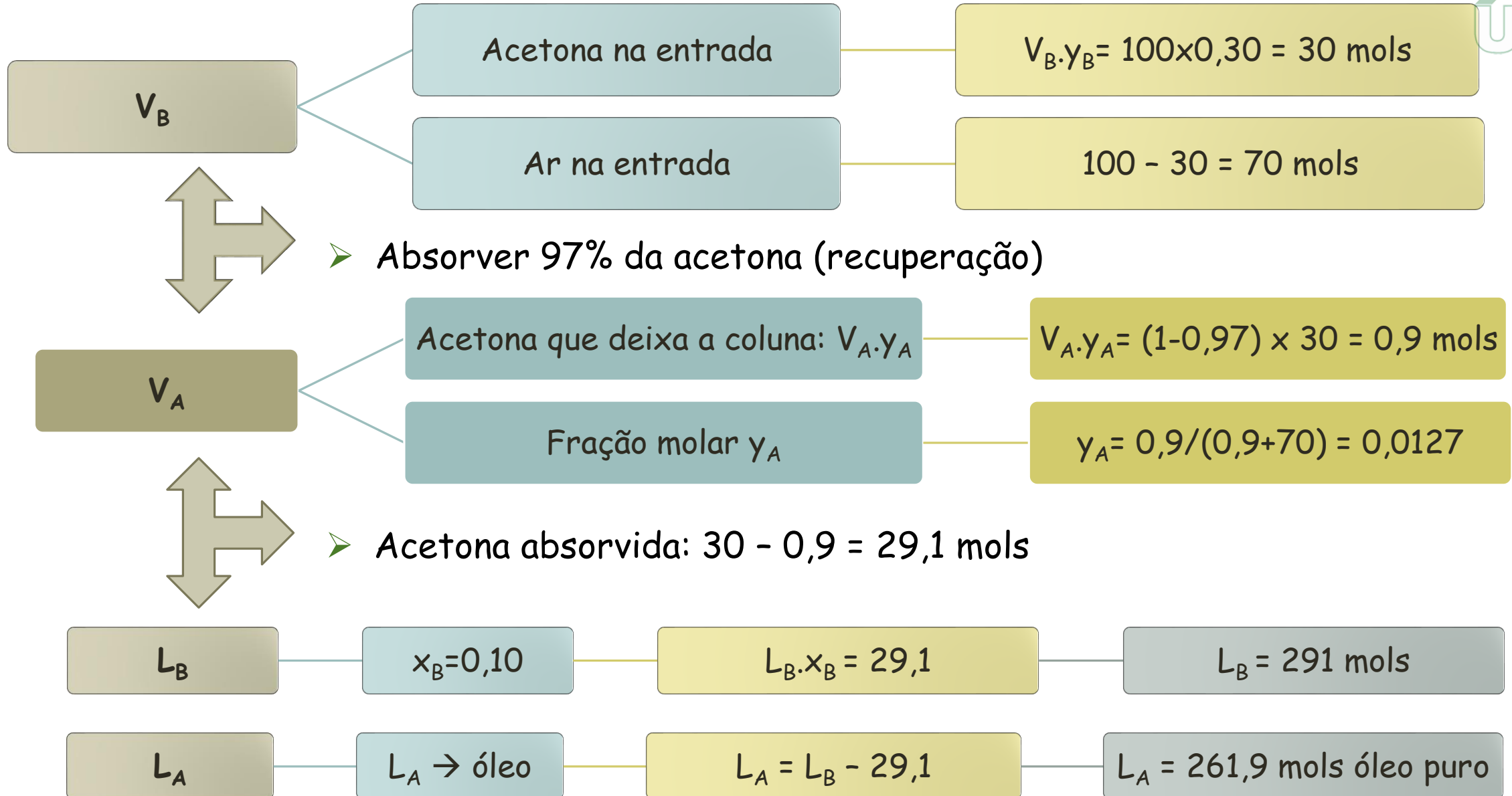
**Recuperação = 97%**





## Solução:

- Base de cálculo:  $V_B = 100$  mols



- Pontos intermediários da L.O.:  $0,9 \leq V_{n+1} y_{n+1} \leq 30$

