Fenômenos de Transporte II:

* Bibliografia:

- Bird, R. B.; Fenômenos de Transporte
- Incropera, F. P.; Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa.

* Provas:

- Prova 1: 12/08/2022
- Prova 2: 16/09/2022
- Prova 3: 20/10/2022

Digitalizado com CamScanner

Fenômenos de Transporte II:

* Introdução:

- Comparação dos fenomenos de transporte:

· FT 1: Quantidade de movimento
· FT 2: Calor
· FT 3: Massa

- Nos têmos como objetivo em aprender os fenômenos de dimensionar os equipamentos que utilizaremos.

* Introdução: FT 1.

- Temos que saber:

· Hidroestática.
· Escoamento de fluidos.
· Equoção da continuidade.
· Equação de Bernoulli.
· Dissipação de energia.

* Introdução: FT 2.

- Iremos aprender:

· Balanços de energia em cascas e para sistemas não isotérmicos.
· Distribuições de (T) em sólidos no escoamento laminar.
· Distribuições de (T) com mais de 1 variável independente.

Digitalizado com CamScanner

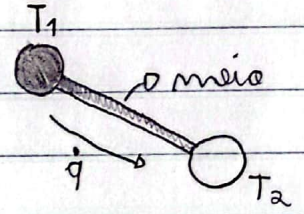
* Transferência de calor:

- A transferência de calor é a energia térmica em trânsito (q) devido a uma diferença de temperaturas no espaço.

- Essa transferência de calor (q) se dá por:

· Condução.
· Convecção.
· Radiação.

- A condução por sua vez é a transferência de energia (q) por meio de um sólido ou fluido estacionário:



Δ

· q: Taxa da trans. de calor [J/s]
· $\dot{q}$: Fluxo da trans. de calor [J/s.m²]

* Transferência de calor: Condução.

- A condução térmica, como já definido, pode ser quantificada pela "Lei de Fourier":

$$\boxed{q_x = -K A \frac{dT}{dx}}$$ ⊙ Taxa

$$\boxed{\dot{q}_x = -K \frac{dT}{dx}}$$ ⊙ Fluxo

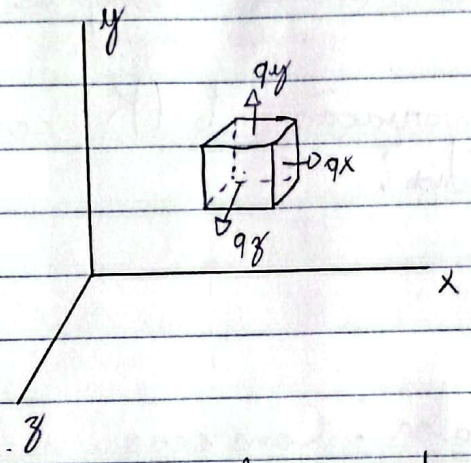
· K: Condutividade térmica do meio [W/m.K]

⊙ Informações acerca da densidade (ρ) podem ser consultados no "Incropera" ou no "Manual do engenheiro químico, Perry".

⊙ Outro livro para consultar propriedades é o "Properties of gases and liquids, Prausnitz".

* Transferência de calor: Condução (2).

- Partindo da "Lei de Fourier" podemos generalizá-la para as 3 dimensões:



- A transferência de calor se dá nas 3 direções, desse modo podemos determinar a transferência de calor total (q_T) como:

$$q_T = q_x + q_y + q_z$$

$$\boxed{q_T = -\left(KA\frac{dT}{dx}\right) - \left(KA\frac{dT}{dy}\right) - \left(KA\frac{dT}{dz}\right)}$$

⊙ Está equação não tem solução analítica.

Digitalizado com CamScanner

* Condutividade térmica:

- A condutividade térmica (K) pode variar com a temperatura ou a posição:

"$K = F(T, x, y, z)$"

- Porem iremos considerar a condutividade térmica constante com a posição:

$\cdot K = F(T)$ ⊙ Material Isotrópico.

- Com relação a variação de (K) com a temperatura, iremos usar a média:

$$\boxed{\cdot K \simeq \bar{K}}$$

* Transferência de calor: Convecção.

- Por outro lado a transferência de calor (q) pode ocorrer por um fluido em movimento, esta transferência se chama convecção.

- Para quantificar a transferência de calor (q) por convecção usamos a "lei de resfriamento de Newton":

$$\boxed{\cdot q = h A \Delta T_\infty = h A (T - T_\infty)}$$

$$\boxed{\cdot \dot{q} = h \Delta T_\infty}$$

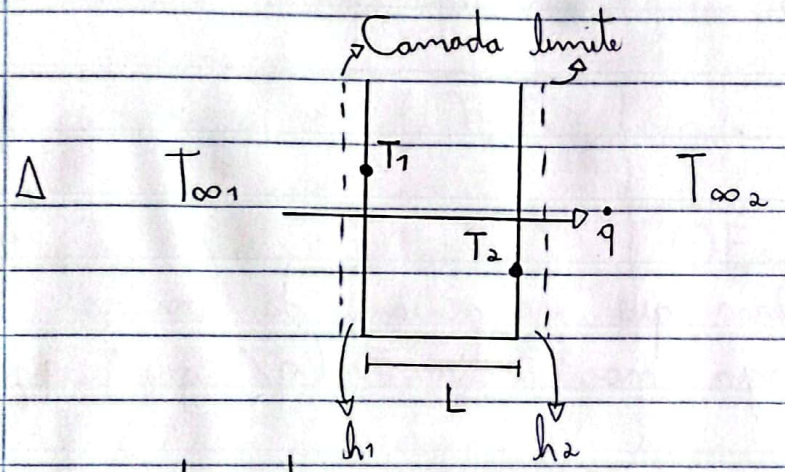
Digitalizado com CamScanner

· h: Coeficiente convectivo.
· A: Área perpendicular ao fluxo.
· ΔT_∞: $(T - T_\infty)$.
· T_∞: Temperatura do fluido.

Fenômenos de Transporte II: (2).

* Equação da difusão térmica: Introdução.

- Considere o seguinte esquema de uma parede:



- Considerando $(T_{\infty 1} > T_1 > T_2 > T_{\infty 2})$ temos que a transferência de calor se dá na direção indicada (→). Além mais, a transferência de calor se dá por convecção e condução:

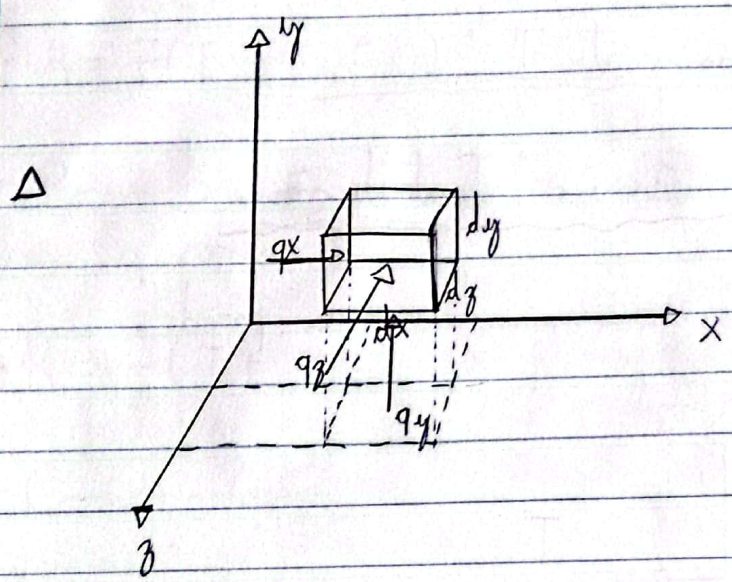
"· $\dot{q}_1 = h(T_{\infty 1} - T_1)$ · $\dot{q}_2 = K\dfrac{(T_1 - T_2)}{L}$ · $\dot{q}_3 = h(T_2 - T_{\infty 2})$"

⊙ Considerando este exemplo poderemos entender melhor os balanços de energia.

Digitalizado com CamScanner

* Balanço de energia: Coordenadas cartesianas.

- Agora iremos fazer um balanço de energia nas 3 dimensões.



⊙ Considerando que o volume de controle ($V = dx\,dy\,dz$) tende a zero.

- Precisamos considerar que no volume de controle há transferência de energia nas 3 direções (q_x; q_y; q_z) sendo elas:

$$\boxed{\begin{aligned} &\cdot\ q_x = -KA\frac{dT}{dx} = -K\,dy\,dz\frac{dT}{dx} \\ &\cdot\ q_y = -KA\frac{dT}{dy} = -K\,dx\,dz\frac{dT}{dy} \\ &\cdot\ q_z = -KA\frac{dT}{dz} = -K\,dx\,dy\frac{dT}{dz} \end{aligned}}$$

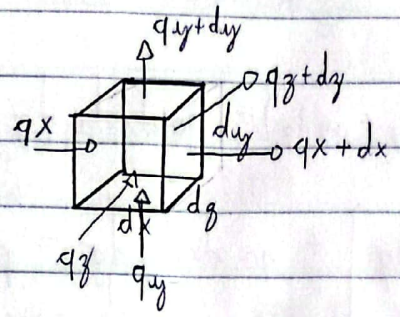
⊙ E entra

- Desse modo, nosso balanço de energia é da forma:

"$E_{entra} - E_{sai} + E_{gerada} = E_{acumulada}$"

* Balanço de energia: Coordenadas cartesianas (2).

- Abaixo analisaremos a energia que sai (E_{sai}) do volume de controle:



- Onde a energia que sai (q_{x+dx}; q_{y+dy}; q_{z+dz}) é:

$$\boxed{\begin{aligned} &\cdot\ q_{x+dx} = q_x + \frac{d(q_x)}{dx}\cdot dx \\ &\cdot\ q_{y+dy} = q_y + \frac{d(q_y)}{dy}\cdot dy \\ &\cdot\ q_{z+dz} = q_z + \frac{d(q_z)}{dz}\cdot dz \end{aligned}} \quad \odot E_{sai}$$

- A energia acumulada é:

$$\boxed{\cdot\ E_{acumulada} = \rho \cdot C_p \cdot dx\,dy\,dz\,\frac{\partial T}{\partial t}} \quad \odot E_{acumulada}$$

- Por fim, a energia gerada é:

$$\boxed{\cdot\ E_{gerada} = q_G\,dx\,dy\,dz} \quad \odot E_{gerada}$$

Digitalizado com CamScanner

* Balanço de energia: Coordenadas cartesianas (3).

- Agora, reescrevendo nosso balanço de energia temos:

• $E_{entra} - E_{sai} + E_{gerada} = E_{acumulada}$

• $q_x + q_y + q_z - (q_{x+dx} + q_{y+dy} + q_{z\,dz}) + q_G\,dx\,dy\,dz = \rho C_p\,dx\,dy\,dz\,\frac{dT}{dt}$

• $-\left[\frac{\partial(q_x)}{\partial x}dx + \frac{\partial(q_y)}{\partial y}dy + \frac{\partial(q_z)}{\partial z}dz\right] + q_G\,dx\,dy\,dz = \rho C_p\,dx\,dy\,dz\,\frac{dT}{dt}$

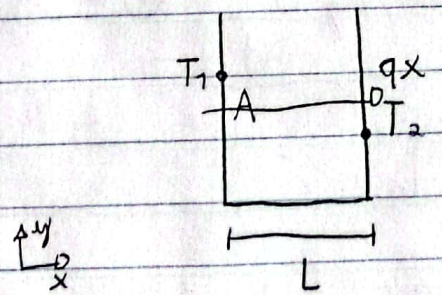
- Aplicando a lei de Fourier temos ($q_x = -K\,dy\,dz\,\frac{dT}{dx}$):

$$\boxed{\frac{\partial\left(K\frac{dT}{dx}\right)}{\partial x} + \frac{\partial\left(K\frac{dT}{dy}\right)}{\partial y} + \frac{\partial\left(K\frac{dT}{dz}\right)}{dz} + q_G = \rho C_p\frac{dT}{dt}} \quad (1)$$

⊙ Na equação acima já dividimos pelo volume ($V = dx\,dy\,dz$)

* Condução unidimensional:

- Considere o desenho abaixo:



- Considerando a transferência de calor unidimensional, determine tudo.