- 1ª suposição:**  $V_{n+1} \cdot y_{n+1} = 10$

$$y_{n+1} = \frac{10}{10 + 70} = 0,125$$

Pelo balanço:  $L_n \cdot x_n = 10 - 0,9 = 9,1$

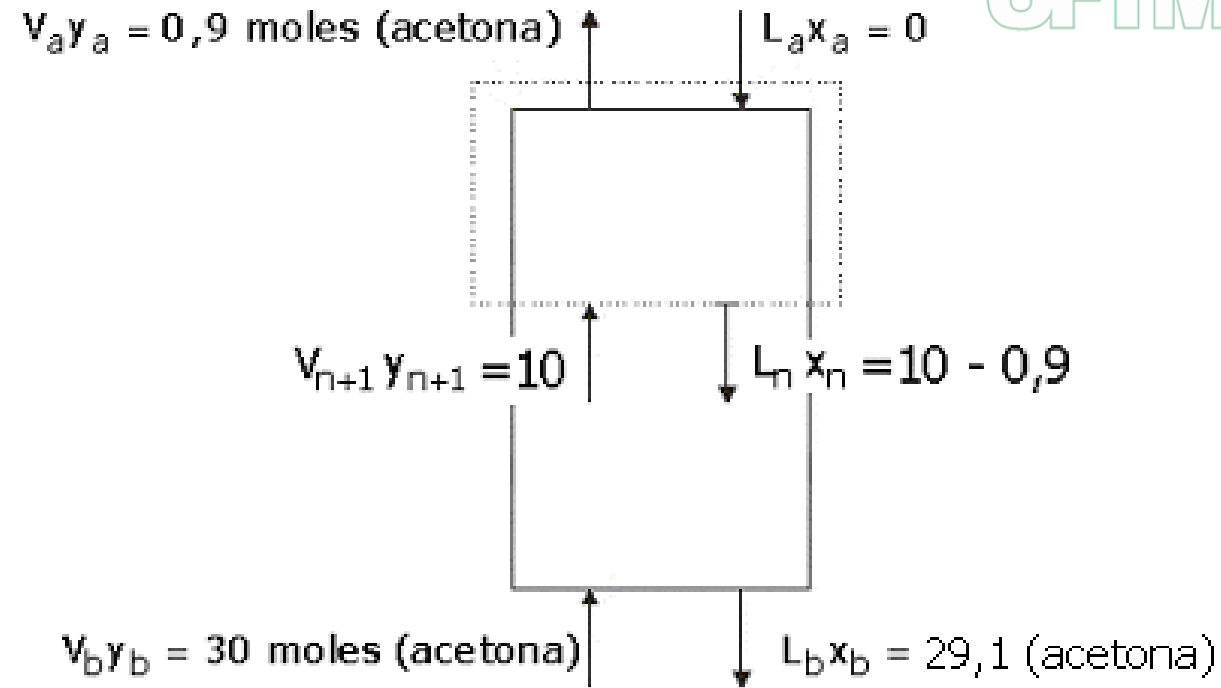
$$x_n = \frac{9,1}{261,9 + 9,1} = 0,0336$$

- 2ª suposição:**  $V_{n+1} \cdot y_{n+1} = 20$

$$y_{n+1} = \frac{20}{20 + 70} = 0,222$$

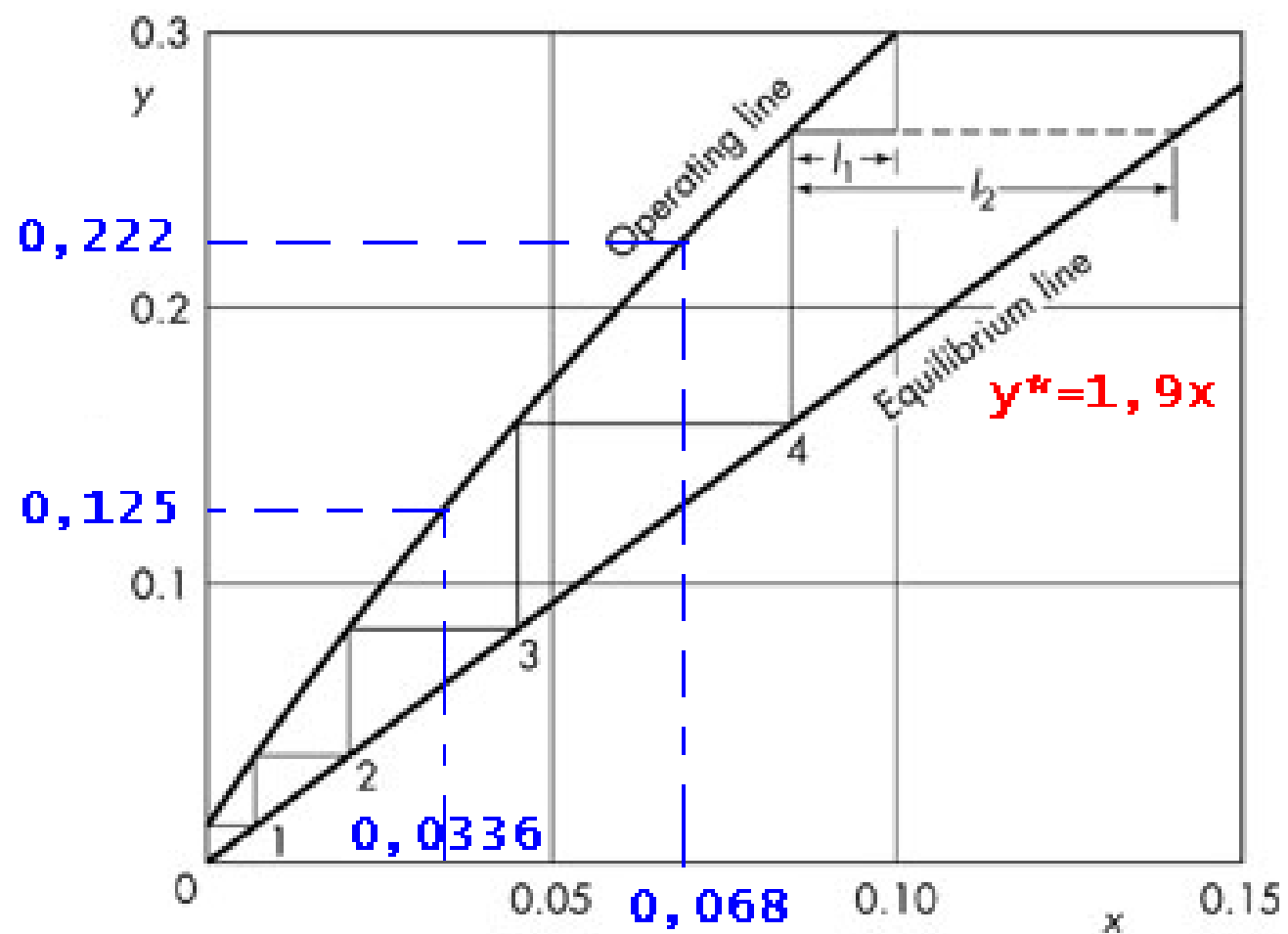
Pelo balanço:  $L_n \cdot x_n = 20 - 0,9 = 19,1$

$$x_n = \frac{19,1}{261,9 + 19,1} = 0,068$$



- Outra forma de obter pontos intermediários:
- Arbitrar  $x_n \rightarrow L_n$
- Por balanço global  $\rightarrow$  obter  $y_{n+1}$