- Hipóteses:

- Regime permanente
- Sem geração de energia
- Transferencia de calor na direção (x)
- $T(x=0) = T_1$
- $T(x=L) = T_2$
- K é isotrópico

- Então o balanço de energia fica da forma:

- $$K\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\cancelto{0}{\frac{\partial T}{\partial y}}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\cancelto{0}{\frac{\partial T}{\partial z}}\right)\right] + \cancelto{0}{q_G} = \rho \cancelto{0}{C_p} \frac{dT}{dt}$$

- $$\boxed{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) = 0}$$

- Determinando o perfil de temperaturas:

- $T = F(x)$ • $\frac{\partial T}{\partial x} = C_1$ • $T = C_1 x + C_2$

- $T(x=0)$: $T_1 = C_2$
- $T(x=L)$: $T_2 = C_1 L + T_1$ • $C_1 = \frac{T_2 - T_1}{L}$

- $$\boxed{T(x) = \frac{\Delta T}{L} x + T_1}$$

Digitalizado com CamScanner

- Determinando o gradiente de temperaturas ($\frac{dT}{dx}$):

$$\boxed{\cdot \frac{dT}{dX} = \frac{T_2 - T_1}{L}}$$

- Determinando a transferência de calor (q_x):

$$\cdot q_x = -KA\frac{dT}{dx} \qquad \boxed{\cdot q_x = \frac{KA(T_1 - T_2)}{L} = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{L}{KA}}}$$

* Equação da difusão Térmica: Coordenadas cartesiana.

- Originada a partir do balanço de energia, a equação ① na (pag.6), é chamada "equação da difusão térmica":

$$\boxed{\cdot \frac{\partial}{\partial x}\left(K\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(K\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{q} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}}$$

* Resistência térmica:

- Analisando a transferência de calor unidimensional (q_x) obtida, temos:

$$\cdot \underbrace{q_x}_{\text{Energia}} = \frac{(T_1 - T_2)}{\left(\frac{L}{KA}\right)}$$

→ força eletromatriz

- Fazendo um paralelo com um circuito elétrico, temos:

$$\cdot \overset{\text{energia}}{i} = \frac{V}{R}$$

V → força eletromatriz

R → Resistência

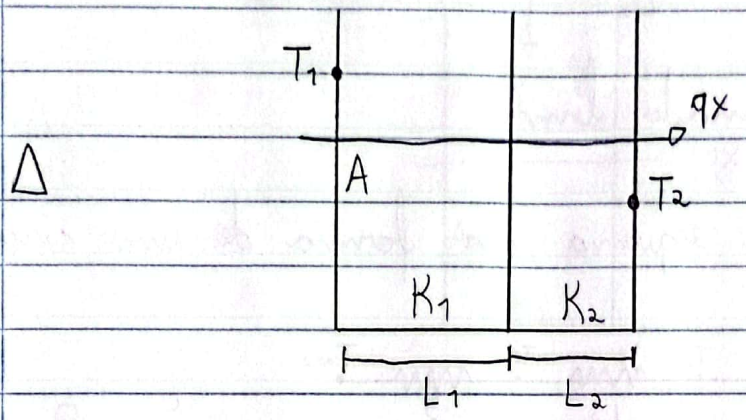
Digitalizado com CamScanner

- Com base nessa comparação definimos a resistência térmica (R_T):

$$\boxed{R_T = \frac{L}{KA}}$$

* Resistência térmica: Associação em série.

- Considere o desenho abaixo:



- Determine a taxa de transferência de calor (q_x):

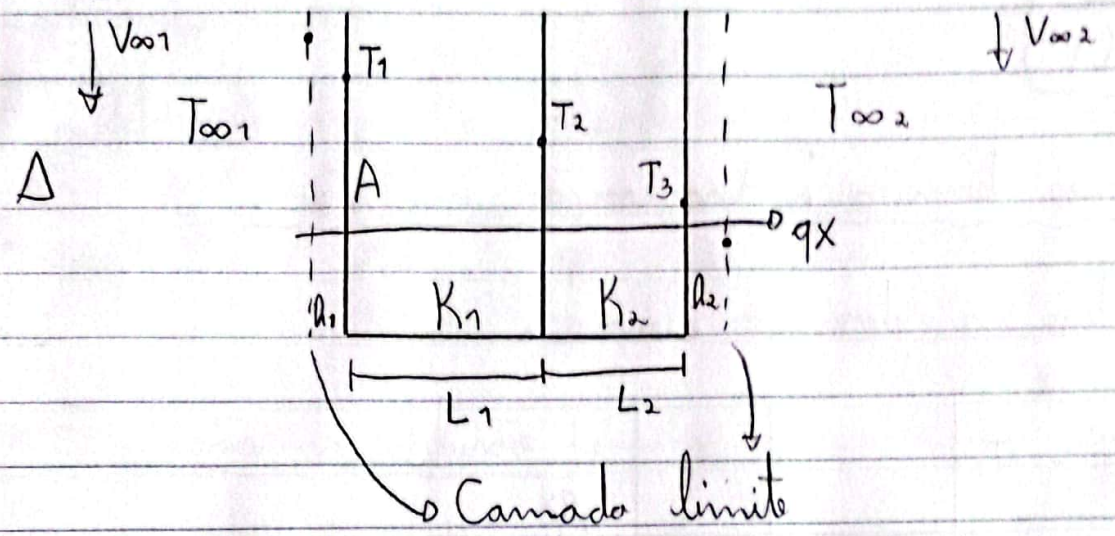
$$\cdot\ q_x = \frac{T_1 - T_2}{R_e} \qquad \cdot\ R_e = \sum R_i = \frac{L_1}{K_1 A} + \frac{L_2}{K_2 A}$$

$$\boxed{\cdot\ q_x = \frac{T_1 - T_2}{\frac{L_1}{K_1 A} + \frac{L_2}{K_2 A}}}$$

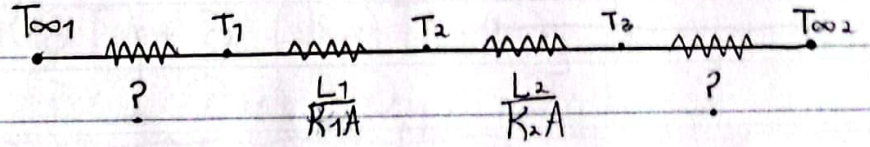
Digitalizado com CamScanner

* Resistência térmica: Convecção.

- Considere o esquema abaixo:



- Então desenhando o esquema na forma de um circuito:



- A resistência térmica convectiva será:

$$\cdot\ q_x = A\,h\,\Delta T = \frac{\Delta T}{\left(\frac{1}{hA}\right)} \qquad \boxed{\cdot\ R_{T,\,Convectiva} = \frac{1}{hA}}$$

- Com isso, chegamos que a taxa de calor passando pela parede (q_x) é:

$$\boxed{\cdot\ q_x = \frac{\Delta T}{R_e} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{\left(\frac{1}{h_1 A} + \frac{L_1}{K_1 A} + \frac{L_2}{K_2 A} + \frac{1}{h_2 A}\right)}}$$

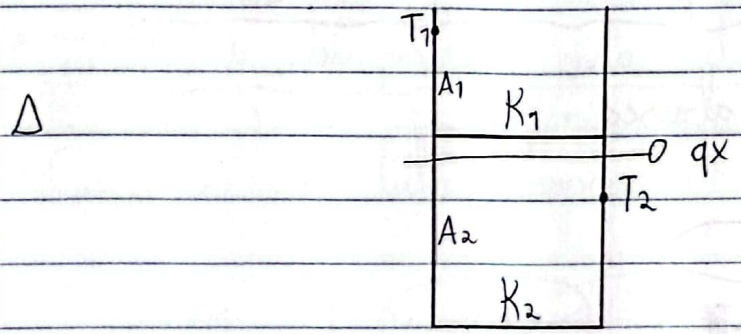
Digitalizado com CamScanner

- Ademais, observa-se que a transferência de calor (q_x) é constante em toda parede, então:

$$\boxed{\cdot\ q_x = \frac{T_{\infty 1} - T_1}{\frac{1}{h_1 A}} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{L_1}{K_1 A}} = \frac{T_2 - T_3}{\frac{L_2}{K_2 A}} = \frac{T_3 - T_{\infty 2}}{\frac{1}{h_2 A}}}$$

* Resistência térmica: Associação em paralelo.

- Considere o esquema abaixo, duas paredes:



- Para este caso usaremos o conceito de resistência em paralelo para determinar a taxa de transferência de calor (q_x):

$$\cdot\ q_x = \frac{T_1 - T_2}{R_e} \qquad \cdot\ \frac{1}{R_e} = \sum \frac{1}{R_i} = \frac{K_1 A_1}{L_1} + \frac{K_2 A_2}{L_2}$$

$$\boxed{\cdot\ q_x = (T_1 - T_2)\left(\frac{K_1 A_1}{L_1} + \frac{K_2 A_2}{L_2}\right)}$$

Digitalizado com CamScanner

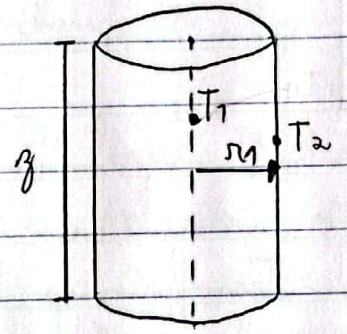
* Equação da difusão térmica: Coordenadas cilíndricas.

- Partindo de um balanço de energia semelhante ao da coordenada cartesiana, chegamos a "equação da difusão térmica em coordenadas cilíndricas":

$$\boxed{\cdot \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(K r \frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(K \frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K \frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{q} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}}$$

* Perfil de temperatura para cilindro maciço:

- Considere o tubo abaixo:



- Considerando algumas hipóteses:

$$\cdot \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(K r \frac{\partial T}{\partial r}\right) = 0 \qquad \odot K = cte$$

$$\cdot\ r\frac{\partial T}{\partial r} = C_1 \qquad \cdot\ \partial T = \frac{C_1}{r}\partial r$$

$$\cdot \int \partial T = \int_0^r \frac{C_1}{r}\partial r \qquad \boxed{\cdot\ T = C_1 \ln r + C_2}$$

Digitalizado com CamScanner

- Aplicando as condições de contorno:

$\cdot\ r=0:\ T_1 = C_2$

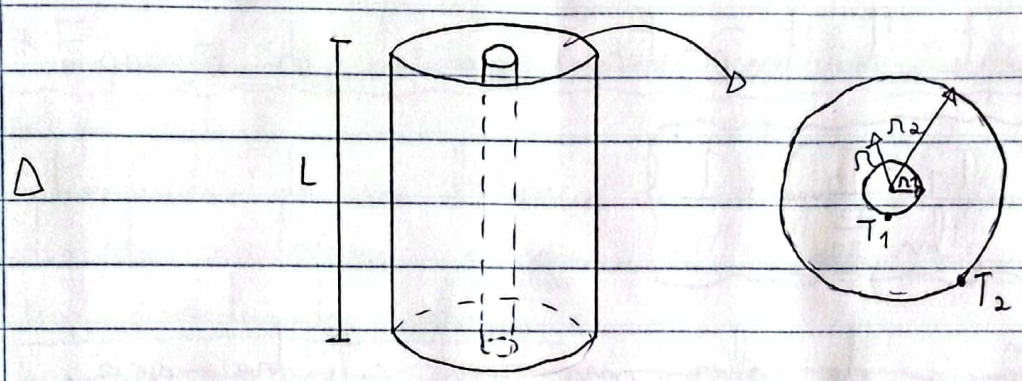
$\cdot\ r=r_1:\ T_2 = C_1 \ln r_1 + T_1 \qquad \cdot\ C_1 = \dfrac{T_2 - T_1}{\ln r_1}$

- O perfil de temperaturas é:

$$\boxed{\cdot\ T = (T_2 - T_1)\ln\frac{r}{r_1} + T_1}$$

* Perfil de temperatura para cilindro oco:

- Considere o tubo abaixo:



- Considerando a transferência de calor na direção radial:

$$\cdot\ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(K r \frac{\partial T}{\partial r}\right) = 0 \qquad \odot\ K = cte$$

$$\cdot\ r\frac{\partial T}{\partial r} = C_1 \qquad \cdot\ \partial T = \frac{C_1}{r}\partial r$$

$$\cdot\ \int \partial T = \int_{r_1}^{r} \frac{C_1}{r}\partial r \qquad \boxed{\cdot\ T = C_1 \ln\frac{r}{r_1} + C_2}$$

Digitalizado com CamScanner

- Aplicando as condições de contorno:

• $r = r_1$: $T_1 = C_2$

• $r = r_2$: $T_2 = C_1 \ln \frac{r_2}{r_1} + T_1$ • $C_1 = \frac{T_2 - T_1}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$

- O perfil de temperaturas é:

$$\boxed{T = \frac{(T_1 - T_2)}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \ln \frac{r}{r_1} + T_1}$$

* Gradiente de temperatura para um cilindro oco:

- O gradiente de temperaturas é:

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{(T_1 - T_2)}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \cdot \frac{1}{r}}$$

* Transferência de calor para um cilindro oco:

- Pela "lei de Fourier" temos:

• $q_r = -KA \frac{\partial T}{\partial r} = KA \frac{(T_1 - T_2)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot \frac{1}{r}$ $\odot A = 2\pi r L$

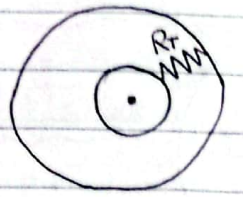
$$\boxed{q_r = K 2\pi L \frac{(T_1 - T_2)}{\ln \frac{r_2}{r_1}}}$$

Digitalizado com CamScanner

* Resistência térmica cilindro oco:

- Considerando o mesmo desenho da (página 9):

Δ



- Podemos determinar a resistência térmica (R_T) como:

$$\cdot\ q_r = \frac{(T_1 - T_2)}{\left[\dfrac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{K 2\pi L}\right]} \qquad \boxed{\cdot\ R_T = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{K 2\pi L}}$$

* Equação da difusão térmica: Coordenadas esféricas.

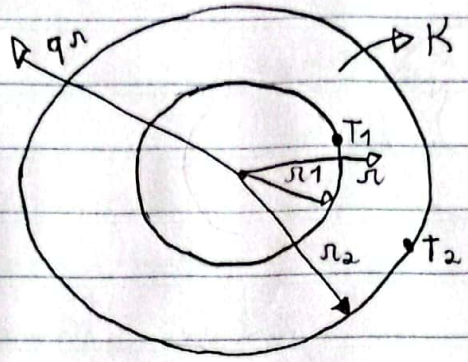
- Partindo de um balanço de energia semelhante ao da coordenada cartesiana, chegamos a "equação da difusão térmica em coordenadas esféricas".

$$\boxed{\cdot\ \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(K r^2 \frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \operatorname{sen}^2\Theta}\frac{\partial}{\partial \Theta}\left(K \frac{\partial T}{\partial \Theta}\right) + \frac{1}{r^2 \operatorname{sen}\Theta}\frac{\partial}{\partial \Theta}\left(K \operatorname{sen}\Theta \frac{\partial T}{\partial \Theta}\right) + \ldots \quad \ldots\ \dot{q} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}}$$

Digitalizado com CamScanner

* Perfil de temperatura para esfera maciça:

- Considere a esfera abaixo:



$\cdot\ T_1 > T_2$

Δ

- Considerando a transferência de calor somente na direção radial e mais algumas hipóteses:

$$\cdot\ \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(K r^2 \frac{\partial T}{\partial r}\right) = 0 \qquad \cdot\ r^2 \frac{\partial T}{\partial r} = C_1$$

$$\cdot\ \partial T = \int \frac{C_1}{r^2}\,\partial r \qquad \boxed{\cdot\ T = C_1\left(\frac{-1}{r}\right) + C_2}$$

⊙ Perfil de temperaturas.

- Aplicando condições de contorno:

$$\cdot\ r = r_1:\ T_1 = C_1\left(\frac{-1}{r_1}\right) + C_2 \qquad \cdot\ T_1 - T_2 = C_1\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

$$\cdot\ r = r_2:\ T_2 = C_1\left(\frac{-1}{r_2}\right) + C_2 \qquad \cdot\ C_1 = \frac{T_1 - T_2}{\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)}$$

$$\cdot\ C_2 = T_1 + \frac{(T_1 - T_2)}{\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)}\left(\frac{1}{r_1}\right)$$

Digitalizado com CamScanner

- O perfil de temperaturas é:

$$\boxed{\cdot\ T = \frac{T_1 - T_2}{\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)}\left(\frac{-1}{r}\right) + T_1 + \frac{(T_1 - T_2)}{\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)}\left(\frac{1}{r_1}\right)}$$

* Gradiente de temperatura para esfera maciça:

- O gradiente é:

$$\boxed{\cdot\ \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{T_1 - T_2}{\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)}\left(\frac{1}{r^2}\right)}$$

* Transferência de calor para esfera maciça:

- Pela "lei de Fourier" temos:

$$\cdot\ q_r = -KA\frac{\partial T}{\partial r} \qquad \cdot\ q_r = K\,4\pi r^2 \frac{(T_1 - T_2)}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}\left(\frac{1}{r^2}\right)$$

$$\boxed{\cdot\ q_r = 4\pi K \frac{(T_1 - T_2)}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}}$$

* Resistência térmica esfera maciça:

- Desse modo, considerando a esfera maciça a resistência térmica é:

$$\cdot\ q_r = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{1}{4\pi K}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \qquad \boxed{\cdot\ R_T = \frac{1}{4\pi K}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

Digitalizado com CamScanner

* Exemplo:

- Uma casca esférica de vidro Pyrex tem diâmetros interna e externa de ($D_1 = 0,1\ m$) e ($D_2 = 0,2\ m$).

- A superfície interna está a ($T_{s,1} = 100°C$) e a superfície externa está a ($T_{s,2} = 45°C$).

- a) Determine a temperatura no ponto central da espessura da casca, $T(r_m = 0,75\ m)$.

· Perfil de temperaturas: $T = \frac{(T_1 - T_2)}{\left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_1}\right)}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}\right) + T_1$

$$\boxed{\cdot\ r = 0,075:\ T = 63°C}$$

- b) Mostre como a temperatura no ponto central da casca mudaria se a casca fosse de alumínio. ($K_{vidro} = 2,5\ W/m.K$; $K_{Alumínio} = 237\ W/m.K$)

· Como o perfil de temperaturas independe do (K) a temperatura no ponto central da casca será a mesma.

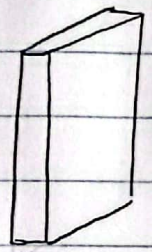
Digitalizado com CamScanner

Fenômenos de Transporte 2: Aletas.

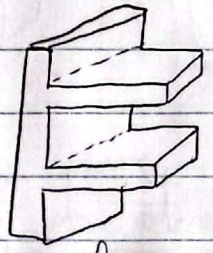
* Transferência de calor em aletas:

- Quando falamos de aletas estamos falando de superfície estendida, deste modo, aletas de um material possuem maior área superficial (A) e maior transferência de calor (q).

- A aplicação mais frequente para aletas (superfície estendida) é para aumentar a taxa de transferência de calor entre um sólido e um fluido adjacente. Abaixo temos uma aleta:



Superfície sem aleta



Superfície com aletas.

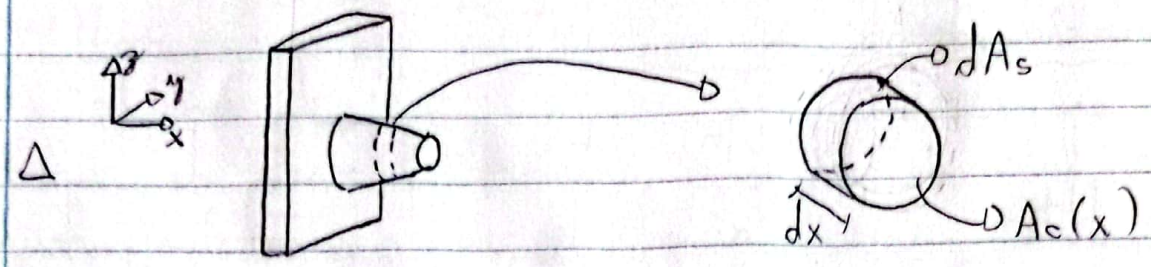
* Transferência de calor em aletas: (2).

- Para equacionar o comportamento das aletas iremos considerar:

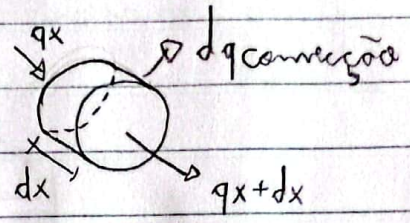
- Considerar condições unidimensionais na direção x.
- Considerar que a temperatura é uniforme com relação ao eixo y.
- Condições de regime estacionário
- Condutividade térmica constante (K = cte)
- Radiação na superfície desprezível.
- Sem geração de calor.
- Coeficiente convectivo constante.

Digitalizado com CamScanner

- Considerando o seguinte esquema:



- Observa-se que a área (A_c) varia em função de (x), devido ao formato da aleta. Ademais, a transferência de calor se dá de duas formas:



* Equacionamento de aletas:

- Aplicando o balanço de energia em uma aleta, de secção transversal variável, temos:

- $q_x = q_{x+dx} + q_{convec}$ • $q_{x+dx} = q_x + \frac{dq_x}{dx} \cdot dx$

- $\frac{dq_x}{dx} dx + h A_s (T - T_\infty) = 0$

- $-K \frac{d}{dx}\left(A_c \frac{dT}{dx}\right) dx + h\, dA_s (T - T_\infty) = 0$

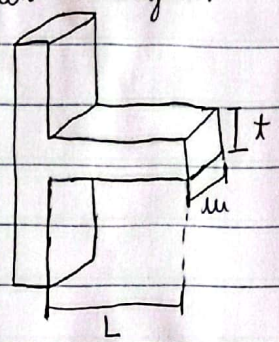
- Fazendo derivação por partes e mais algumas operações, chegamos a "Equação geral para aletas":

$$\boxed{\cdot\ \frac{d^2T}{d^2x} + \left(\frac{1}{A_c}\frac{dA_c}{dx}\right)\frac{dT}{dx} - \left(\frac{1}{A_c}\frac{h}{K}\frac{dA_s}{dx}\right)(T - T_\infty) = 0}$$

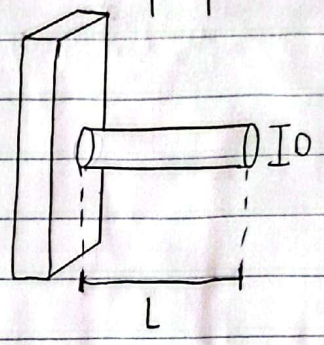
* Aletas com seção transversal uniforme:

- As aletas de secção transversal constantes ($A_c = cte$) que estudaremos são:

Aleta retangular



Aleta piniforme



- Para estas aletas temos:

	Aleta retangular	Aleta piniforme
Perímetro:	$\cdot P = 2w + 2t$	$\cdot P = \pi D$
Área trans.:	$\cdot A_c = wt$	$\cdot A_c = \pi D^2/4$
Área Super.:	$\cdot A_s = P.x$	$\cdot A_s = P.x$

- Desse modo, aplicando a "equação geral das aletas", temos:

$$\cdot\ \frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{KA_c}(T - T_\infty) = 0 \qquad \cdot\ \theta(x) = T(x) - T_\infty$$

$$\boxed{\cdot\ \frac{d^2\theta}{dx} - m^2\theta = 0} \qquad \cdot\ m^2 = \frac{hP}{KA_c}$$

Digitalizado com CamScanner

* Aletas com seção transversal uniforme: (2).

- A partir da equação anterior, caso a resolvamos teremos que considerar que tipo de transferência de calor há na extremidade da aleta.

- Desse modo, as soluções dela estão abaixo:

Caso	Condição na Extremidade ($x = L$)	Distribuição de Temperaturas, θ/θ_b		Transferência de Calor na Aleta q_a	
A	Convecção: $h\theta(L) = -k\,d\theta/dx\|_{x=L}$	$\dfrac{\cosh m(L-x) + (h/mk)\,\text{senh}\, m(L-x)}{\cosh mL + (h/mk)\,\text{senh}\, mL}$	(3.75)	$M\dfrac{\text{senh}\, mL + (h/mk)\cosh mL}{\cosh mL + (h/mk)\,\text{senh}\, mL}$	(3.77)
B	Adiabática: $d\theta/dx\|_{x=L} = 0$	$\dfrac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL}$	(3.80)	$M \tanh mL$	(3.81)
C	Temperatura especificada: $\theta(L) = \theta_L$	$\dfrac{(\theta_L/\theta_b)\,\text{senh}\, mx + \text{senh}\, m(L-x)}{\text{senh}\, mL}$	(3.82)	$M\dfrac{(\cosh mL - \theta_L/\theta_b)}{\text{senh}\, mL}$	(3.83)
D	Aleta infinita ($L \to \infty$): $\theta(L) = 0$	e^{-mx}	(3.84)	M	(3.85)

$\theta \equiv T - T_\infty$ $\quad m^2 \equiv hP/kA_{tr}$

$\theta_b = \theta(0) = T_b - T_\infty$ $\quad M \equiv \sqrt{hPkA_{tr}}\,\theta_b$

Uma tabela de funções hiperbólicas é fornecida no Apêndice B.1.