## Solução exemplo 1:



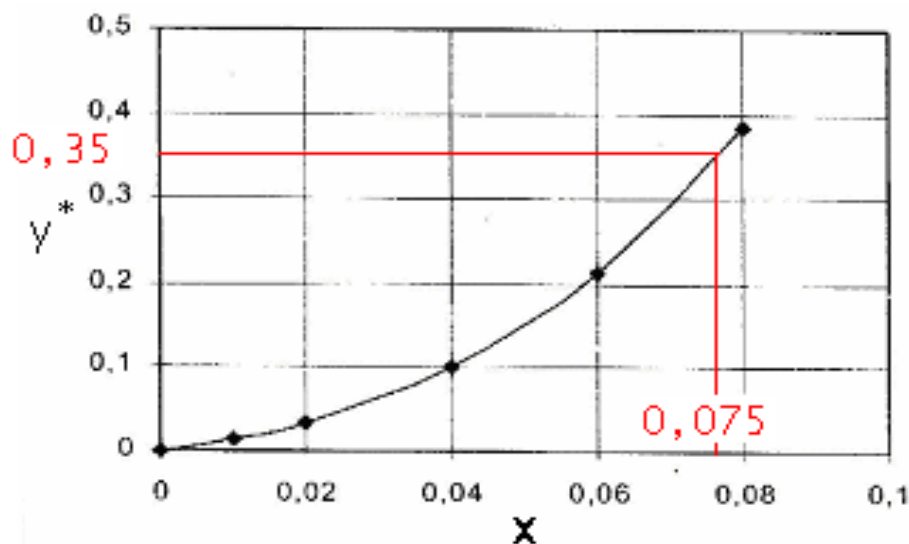
$$N = 4 + \frac{l_1}{l_2} \cong 4,3$$

## Exemplo 2: Coluna para absorção de $\text{NH}_3$

Razões econômicas e ambientais indicam a necessidade de recuperar uma corrente de gás contendo 35% (molar) de amônia e 65% (molar) de ar. Para tal, um engenheiro químico pretende utilizar uma torre de absorção que opera em contracorrente com água limpa, a uma pressão de 1,0 bar. Considerando os dados da figura a seguir, calcule o número mínimo de moles de água necessário, para cada 100 moles de gás de entrada, para recuperar 99% da amônia.

Dados da questão:  $y_b = 0,35$        $V_b = 100$  moles e  $x_a = 0$  (água pura)

Conceito importante cobrado na questão: CONDIÇÃO LIMITE DE OPERAÇÃO EM COLUNA DE ABSORÇÃO GASOSA



Fração molar de amônia para a mistura  $\text{NH}_3$  - ar,  $y^*$ , em função da fração molar da fase líquida,  $x$

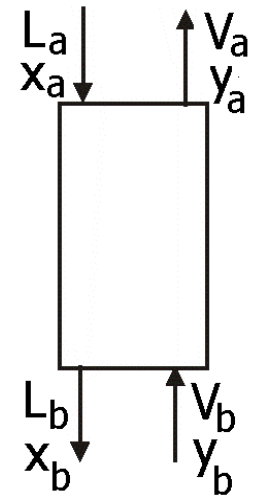
- Balanço material global para o soluto (amônia):

$$V_b \cdot y_b + L_a \cdot x_a = V_a \cdot y_a + L_b \cdot x_b$$

- Importante:** condição de operação limite ou a menor quantidade de líquido absorvedor para um dado valor de  $V_b$ ; é a menor quantidade de líquido necessária para reduzir a fração molar de soluto no gás, deve reduzir de  $y_b$  para  $y_a$ .
- $L_a = (L_a)_{\min} \rightarrow x_b = x_b^*$  (em equilíbrio com  $y_b$  ou o líquido está saturado à saída)

$$V_b y_b + (L_a)_{\min} x_a = V_a y_a + L_b x_b^* \quad (1)$$

- Da curva de equilíbrio:  $y_b = 0,35 \rightarrow x_b^* = 0,075$ 
  - 100 mols de gás na entrada: 35 mols de  $\text{NH}_3$  e 65 mols de ar
  - Para recuperação de 99% de amônia:  
 $0,99 \times 35 = 34,65$  mols de  $\text{NH}_3$  são removidos  
 $35 - 34,65 = 0,35$  mols de  $\text{NH}_3$  não são removidos



- Para recuperação de 99% de amônia:  
 $0,99 \times 35 = 34,65$  mols de  $\text{NH}_3$  são removidos  
 $35 - 34,65 = 0,35$  mols de  $\text{NH}_3$  não são removidos
- $V_{a,ya} = 0,35$  mols de  $\text{NH}_3$
- $(L_b)_{\min} = (L_a)_{\min} + 34,65$

**Grande variação de  $L$  e  $V \rightarrow L.O.$  não linear**

- Do balanço global para amônia (condição limite):

$$100 \times 0,35 + 0 = 0,35 + [(L_a)_{\min} + 34,65] \times 0,075 \quad \therefore$$

$(L_a)_{\min} = 427$  moles de água pura para cada 100 moles de gás que entra na coluna

## Método analítico (fator de absorção) para o cálculo do número ideal de estágios

- Procedimento para o cálculo do número ideal de estágios (N) quando as linhas de operação e equilíbrio são retas.
- Na suposição de Linha de Operação linear/reta, então podemos dizer que:  $L_{n+1} \equiv L_a \equiv L \equiv \text{constante}$  e  $V_{n+1} \equiv V_n \equiv V \equiv \text{constante}$ .
- Se as linhas de operação e equilíbrio forem retas no intervalo  $x_a$  e  $x_b$ , então o número ideal de estágios pode ser calculado analiticamente, sendo desnecessário o procedimento gráfico que seria bastante impreciso, sobretudo se as retas forem próximas (pequena força motriz).
- Admitindo que a relação de equilíbrio pode ser definida como sendo (para **m** e **B** constantes):  
$$y^* \equiv y_e = mx_e + B \quad (9)$$
- Se o estágio genérico n for ideal (relação de equilíbrio), então:

$$y_n = mx_n + B \quad \text{ou} \quad x_n = \frac{y_n - B}{m} \quad (10)$$

- A reta de operação para um sistema multiestágios com fluxos contracorrentes para a absorção é dada por:

$$y_{n+1} = \frac{L}{V} x_n + y_a - \frac{Lx_a}{V} \quad (11)$$

- Substituindo a Eq. 10 na Eq. 11, teremos:

$$y_{n+1} = \frac{L(y_n - B)}{mV} + y_a - \frac{Lx_a}{V} \quad (12)$$

- Definindo de forma conveniente o fator de Absorção (A), como sendo a razão entre as inclinações da reta de operação (L/V) e da reta de equilíbrio (m), então:

$$A \equiv \frac{L}{mV} \quad (13)$$

- Observar que quando  $A = 1$  as duas retas (Operação e Equilíbrio) serão paralelas.
- Substituindo a Eq. 13 na Eq. 12, teremos:

$$y_{n+1} = A(y_n - B) + y_a - Amx_a$$

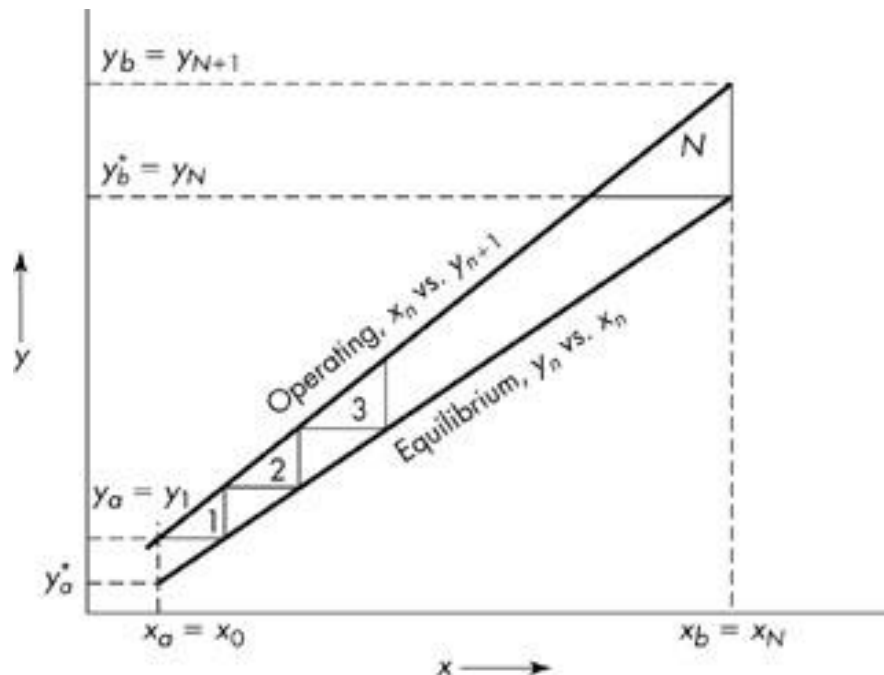
$$y_{n+1} = Ay_n - A(\underbrace{mx_a + B}_{y_a^*}) + y_a \quad (14)$$



- Na Eq. 14, a quantidade  $y_a^* = m \cdot x_a + B$ , de acordo com a Eq. (9), é a fração molar de vapor que se encontra em equilíbrio com o líquido (L) na entrada da coluna cuja composição é  $x_a$ . Assim, a representação  $y^*$  denota a fração molar da fase vapor (V) em equilíbrio com a fase líquida (L):