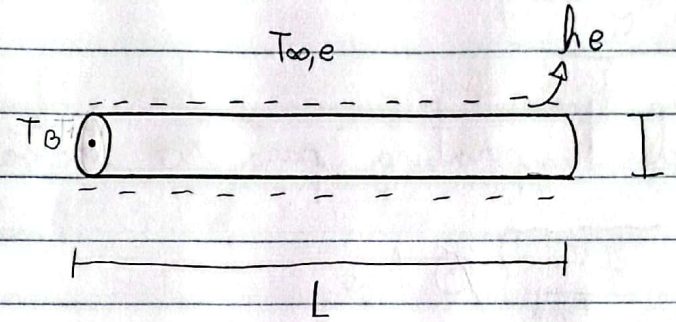
Digitalizado com CamScanner

* Exemplo:

- Um bastão muito longo, com 5 mm de diâmetro, tem uma de suas extremidades mantida à 100°C. A superfície do bastão está exposta ao ar ambiente a 25°C, com um coeficiente convectivo ($h = 100\ W/m^2K$).

- a) Determine as distribuições de (T) ao longo de bastões de cobre puro, liga de alumínio 2024 e aço inoxidável AISI 316.

- Analisando:



- $T_B = 100°C$
- $T_{\infty,e} = 25°C$
- $h_e = 100\ W/m^2.K$
- $D = 5.10^{-3}\ m$
- $K_{cobre} = 398\ W/m.K$
- $K_{Alumínio} = 180\ W/m.K$
- $K_{aço} = 14\ W/m.K$

- Analisando o perfil de temperaturas:

- Como o bastão (aleta) é muito longo ($L \to \infty$), temos que a convecção na outra extremidade da haleta é:

- $q_x = h A_c (T_{(L)} - T_\infty)$ - $\Theta_{(L)} = (T_{(L)} - T_\infty) = 0$

- Então o perfil de temperaturas é:

- $\dfrac{\Theta}{\Theta_B} = e^{-mx}$ - $\boxed{T_{(x)} = T_\infty + \Theta_B e^{-mx}}$

Digitalizado com CamScanner

- O perfil de temperaturas para o bastão de cobre é:

$\cdot T = T_\infty + (T_B - T_\infty)\left(e^{-\sqrt{\frac{hP}{KA_c}} \cdot x}\right)$

$\cdot P = \pi D$

$\cdot A_c = \pi D^2/4$

$\cdot T = 25 + 75\left(e^{-\sqrt{\frac{h4}{KD}} x}\right)$

$\boxed{\cdot T = 25 + \frac{75}{e^{14,17x}}}$ ⊙ Cobre

- O perfil de temperatura para o bastão de alumínio é:

$\boxed{\cdot T = 25 + \frac{75}{e^{27,08x}}}$ ⊙ Alumínio

- O perfil de temperatura para o bastão de aço é:

$\boxed{\cdot T = 25 + \frac{75}{e^{75,6x}}}$ ⊙ Aço

- As perdas de calor nos bastões são: (Letra b)

$\cdot q_a = M = \sqrt{hPKA_c} \cdot \theta_B = \sqrt{hPKA_c}\,(T_B - T_\infty)$

$$\boxed{\begin{array}{l} \cdot \text{Cobre}: \quad \cdot q_a = 8,3\ W \\ \cdot \text{Alumínio}: \quad \cdot q_a = 5,58\ W \\ \cdot \text{Aço}: \quad \cdot q_a = 1,56\ W \end{array}}$$

- c) Estime o comprimento que devem ter os bastões para que a hipótese de comprimento infinito forneça uma estimativa precisa para a perda de calor.

Digitalizado com CamScanner

- Os bastões devem ter os respectivos comprimentos:

· Para um bastão infinitamente longo não há transferência de calor na extremidade, deste modo, podemos relacionar sua transferência de calor (q_a) a transferência de calor com extremidade adiabática.

· Aleta infinita: · $q_a = M$

· Aleta de extremidade adiabática: · $q_a = M \tanh mL$

- Então:

· $M = M \tanh mL$ · $1 = \tanh mL$

· Como ($\tanh^{-1} 1 \nexists$) então usaremos uma aproximação ($\tanh mL \simeq 1$).

- Chegamos então que:

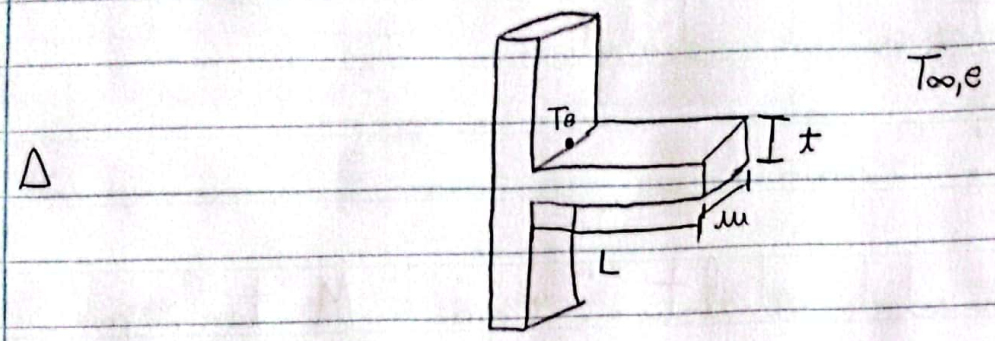
· $0{,}99 = \tanh mL$ · $L = \dfrac{\tanh^{-1} 0{,}99}{m}$

· Cobre: · $L = 0{,}1867$ m
· Alumínio: · $L = 0{,}1255$ m
· Aço: · $L = 0{,}035$ m

Digitalizado com CamScanner

* Exemplo:

- Calcule a perda de calor de uma aleta retangular para as seguintes condições:



- Os dados são:

- $T_{\infty,e} = 350°F$
- $T_B = 500°F$
- $K_{aleta} = 60$ Btu/h.ft.F
- $h = 120$ Btu/h.ft².F
- $L = 0,2$ ft
- $w = 1$ ft
- $t = 0,76$ in $= 0,01333$ ft

- A transferência de calor nesta aleta é:

- $$q_A = M \frac{\operatorname{senh}(mL) + \left(\frac{h}{mK}\right)\cosh(mL)}{\cosh(mL) + \left(\frac{h}{mK}\right)\operatorname{senh}(mL)}$$

- $M = \sqrt{hPKA_c}\,\theta_B$ • $m = \sqrt{\frac{hP}{KA_c}}$ • $A_c = wt$

- $P = 2w + 2t$

- Calculando as constantes:

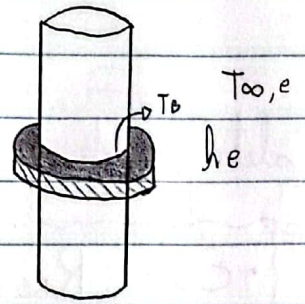
- $M = 2092{,}006$ Btu/h. • $m = 17{,}43$ 1/ft

$$\boxed{\cdot\ q_A = 2088{,}90 \text{ Btu/h} = 611{,}69 \text{ J/s}}$$

Fenômenos de transporte 2: Desempenho de aletas.

* Resistência térmica de aletas:

- Considere a superfície abaixo:



Δ

• $\Theta_B = (T_B - T_\infty)$

- A resistência térmica desta aleta é definida como:

$$\boxed{\cdot\ R_{T,a} = \frac{\Theta_B}{q_a}}$$

$\Theta(q_a)$ depende da transferência de calor na extremidade da aleta.

- Além disso, a resistência térmica na área da base sem a aleta é:

$$\boxed{\cdot\ R_{T,b} = \frac{1}{h A_{Tn,B}}}$$

Digitalizado com CamScanner

* Efetividade de aletas:

- Afim de definir o quanto uma aleta aumentou a transferência de calor, definiu-se a "efetividade da aleta" (ε_a) como:

$$\boxed{\cdot\ \varepsilon_a = \frac{q_a}{q_B}}$$

- Onde:

· q_B: É a transferência de calor na base sem a aleta.

* Efetividade de aletas: (2).

- Ademais, a "efetividade da aleta" pode ser representada por:

$$\boxed{\cdot\ \varepsilon_a = \frac{q_a}{h\, A_{T,B}\, \theta_B}} \qquad \boxed{\cdot\ \varepsilon_a = \frac{R_{T,B}}{R_{T,a}}}$$

⊙ A efetividade de aletas deve ser ($\varepsilon_a \geq 2$) para ser justificável.

* Eficiência de aletas:

- Outra medida do desempenho térmico de uma aleta é a "eficiência da aleta", definida por:

$$\boxed{\cdot\ \eta_a = \frac{q_a}{q_{a,max}}}$$

Digitalizado com CamScanner

- Onde:

- q_a: É a transferência de calor da aleta
- $q_{a,max}$: É a transferência de calor da aleta inteiramente na (T_B).

* Eficiência de aletas: Extremidade adiabática.

- Considerando a aleta com extremidade adiabática, sua transferência de calor (q_a) é:

"$q_a = M \tanh mL$"

- A transferência de calor máxima ($q_{a,max}$) é:

"$q_{a,max} = h A_a \Theta_B$" ⊙ A_a: Área superficial da aleta

- Como a extremidade da aleta é adiabática:

- $A_a = PL$

- Então a eficiência para este tipo de aleta é:

$$\boxed{\cdot\ \eta_a = \frac{M \tanh mL}{h A_a \Theta_B} = \frac{\tanh mL}{mL}}$$

* Eficiência de aletas: Extremidade ativa.

- Para evitar expressões muito complicadas para determinar a eficiência de aletas de extremidade ativa, iremos usar uma aproximação.

Digitalizado com CamScanner

- Considere as seguintes correções para o comprimento da aleta:

- Aleta retangular: $L_c = L + t/2$
- Aleta piniforme: $L_c = L + D/4$

- A eficiência da aleta de extremidade ativa é dada por:

$$\boxed{\eta_a = \frac{\tanh mL_c}{mL_c}}$$

⊙ Essa aproximação é válida quando $(ht/K \leq 0{,}062$ ou $(hD/2K \leq 0{,}0625)$

* Eficiência de aletas: Extremidade ativa (analise gráfica).

- Para evitar fazer muitas contas iremos analisar as funções de eficiência plotadas e determinar a eficiência da aleta.

- Sabemos que a eficiência da aleta (η_a) é função de (mL_c), então:

- $mL_c = \left(\frac{hP}{KA_{Tr}}\right)^{1/2} \cdot L_c$

⊙ $w >> t$: $P \simeq 2w$
⊙ $A_{Tr} = wt$

- $mL_c = \left(\frac{2h}{Kt}\right)^{1/2} \cdot L_c$

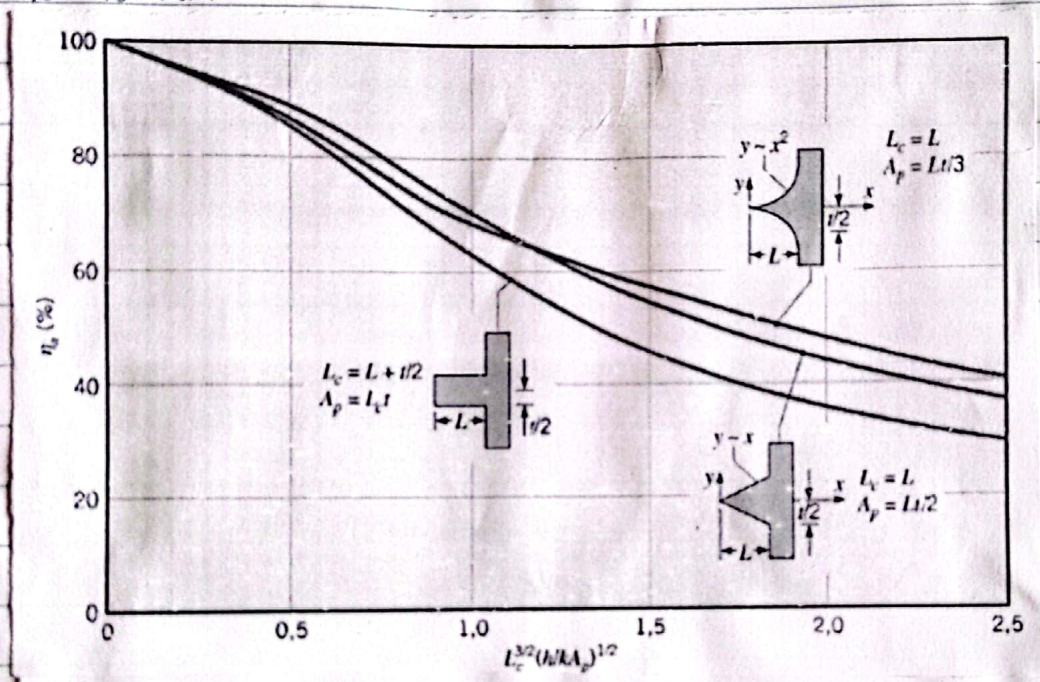
- Definindo a área corrigida do perfil da aleta (A_p):

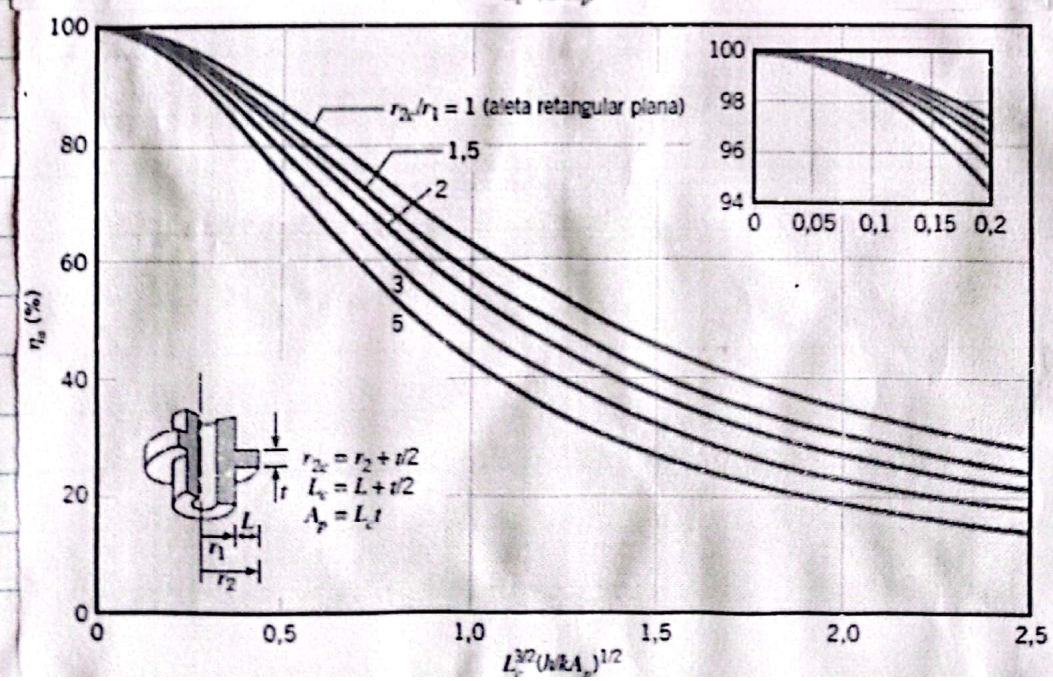
• $A_p = L_c \cdot t$

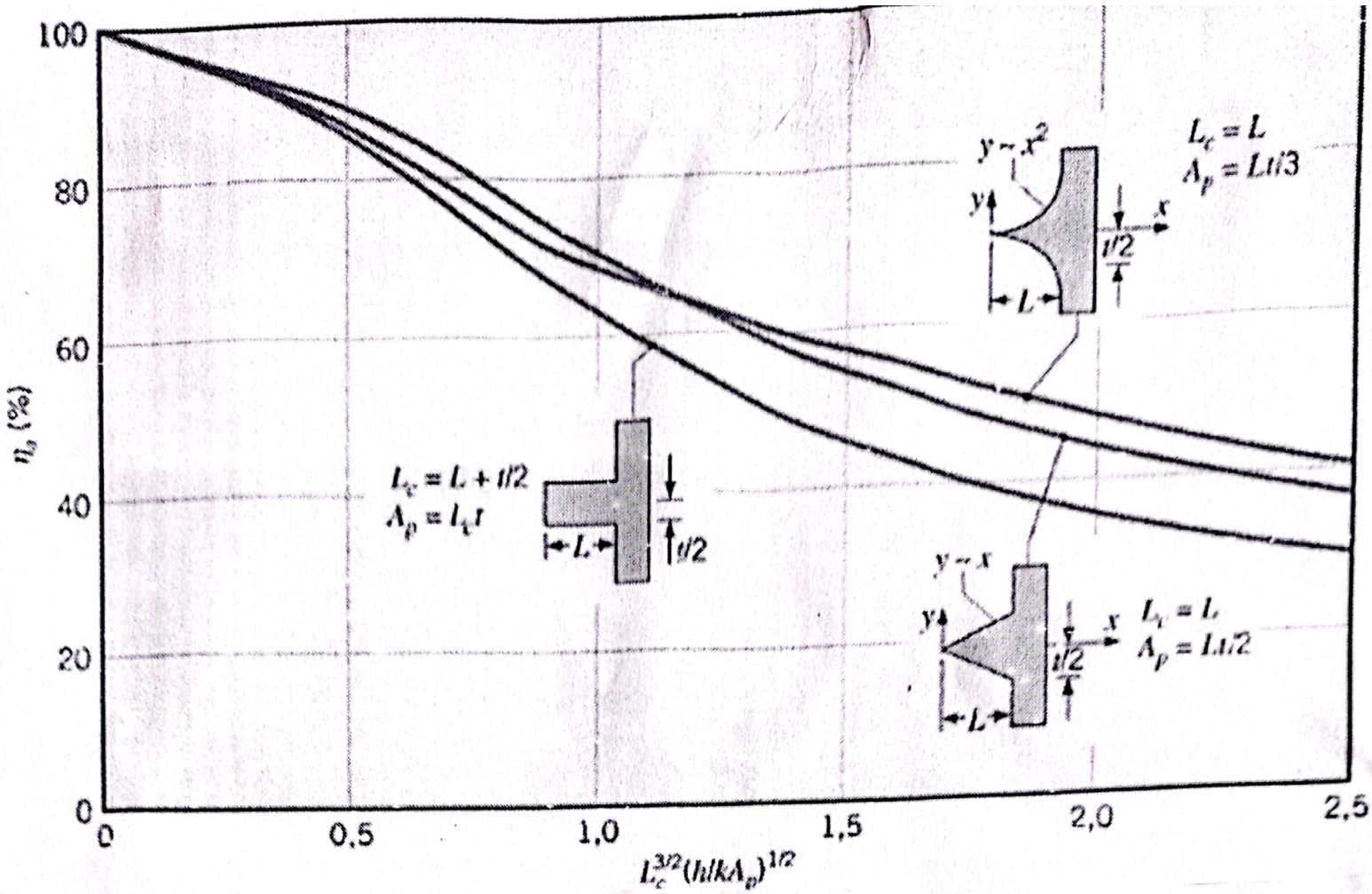
- Chegamos em:

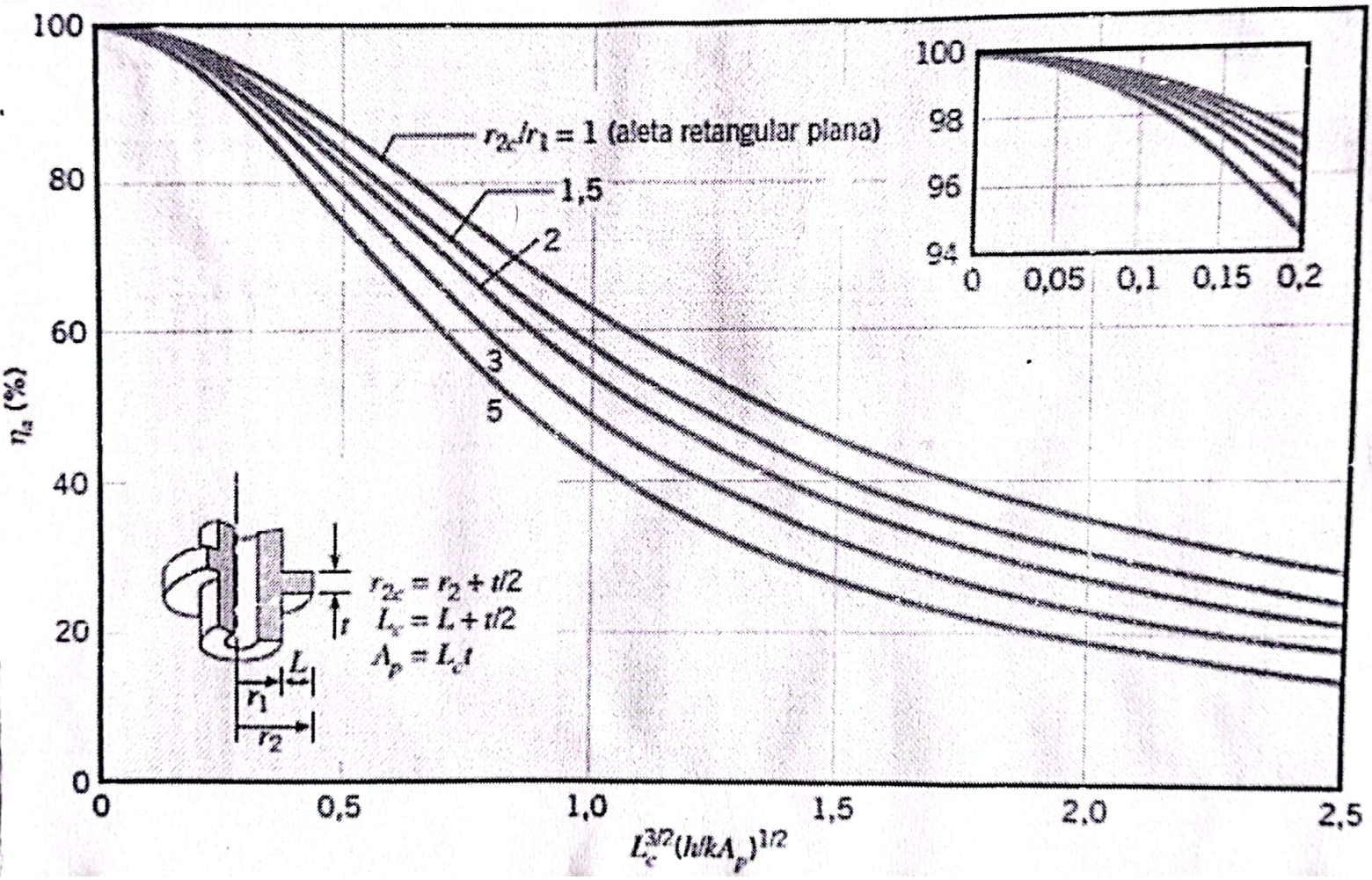
$$\boxed{m L_c = \left(\frac{2h}{K A_p}\right)^{1/2} \cdot L_c^{3/2}}$$

⊙ Calculando (mL_c) podemos determinar qual a eficiência da aleta.









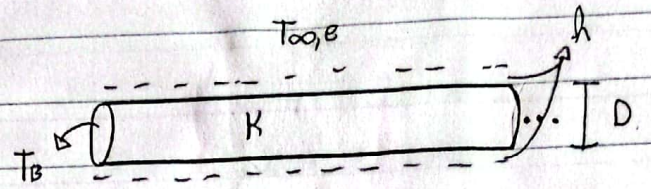
Digitalizado com CamScanner

*Exemplo:

- Um bastão muito longo, com 5 mm de diâmetro, tem uma de suas extremidades mantida a 100° C.

- A superfície do bastão está exposta ao ar ambiente a 25° C, com $h = 100\ W/m^2.K$.