$$y_{n+1} = Ay_n - Ay_a^* + y_a \quad (15)$$

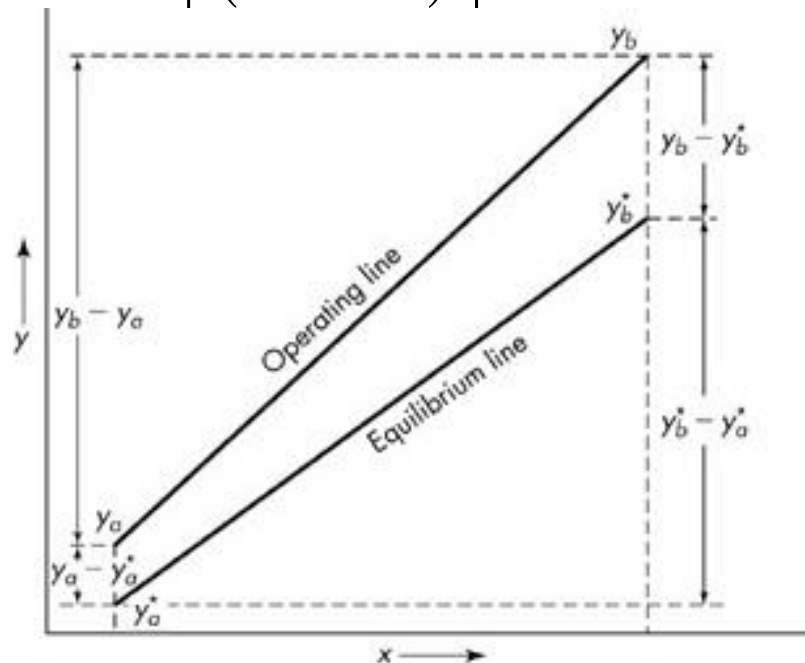
- A Eq. (15) pode ser aplicada passo a passo calculando o valor de  $y_{n+1}$  para cada estágio partindo do 1º estágio. Este método pode ser representado esquematicamente através da figura abaixo.



Estágios para absorção quando CE e LO são lineares.

- A partir das equações anteriores, chega-se na expressão que descreve o número teórico total de estágios (N) para uma operação de absorção quando as Linhas de Operação e de Equilíbrio são retas (linhas divergentes; ou para  $A > 1,0$ ):

$$N = \frac{\ln \left[ \frac{(y_b - y_b^*)}{(y_a - y_a^*)} \right]}{\ln \left[ \frac{(y_b - y_a)}{(y_b^* - y_a^*)} \right]} = \frac{\ln \left[ \frac{(y_b - y_b^*)}{(y_a - y_a^*)} \right]}{\ln A}$$



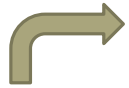
Diferença de concentrações da equação acima


- Quando as linhas de operação e equilíbrio são paralelas:

$$A = \frac{L}{V} \frac{1}{m} = 1$$

- $\ln A = \ln 1 = 0$  e  $N$  é **indeterminado** ? Como calcular o número de pratos ??

$$N = \frac{y_b - y_a}{y_a - y_a^*} = \frac{y_b - y_a}{y_b - y_b^*}$$


 Variação global de fração/composição da fase gasosa


 Driving force (força motriz) para a TM

- Quando  $A < 1$ , deve-se inverter (numerador e denominador) resultando na seguinte expressão:

$$N = \frac{\ln \left[ \frac{(y_a - y_a^*)}{(y_b - y_b^*)} \right]}{\ln \left( \frac{1}{A} \right)} = \frac{\ln \left[ \frac{(y_a - y_a^*)}{(y_b - y_b^*)} \right]}{\ln \left[ \frac{(y_b^* - y_a^*)}{(y_b - y_a)} \right]} \quad (16)$$

## Considerações sobre **ABSORÇÃO GASOSA**:

- A força motriz para a transferência de massa localiza-se na fase gasosa (V).
- No projeto de absorvedores, usualmente, ajusta-se a taxa molar de líquido (L) para fazer com que a inclinação da LO seja MAIOR que LE, ou de outro modo,  $A > 1,0$ .
- Valores de  $A < 1,0$  são utilizados quando a coluna é projetada para remover mais de um (2, 3 ou mais) soluto presente no gás.