- Analisando:



- Determinando o comprimento que deve ter o bastão, para que a hipótese de L infinito forneça uma estimativa precisa para a perda de calor:

• $q_{a,L=infinito} = M$

• $q_{a,\ d\theta/dx|_{x=L}=0} = M \tanh mL$

- Então:

• $M = M \tanh mL$ • $\tanh mL \simeq 0{,}99$

$$\boxed{L = \frac{\tanh^{-1} 0{,}99}{m}}$$

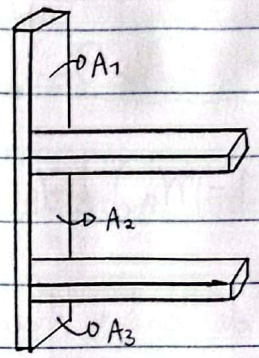
- Calculando:

• $m = (hP/KA_{Tr})^{1/2} = (h\pi D/\frac{K\pi D^2}{4})^{1/2} = (4h/KD)^{1/2}$

$$\boxed{\cdot L = \frac{2{,}64665}{m}}$$

* Eficiência global da superfície:

- Para definir a eficiência global de superfície (η_o) considere a imagem abaixo:



- A área de uma aleta é (A_a), já a área sem aletas (A_b) é:

$$\cdot A_b = \sum_i A_i$$

- Considerando a área de (N) aletas e a área sem aletas, define-se a área total superficial (A_T):

$$\boxed{\cdot A_T = NA_a + A_b}$$

* Eficiência global de superfície: (2).

- Neste contexto a eficiência global de superfície é:

$$\boxed{\cdot \eta_o = \frac{q_T}{q_{T,max}}}$$

Digitalizado com CamScanner

- Onde:

• q_T: Transferência de calor da superfície
• $q_{T,max}$: Transferência de calor da superfície caso estivesse inteiramente na temperatura (T_B)

- Além disso, a transferência de calor na superfície (q_T):

$$\boxed{q_T = N \eta_a h A_a \theta_B + h A_b \theta_B}$$

$$q_T = h A_T \left(1 - \frac{N A_a}{A_T}(1-\eta_a)\right)\theta_B$$

- Já a transferência de calor máxima ($q_{T,max}$) na superfície

$$\boxed{q_{T,max} = h A_T \theta_B}$$

- Aplicando estas definições chegamos que a eficiência global é:

$$\boxed{\eta_o = 1 - \frac{N A_a (1-\eta_a)}{A_T}}$$ //

*Exemplo:

- O cilindro do pistão do motor de uma motocicleta é construído em liga de alumínio 2024-T6, tendo uma altura ($H = 0{,}7$ m) e diâmetro externo ($D = 50$ mm).

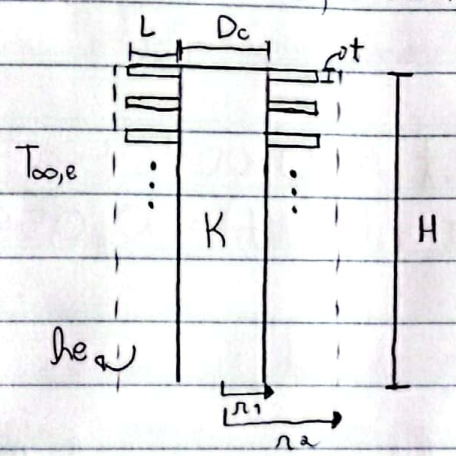
- Sob condições típicas de operação, uma taxa de (2 KW) é transferida do cilindro para o ar ambiente a

(300 K), com um coeficiente convectivo de (75 W/m².K).

- Aletas anulares são fundidas integralmente com o cilindro para reduzir a temperatura do mesmo. Considere 10 destas aletas, com espessuras (t = 4 mm), comprimento 20 mm e igualmente espaçadas.

- Qual é a redução da temperatura do cilindro que pode ser atingido com o uso das aletas?

- Analisando: (r_2 = 0,035 m) (r_1 = 0,025 m)



- D_c = 0,05 m
- L = 0,02 m
- K = 177 W/m.K
- h_e = 75 W/m².K
- t = 0,004 m
- H = 0,1

- Determinando a eficiência de uma aleta (η_a):

- $\eta_a = \dfrac{q_a}{q_{a,máx}}$ ou "usando o gráfico (aletas anulares)"

- Calculando grandezas:

- $L_c = L + t/2 = 0,022$ m
- $r_{2c} = r_2 + t/2 = 0,037$ m
- $A_p = L_c t = 0,000088$ m²
- $r_{2c}/r_1 = 1,4$

Digitalizado com CamScanner

- Calculando mais grandezas:

$$\boxed{\cdot\ L_c^{3/2}(h/KA_P)^{1/2} = 0{,}22643}$$

- Chegamos que a eficiência da aleta é:

$$\boxed{\cdot\ \eta_a = 0{,}93}$$

- Determinando agora a eficiência da superfície:

$$\cdot\ \eta_o = 1 - \frac{NA_a}{A_T}(1-\eta_a)$$

$$\cdot\ A_a = 2\pi(r_2^2 - r_1^2) + 2\pi r_2 . t = 0{,}00464\ m^2$$

$$\cdot\ A_T = N(A_a) + A_B = NA_a + 2\pi r_1 .(H - Nt) = 0{,}05582\ m^2$$

$$\boxed{\cdot\ \eta_o = 0{,}9478}$$

- Determinada a eficiência global, vamos calcular a temperatura do cilindro (T_B):

$$\cdot\ \eta_o = \frac{q_T}{q_{T,max}} \qquad \cdot\ q_T = 2000\ W \qquad \cdot\ q_{T,max} = hA_T\theta_B$$

$$\cdot\ T_B = T_\infty + \frac{q_T}{\eta_o h A_T} \qquad \boxed{\cdot\ T_B = 807{,}14\ K}$$

- Determinando agora a temperatura da base do cilindro, sem as aletas:

- $q = h A_{B,T} \Theta_B$ · $T_B = T_\infty + \frac{q}{h A_{B,T}}$

- $A_{B,T} = 2\pi r_1 H = 0{,}0157\ m^2$

- $\boxed{T_B = 1998{,}51\ K}$

Fenômenos de transporte 2: Regime transiente.

* Regime transiente:

- Quando estudamos a transferência de calor, estudamos apenas o regime estacionário, nos quais a temperatura não varia com o tempo:

- Entra - Sai = Acumula · Acumulo = 0

- Agora vamos estudar o regime transiente, onde a temperatura varia com o tempo:

- Entra - Sai = Acumula · Acumula ≠ 0 · $dT/dt \neq 0$

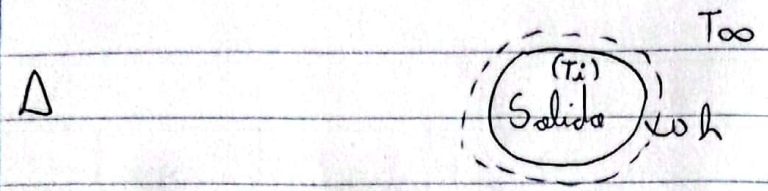
* Regime transiente: Método da capacitância global.

- Para determinar uma expressão para a $T = f(t)$ precisamos assumir algumas hipóteses. No método da capacitância global assumi-se:

- Hipótese: Gradientes de T no interior do sólido podem ser desprezados.

Digitalizado com CamScanner

- Considerando um sólido com uma temperatura homogênea inicial (T_i) e fazendo o balanço de energia temos:



- Balanço de energia:

- $\cancel{E_{entra}} - E_{sai} + \cancel{E_{gerada}} = E_{acumulada}$

- $-E_{sai} = E_{acumulada}$

- $-hA_s(T - T_\infty) = \rho V C_p \dfrac{dT}{dt}$ $\qquad$ • $\Theta = T - T_\infty$

- $-hA_s\Theta = \rho V C_p \dfrac{d\Theta}{dt}$

- $\displaystyle\int_0^t dt = \int_{\Theta_i}^{\Theta} -\frac{\rho V C_p}{hA_s\Theta}\, d\Theta$

- $t = -\dfrac{\rho V C_p}{hA_s} \ln\left(\dfrac{\Theta}{\Theta_i}\right)$

- $\boxed{\dfrac{\Theta}{\Theta_i} = e^{\left(-\frac{hA_s}{\rho V C_p} t\right)}}$

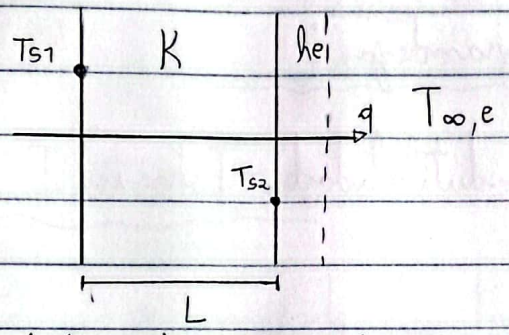
* Regime transiente: Método da capacitância global (2).

- Ademais, com base na equação anterior o perfil de temperaturas é dado por:

$$\boxed{\cdot\ T = T_\infty + \Theta_i\, e^{\left(\frac{-hA_s t}{\rho V c_p}\right)}}$$

* Método da capacitância global: Validade.

- Considere o esquema abaixo:



$T_{s1} > T_{s2} > T_{\infty,e}$

- Para o método da capacitância global a transferência de calor (q) interna e externa deve ser iguais:

$\cdot\ q_i = q_e$ $\qquad$ $\cdot\ \dfrac{T_{s1} - T_{s2}}{\frac{L}{KA}} = \dfrac{T_{s2} - T_{\infty,e}}{\frac{1}{hA}}$

$$\cdot\ \frac{T_{s1} - T_{s2}}{T_{s2} - T_{\infty,e}} = \frac{\frac{L}{KA}}{\frac{1}{hA}} = \frac{R_{condutiva}}{R_{convectiva}}$$

- Com isso definimos o "número de Biot":

$$\boxed{\cdot\ Bi = \frac{R_{condutiva}}{R_{convectiva}} = \frac{hL}{K}}$$

⊙ Para este método ser válido $Bi < 0{,}1$.

Digitalizado com CamScanner

* Método da capacitância global: Validade (2).

- Para outras geometrias de objetos (placas, cilindros, esferas) o número de Biot é calculado usando o o comprimento corrigido (L_c):

$$\boxed{\cdot\ L_c = \frac{\text{Volume}}{\text{Área superficial}}}$$

$$\boxed{\cdot\ B_i = \frac{h L_c}{K}}$$

* Regime transiente: Método da capacitância global (3).

- Considerando as grandezas:

$$\boxed{\cdot\ \alpha = \frac{K}{\rho C_p}}$$ ⊙ Condutibilidade Térmica.

$$\boxed{\cdot\ F_o = \frac{\alpha t}{L_c^2}}$$ ⊙ Número de Fourier

- Então a equação que define o perfil de temperaturas desse sólido, pode ser expressa por:

$$\boxed{\cdot\ \frac{\Theta}{\Theta_i} = e^{-B_i F_o}}$$

* Exemplo:

- Bolas de aço com 12mm de diâmetro são temperadas pelo aquecimento a 1150 K seguido pelo resfriamento lento até 400 K em um ambiente com ar

Digitalizado com CamScanner

circulando à $T_\infty = 325\ K$ e $h = 20\ W/m^2.K$.

- Supondo que as propriedades do aço sejam:

- $K = 40\ W/m.K$
- $\rho = 7800\ Kg/m^3$
- $C_p = 600\ J/Kg$

- Estime o tempo necessário para o processo de resfriamento

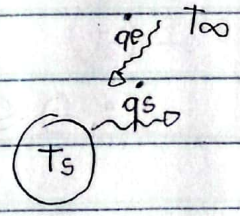
- $\dfrac{\Theta}{\Theta_i} = e^{-\frac{hA_s}{\rho V C_p} t}$

$$\boxed{\cdot\ t = -\frac{\rho V C_p}{h A_s} \ln\left(\frac{\Theta}{\Theta_i}\right) = 18,7\ min}$$

* Radiação: Introdução.

- A radiação é o método de transferência de calor que não precisa de um meio para que ela ocorra.

- Ademais, a força motriz deste tipo de transferência é a diferença de temperatura entre o sólido e a vizinhança:



Δ

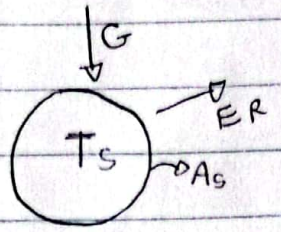
- $\Delta T = (T_s - T_\infty)$

⊙ A radiação ocorre por qualquer corpo em uma temperatura diferente do zero absoluto.

Digitalizado com CamScanner

* Radiação:

- Considerando o sólido abaixo:



- A capacidade de emissão máxima (E) desse corpo, energia liberada por unidade de área, é determinada pela lei de "Stefan-Boltzmann":

$$\boxed{E = \sigma T_S^4}$$

- Onde:

- E: Poder emissivo $[W/m^2]$
- σ: Constante de Stefan-Boltzmann $[W/m^2 . K^4]$

- Contudo, o fluxo térmico real (E_R) é menor, dado pela expressão:

$$\boxed{E_R = \varepsilon \sigma T_S^4}$$

- $0 \leq \varepsilon \leq 1$

- Onde:

- ε: Emissividade, propriedade do material

⊙ ($\sigma = 5,67 . 10^{-8}$ $W/m^2 . K$)

* Radiação: Irradiação.

- Considerando o mesmo sólido da pagina anterior, a radiação pode incidir sobre uma superfície, chamamos esta radiação de irradiação (G).

- A irradiação absorvida por um corpo é determinada por:

$$\boxed{\cdot\ G_{ABS} = \alpha G}$$

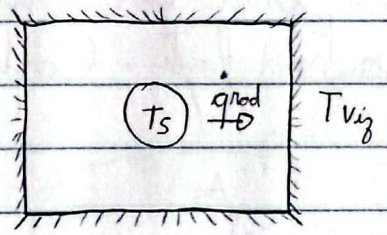
$\cdot\ 0 \leq \alpha \leq 1$

$\cdot\ \alpha$: Absortividade, propriedade do material e o (λ) de onda da radiação.

⊙ Para superfícies opacas ($\alpha = 1$)

* Radiação: Objeto envolto por um sistema fechado.

- Considere a situação abaixo:



$\cdot\ T_S > T_{viz}$

- O fluxo de de calor por radiação nessa situação pode ser expresso por:

$$\cdot\ \dot{q}_{rad} = \frac{\dot{q}}{A} = E_R - G_{ABS} = \varepsilon \sigma T_S^4 - \alpha G$$

Digitalizado com CamScanner

- Considerando a temperatura da vizinhança constante, a irradiação emitida por ela pode ser expressa como:

$$\cdot\ G = \sigma T_{viz}^4$$

- Então, supondo ($\varepsilon \simeq \alpha$) chegamos que o fluxo de calor é:

$$\boxed{\cdot\ \dot{q}_{rad} = \varepsilon \sigma (T_s^4 - T_{viz}^4)}$$

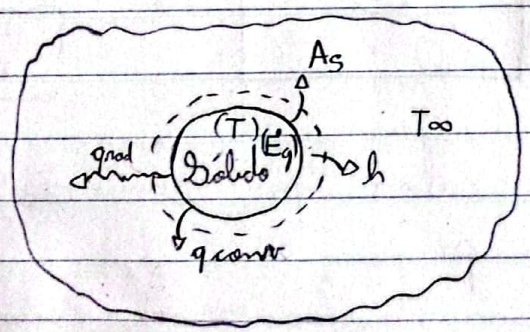
- Ou na forma de taxa:

$$\boxed{\cdot\ q_{rad} = A \varepsilon \sigma (T_s^4 - T_{viz}^4)}$$

Fenômenos de transporte 2: Regime transiente (2).

* Regime transiente: Balanço de energia

- Até o momento foi considerada em regimes transientes a transferência de calor por convecção, contudo ela pode ocorrer por outras fontes. Considere o sistema abaixo:



$\cdot\ T > T_\infty > T_{viz}$

Δ

- O balanço de energia considerando a transferência de calor por radiação e a geração de energia será:

- Acumula = Entra − Sai + gerada − consumida

- $\rho V C_v \frac{dT}{dt} = -(q_{conv} + q_{rad}) + \dot{E}_g + \dot{q}_e A_e$

$$\boxed{\cdot\ \rho V C_v \frac{dT}{dt} = -A_s\left(h(T - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T^4 - T_{viz}^4)\right) + \dot{E}_g + \dot{q}_e A_e}$$

* Regime transiente: Radiação.

- Considerando a transferência de calor apenas pela radiação temos:

- $\rho V C_v \frac{dT}{dt} = -A_s \varepsilon \sigma (T^4 - T_{viz}^4)$

- $$\int_{T_i}^{T} \frac{1}{(T^4 - T_{viz}^4)}\, dT = \int_0^t \frac{-A_s \varepsilon \sigma}{\rho V C_v}\, dt$$

- Chegamos em:

$$\boxed{\cdot\ t = \frac{\rho V C_v}{4\varepsilon\sigma A_s T_{viz}^3}\left(\ln\left(\frac{T_{viz} + T}{T_{viz} - T}\right) - \ln\left(\frac{T_{viz} + T_i}{T_{viz} - T_i}\right) + \ldots \right.$$
$$\left. \ldots\ 2\,\mathrm{tag}^{-1}\left(\frac{T}{T_{viz}}\right) - 2\,\mathrm{tag}^{-1}\left(\frac{T_i}{T_{viz}}\right)\right)}$$

Digitalizado com CamScanner

* Regime transiente: Sem radiação.

- Considerando o balanço de energia anterior sem a radiação:

$$\cdot\ \rho V C_v \frac{dT}{dt} = -A_s h (T - T_\infty) + \dot{E}_g + \dot{q}_e A_e \qquad \cdot\ \Theta = T - T_\infty$$

$$\boxed{\cdot\ \frac{d\Theta}{dt} + \frac{A_s h}{\rho V C_v}\Theta - \frac{\dot{E}_g + \dot{q}_e A_e}{\rho V C_v} = 0}$$

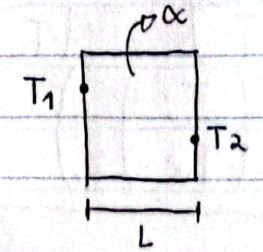
* Exemplo:

- Uma parede com (0,12 m) de espessura e ($\alpha = 1{,}5 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$), encontra-se inicialmente a uma temperatura uniforme de 85°C.

- Subitamente, uma de suas faces tem a sua temperatura reduzida a 20°C, enquanto a outra é perfeitamente isolada:

• a) Usando a técnica explícita de diferenças finitas, com incrementos espaciais de 0,03 m e no tempo de 300 s, determine a distribuição de temperaturas no tempo (t = 45 min)

- Analisando: ($\alpha = \frac{K}{C_v}$)



- $T_1 = 85°C$
- $T_2 = 20°C$ (constante independentemente do tempo)
- $\alpha = 1,5 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$
- $L = 0,12\ m$
- $\Delta x = 0,03$
- $\Delta t = 5\ min$

- Discretizando a parede: (T(°C))

t(min)	x = 0	x = 0,3	x = 0,6	x = 0,9	x = 0,12
0	T = 85	T = 85	T = 85	T = 85	T = 20
5					
10					
15					
20					
25					
30					
35					
40					
45					

* Exemplo:

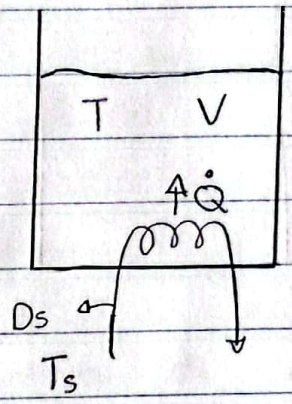
- Uma substância química ocupa um volume de $2,25\ m^3$ em um vaso isolado termicamente. A substância deve ser aquecida de 300 K até 450 K pela passagem de vapor saturado a 500 K, através da serpentina no interior do vaso cujo tubo tem parede delgada de 20 mm de diâmetro.

Digitalizado com CamScanner

- O vapor condensado no interior da serpentina mantém um coeficiente convectivo no seu interior de 10000 $W/m^2.K$, enquanto o líquido altamente agitado no interior do vaso mantém um coeficiente convectivo externo de 2000 $W/m^2.K$

- Se a substância deve ser aquecida em 60 minutos de operação, qual deve ser o comprimento da serpentina submersa?

- Analisando:



- $V = 2,25\ m^3$
- $T(t=0) = 300\ K$
- $T(t=60) = 450\ K$
- $T_s = 500\ K$
- $D_s = 0,02\ m$
- $h_i = 10000\ W/m^2.K$
- $h_e = 2000\ W/m^2.K$

- Balanço de energia: ($\rho = 1200\ Kg/m^3$; $C_v = 2200\ J/Kg.K$)

- Acumulo = ~~E~~ntra − ~~S~~ai + ~~g~~erada − ~~c~~onsumido + Q + ~~W~~

- $$\frac{d(\rho V C_v T)}{dt} = \dot{Q}$$

- $$\rho V C_v \frac{dT}{dt} = \frac{T_s - T}{R_e}$$

- $$R_e = \frac{1}{h_i A_s} + \frac{1}{h_e A_s}$$

Digitalizado com CamScanner

$$\cdot \frac{dT}{dt} = \frac{A_s (T_s - T)}{\rho V C_v \left(\frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_e}\right)} \qquad \cdot U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_e}}$$

$$\cdot \frac{dT}{dt} = \frac{A_s U (T_s - T)}{\rho V C_v} \qquad \cdot A_s = \pi D_s L$$

$$\cdot \frac{\rho V C_v}{U \pi D_s} \int_{T_i}^{T} \frac{1}{T_s - T} \, dT = \int_0^t L \, dt$$

$$\cdot \frac{\rho V C_v}{U \pi D_s} \ln\left(\frac{T_s - T_i}{T_s - T}\right) = t L$$

- O comprimento da serpentina é:

$$\boxed{\cdot L = \frac{\rho V C_v}{t U \pi D_s} \ln\left(\frac{T_s - T_i}{T_s - T}\right) = 27{,}843 \text{ m}}$$

Fenômenos de transporte 2: Condução bidimensional.

* Condução bidimensional:

- Considerando a equação da difusão térmica nas coordenadas cartesianas, temos:

$$\cdot \frac{\partial}{\partial x}\left(K \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(K \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K \frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{q} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

- Considerando uma placa plana, condução nas direções (x) e (y), em estado estacionário temos:

Digitalizado com CamScanner

- $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$

- Esta EDP pode ser resolvida de forma numérica ou analítica. Nós veremos a solução numérica.

* Rede nodal:

- A rede nodal consiste na seleção dos pontos a ser determinada a temperatura (T_i) em uma placa plana.

⊙ Selecionado os pontos será construída as equações referentes a cada ponto e realizada a determinação da sua temperatura.

* Diferenças finitas:

- Considerando a equação para condução bidimensional em placa plana:

- $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$

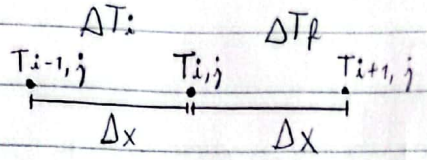
- Para determinar uma expressão explícita para a temperatura iremos utilizar o método das diferenças finitas.

- Para tal, considere o termo:

$$\cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) = \frac{\Delta\left(\frac{\Delta T}{\Delta x}\right)}{\Delta x}$$

- O que seria uma variação de uma variação? Para nosso caso, considerando um ponto (i, j) da rede nodal, a variação da variação será:

Δ



$$\cdot \frac{\Delta\left(\frac{\Delta T}{\Delta x}\right)}{\Delta x} = \frac{\frac{(T_{i+1,j} - T_{i,j})}{\Delta x} - \frac{(T_{i,j} - T_{i-1,j})}{\Delta x}}{\Delta x}$$

- Com isso, chegamos por analogia que:

$$\boxed{\cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{i+1,j} + T_{i-1,j} - 2T_{i,j}}{\Delta x^2}}$$

$$\boxed{\cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{T_{i,j+1} + T_{i,j-1} - 2T_{i,j}}{\Delta y^2}}$$

*Condução Bidimensional: Diferenças finitas.

- Considerando a equação para condução bidimensional, quando $(\Delta x = \Delta y)$ na rede nodal, aplicando o método das diferenças finitas:

Digitalizado com CamScanner

$$\boxed{\cdot\ T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1} - 4T_{i,j} = 0}$$

* Balanço de energia: Placa plana.

- Realizando o balanço de energia em 1 ponto (i,j) da placa plana, temos:

$\cdot\ E_{entra} + E_{gerada} = 0$

- A energia que entra é: (Somatório)

$\cdot\ q_{(i+1,j)\to(i,j)} = K(\Delta y \cdot 1)\dfrac{(T_{i+1,j} - T_{i,j})}{\Delta x}$

$\cdot\ \vdots$

$\cdot\ q_{(i,j+1)\to(i,j)} = K(\Delta x \cdot 1)\dfrac{(T_{i,j+1} - T_{i,j})}{\Delta y}$

- A energia gerada é:

$\cdot\ E_{gerada} = \dot{q}_{Gerada}(\Delta x \Delta y \cdot 1)$

- Juntando tudo temos:

$$\boxed{\cdot\ T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1} - 4T_{i,j} + \dot{q}_{Gerada}\frac{\Delta x^2}{K} = 0}$$

Digitalizado com CamScanner

$$\cdot\ T_1 = \frac{T_2 + T_4 + 2T_5 + \frac{\dot{q}_G \Delta x^2}{K}}{4} \qquad \odot\ A = \frac{\dot{q}_G \Delta x^2}{K} =$$

$$\cdot\ T_2 = \frac{T_1 + T_3 + T_5 + T_5 + A}{4}$$

$$\cdot\ T_3 = \frac{2T_2 + T_6 + T_5 + A}{4}$$

$$\cdot\ T_4 = \frac{2T_1 + T_5 + T_5 + A}{4}$$

$$\cdot\ T_5 = \frac{2T_2 + T_4 + T_6 + A}{4}$$

$$\cdot\ T_6 = \frac{2T_3 + 2T_5 + A}{4}$$

- Determinando o sistema de matrizes:

$$\Delta \begin{array}{c} A' \\ \begin{bmatrix} 1 & a & 0 & a & 0 & 0 \\ a & 1 & a & 0 & a & 0 \\ 0 & b & 1 & 0 & 0 & a \\ b & 0 & 0 & 1 & a & 0 \\ 0 & b & 0 & a & 1 & a \\ 0 & 0 & b & 0 & b & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} T \\ \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} B \\ \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_2 \\ \alpha_2 \\ \frac{A}{4} \\ \frac{A}{4} \end{bmatrix} \end{array}$$

- $\frac{A}{4} = 15{,}625$
- $\frac{T_5}{4} = 125$
- $a = -1/4$
- $b = -1/2$
- $\alpha_1 = \frac{2T_5 + A}{4}$
- $\alpha_2 = \frac{T_5 + A}{4}$

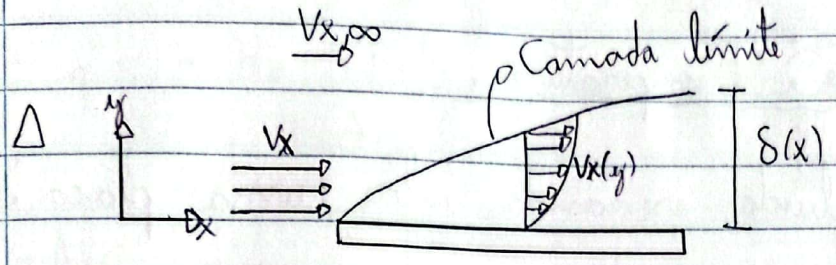
- Para determinar as temperaturas fazemos:

$$\boxed{\cdot\ T = A'^{-1} \cdot B}$$

Fenômenos de transporte 2: Convecção.

*Camada limite:

- Considere um fluido escoando sobre uma placa:



- A partir do momento que o fluido entra em contato com a placa é desenvolvido um perfil de velocidades no fluido ($V_x(y)$), onde a sua velocidade varia com (y).

- Desse modo, define-se a camada limite como sendo a espessura ($\delta(x)$) na qual a placa interfere na velocidade do fluído em escoamento livre.

- Ademais, a velocidade do fluido que caracteriza o fim da camada limite é:

$$\boxed{\cdot\ V_x = 0{,}99 \cdot V_{x,\infty}}$$

*Coeficiente de atrito local:

- Para determinar a tensão na superfície de um fluido usamos a lei da viscosidade de Newton:

$$\cdot\ \tau_s = \mu \left.\frac{\partial V_x}{\partial y}\right|_{y=0}$$

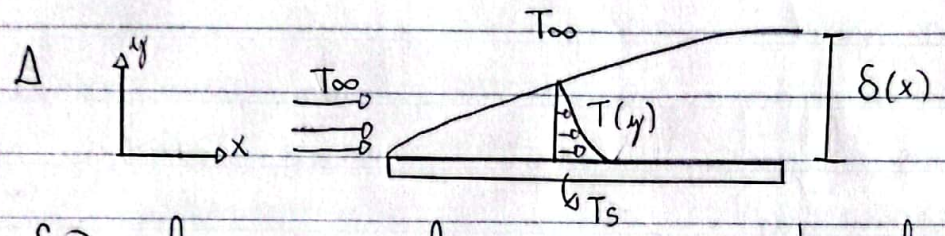
Digitalizado com CamScanner

- Neste contexto, podemos determinar o coeficiente de atrito local:

$$\boxed{\cdot\ C_f = \frac{2\tau_s}{\rho V_{x\infty}^2}}$$

* Camada limite: Temperaturas.

- Considere um fluido escoando sobre uma placa:



- De forma analoga a camada limite desenvolvida pelo fluído que escorre em uma placa, também é desenvolvida uma camada limite de temperaturas.

- Desse modo, a temperatura do fluído que caracteriza o fim da camada limite é:

$$\cdot\ (T_s - T(y)) = 0,99(T_s - T_\infty)$$

$$\boxed{\cdot\ T(y) = T_s - 0,99(T_s - T_\infty)}$$

Digitalizado com CamScanner

* Coeficiente convectivo:

- Considerando o perfil de temperaturas formado pela passagem do fluido, temos que o fluxo de calor em qualquer ponto da placa pode ser descrito por:

$$\cdot\ q'' = -K_F \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}$$

$\cdot K_F$: Condutividade térmica do fluido

- Além disso o fluxo pode ser calculado por:

$$\cdot\ q'' = h(T_s - T_\infty)$$

- Desse modo, temos que o coeficiente convectivo é:

$$\boxed{\cdot\ h = \frac{-K_F \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}}{T_s - T_\infty}}$$

* Coeficiente convectivo médio:

- O coeficiente convectivo varia de acordo com a posição na superfície. Para determinarmos a taxa de transferência de calor usamos:

$$\cdot\ \frac{q}{\partial A} = q'' \qquad \cdot\ q = \int_{A_s} q''\,\partial A = (T_s - T_\infty)\int_{A_s} h\,\partial A$$

- Para facilitar nossos cálculos definimos o coeficiente convectivo médio:

Digitalizado com CamScanner

$$\boxed{\cdot\ \bar{h} = \frac{1}{A_s}\int_{A_s} h\, dA}$$

- Desse modo, em qualquer superfície a taxa de transferência de calor (q) será:

$$\boxed{\cdot\ q = \bar{h} A_s (T_s - T_\infty)}$$

* Placa plana: Escoamento laminar ou turbulento.

- Em uma placa determinamos se o escoamento é laminar ou turbulento pelo número de Reynolds, para placas planas:

$$\boxed{\cdot\ Re_x = \frac{\rho V_\infty x}{\mu}}$$

- Onde:

- $Re_x < 5.10^5$: Escoamento laminar.
- $Re_x \geq 5.10^5$: Escoamento turbulento.

* Equações da camada limite:

- Considerando o volume de controle abaixo:

△

- Utilizando das leis fundamentais:

- Conservação de massa.
- Conservação de energia.
- Conservação de espécies químicas.
- Segunda lei de Newton do movimento.

- Ademais, desprezando os termos que representam a difusão na direção (x) de momento, energia e espécies químicas:

	Momento	Energia	Espécie química
Δ	$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} << \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$	$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} << \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$	$\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} << \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2}$

- Chegamos nas seguintes equações:

- Equação do momento na direção x: $v\frac{\partial v}{\partial x} + u\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P_\infty}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$

- Equação da energia: $v\frac{\partial T}{\partial x} + u\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\nu}{C_p}\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2$

* <u>Número de Prant:</u>

- O número de Prant (P_r) é definido como:

"$P_r = \frac{\mu C_p}{K_F}$"

* Similaridade na camada limite:

- Considerando as equações anteriores, adimensionalizando elas chegamos a equações adimensionais aplicáveis a diferentes dimensões de escoamentos.

- Desse modo, chegamos em:

$$\boxed{\cdot \text{ Número de Nusselt: } \cdot N_u = \frac{hL}{K_F}}$$

* Número de Nusselt:

- Usamos o número de Nusselt como um número adimensional para correlacionar um projeto piloto com uma planta maior.

- O número de Nusselt também é função de outros números adimensionais:

"$\cdot N_{ux} = f(x^*, Re_x, Pr)$" ⊙ x^*: Número adimensional $\left(\frac{x}{L}\right)$

⊙ O coeficiente convectivo (h_x) varia de acordo com a posição, logo o número de Nusselt (N_{ux}) também.

* Número de Nusselt: (2).

- Considerando o número de Nusselt médio, temos que ele é função de:

• $\overline{Nu}_x = f(Re_x, Pr)$

- Dessa maneira, para calcular o número de Nusselt médio em um intervalo (L) usamos:

$$\boxed{\overline{Nu}_L = C\, Re_L^{m}\, Pr^{n}}$$

⊙ C: Constante [Experimento]

- Ou:

$$\boxed{\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}_L L}{K_F}}$$

Fenômenos de transporte 2: Coeficiente convectivo externo.

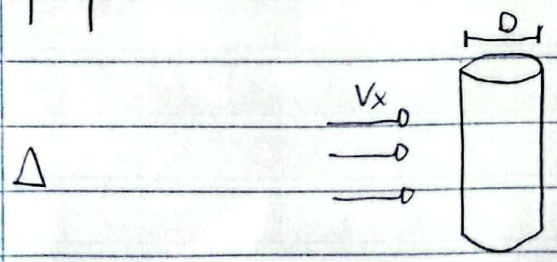
* Coeficiente convectivo: Placa plana.

- A partir de agora definiremos algumas correlações empíricas para calculo do coeficiente convectivo: (Temperatura de filme)

$$\boxed{\cdot\, Pr \geq 0{,}6: \quad \cdot\, Nu_x = \frac{h_x x}{K_F} = 0{,}332\, Re_x^{1/2}\, Pr^{1/3}}$$

* Coeficiente convectivo: Cilindro.

- Considere o cilindro com fluido se movimentando perpendicular a ele:



$$\cdot\, Re_{,D} = \frac{\rho V_x D}{\mu}$$

Digitalizado com CamScanner

- Nessas condições foi criada a correlação empírica de Hilpert:

$$\boxed{\cdot\ P_r \geq 0{,}7 : \cdot\ \overline{Nu_D} = \frac{\bar{h} D}{K_F} = C R_{eD}^{m} P_r^{1/3}}$$

- Onde: (Avaliado na temperatura de filme T_f)

	Re_D	C	m
	0,4 - 4	0,989	0,330
Δ	4 - 40	0,911	0,385
	40 - 4,000	0,683	0,466
	4,000 - 40,000	0,193	0,678
	40,000 - 400,000	0,027	0,805

⊙ A temperatura de filme é $T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2}$.

* Coeficiente convectivo: Cilindro (2).

- Para as mesmas condições da pagina 33, temos a correlação de Zukauskas para calculo do Nusselt médio: (Avaliados na temperatura (T_∞), exceto (P_{rs}) avaliado em (T_s))

$$\boxed{\begin{array}{l} \cdot\ 0{,}7 \leq P_r \leq 500 : \\ \cdot\ 1 \leq Re \leq 10^6 : \end{array} \cdot\ \overline{Nu_D} = C Re_D^{m} P_r^{n} \left(\frac{P_r}{P_{rs}}\right)^{1/4}}$$

- Onde:

- $P_r \leq 10$: $n = 0{,}37$
- $P_r \geq 10$: $n = 0{,}36$

Digitalizado com CamScanner

- Ademais:

Re_D	C	m
1 - 40	0,75	0,4
Δ 40 - 1000	0,51	0,5
1000 - 2.10^5	0,26	0,6
2.10^5 - 2.10^6	0,076	0,7

* Coeficiente convectivo: Cilindro (3)

- Por fim, temos a correlação de Churchill e Bernstein que cobre