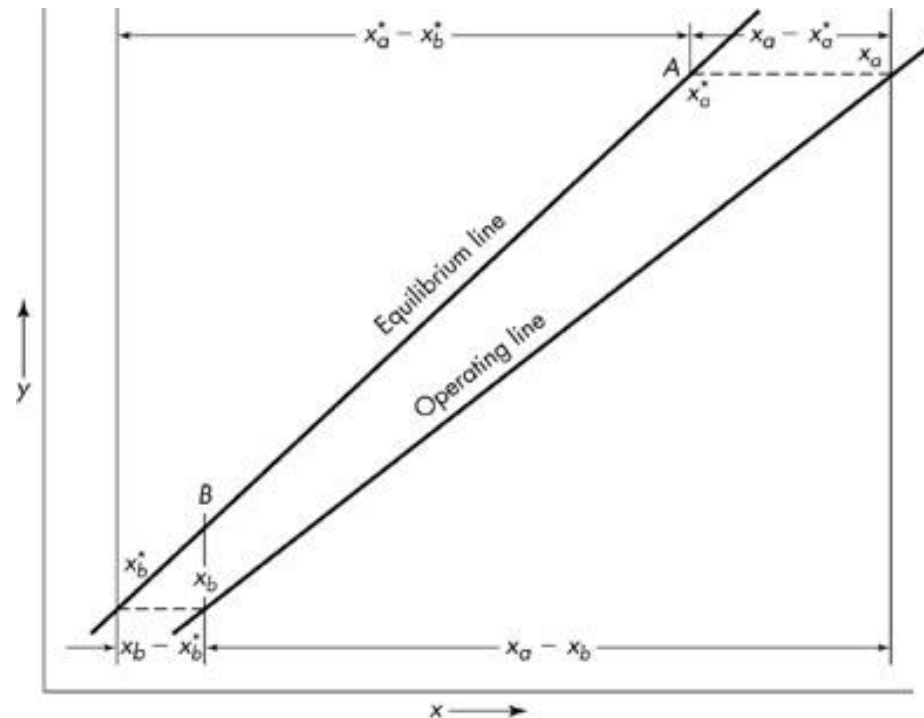
### **Forma da eq. anterior ( $A < 1,0$ ) para a fase L**

- Na operação de stripping (inversa da absorção) quando efetuamos a limpeza de uma corrente líquida utilizando um gás de arraste, a força motriz para transferência de massa localiza-se na fase líquida (L).
- Assim, a Eq. (16) pode ser adaptada para calcular o número teórico de estágios para a operação de STRIPPING, quando as LO e CE são RETAS. Basta substituir  $y$  por  $x$  na Eq. (16).
- Devemos lembrar que o sentido do fluxo de líquido na coluna é INVERSO do fluxo de gás. O que vale dizer que o maior gradiente de fração molar de soluto no líquido encontra-se no TOPO da coluna.

- Similarmente, definindo de forma conveniente o fator de *stripping* (S), como sendo a razão entre as inclinações CE (m) e a LO (L/V), então:

$$S \equiv \frac{1}{A} = \frac{mV}{L} = \frac{x_a - x_b}{x_a^* - x_b^*} \quad \text{para } S > 1,0$$

- Usualmente, as condições operacionais são ajustadas ou escolhidas para fazer  $S > 1,0$ .



**Exemplo 3:** Coluna de dessorção ou *stripping* para remoção de  $\text{NH}_3$ . Amônia é *stripped* de uma solução aquosa diluída em contato com ar numa coluna de dessorção que contém 7 pratos/estágios. A relação de equilíbrio, nas condições de operação da coluna é  $y_e = 0,8 \cdot x$ . Quando a taxa molar de ar é 1,5 vezes a taxa molar da solução (água+ $\text{NH}_3$ ) no interior da coluna, 90% da amônia é absorvida.

a) Quantos estágios ideais (N) são necessários para a separação e qual a eficiência da coluna?

b) Qual a porcentagem de remoção de  $\text{NH}_3$  que seria obtida se a taxa molar de ar no interior da coluna aumentar para 2,0 vezes a taxa molar da solução?

**Solução:**  $V/L = 1,5$  e a coluna tem 7 estágios ( $n^\circ$  real de pratos)

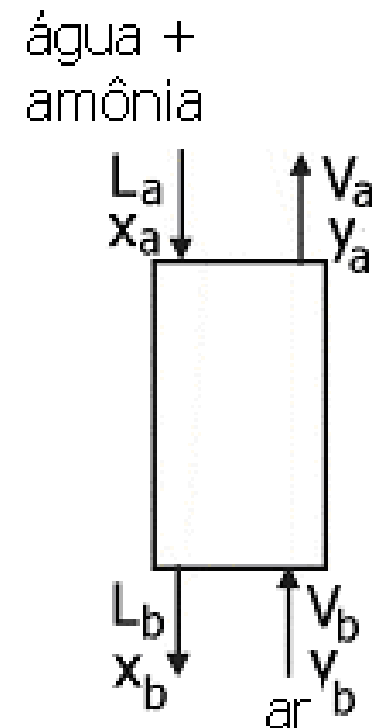
$$y_e = 0,8 \cdot x$$

Solução diluída  $\rightarrow$  L.O. é linear  $\rightarrow$  Kremser

Cálculo do fator de dessorção S:  $S = \frac{m \cdot V}{L} = 0,8 \times 1,5 = 1,2$

Como  $S > 1,0$  (L.O. e C.E. são divergentes):

$$N = \frac{\ln \left[ \frac{(x_a - x_a^*)}{(x_b - x_b^*)} \right]}{\ln S} \quad (1)$$



Como não conhecemos  $x_a$  (solução diluída), expressar todas as frações em função de  $x_a$  (concentração de  $\text{NH}_3$  na solução aquosa na entrada da coluna)



Para sistema diluído:  $L_a \approx L_b \approx L$  e  $V_a \approx V_b \approx V$

Ar puro:  $y_b = 0 \rightarrow x_b^* = 0$  (2)

Balanço material global na coluna para  $\text{NH}_3$ :  $V(y_a - y_b) = L(x_a - x_b)$  (3)

Como 90% de  $\text{NH}_3$  deve ser dessorvida:

$$\text{Rec} = 0,90 = \frac{x_a - x_b}{x_a} \text{ ou } x_b = (1 - 0,90)x_a \text{ ou } x_b = 0,1 x_a \quad (4) \text{ em (3)}$$

$$V(y_a - 0) = L(x_a - 0,1x_a) \quad \longrightarrow \quad y_a = \frac{L}{V}(0,9x_a) = \frac{0,9}{1,5} x_a = 0,6x_a$$

$$\text{Da relação de equilíbrio: } x_a^* = y_a/m = 0,6.x_a/0,8 \quad (5)$$

De 3, 4 e 5 em 1:

$$N = \frac{\ln \left[ \left( \frac{x_a - 0,75x_a}{0,1x_a - 0} \right) \right]}{\ln(1,2)} = \frac{\ln(0,25x_a / 0,1x_a)}{\ln(1,2)} = 5,02$$

Para efetuar a separação, necessitamos de 5,02 estágios IDEAIS

$N_{\text{REAL}} = 7,0$  estágios, então: Eficiência global da coluna

$$\eta_o(\%) = \frac{N(\text{ideal})}{N_{\text{REAL}}} \times 100 = \frac{5,02}{7} \times 100 = 72\%$$

Obs: Os cálculos foram feitos sem o conhecimento de  $x_a$  e  $x_b$  .(sistema diluído)



b) Se  $V/L$  aumentar para 2,0 e o número ideal de estágios ( $N$ ) não mudar, então:

$$S = \frac{m}{L/V} = \frac{0,8}{0,5} = \frac{0,8}{0,5} = 1,6$$

$$N = 5,02 = \frac{\ln \left[ \frac{(x_a - x_a^*)}{(x_b - x_b^*)} \right]}{\ln(1,6)} \quad \text{ou} \quad 5,02 \times \ln(1,6) = \ln \left[ \frac{(x_a - x_a^*)}{(x_b)} \right] = 2,36$$

Ou ainda,  $\frac{x_a - x_a^*}{x_b} = \exp(2,36) = 10,59$  **Eq. (6)**

**Como resolver a Eq. (6) ?**

Definição adequada, neste caso (recuperação p/*stripping*)

**f** = fração de  $\text{NH}_3$  removida da água pelo ar

**1 - f** = fração de  $\text{NH}_3$  não removida da água pelo ar

Então, similarmente a **Eq. (4)**,  **$x_b = (1-f)x_a$**  **Eq. (7)**

Balanco material global para  $\text{NH}_3$  :  $y_a = \frac{L}{V}(x_a - x_b) = \frac{1}{2}[x_a - (1-f)x_a] = \frac{1}{2}f x_a$

Da relação de equilíbrio:  $x_a^* = \frac{y_a}{m} = \frac{0,5f x_a}{0,8} = 0,625f x_a$

Então:  $x_a - x_a^* = x_a - 0,625f x_a = x_a(1 - 0,625f)$  **Eq. (8)**

Substituindo as Eqs. (7) e (8) na Eq. (6), teremos:

$$\frac{x_a - x_a^*}{x_b} = 10,59 = \frac{x_a(1 - 0,625f)}{(1 - f)x_a} \therefore f = 0,962$$

o que vale dizer que 96,2% da  $\text{NH}_3$  é removida da água (ou seja, aumentando a relação **V/L** de **1,5** para **2,0** a recuperação aumentou de 90 para 96,2%).

### Solução exemplo 3:

A condição original e a nova condição operacional encontram-se esquematizadas no gráfico abaixo:

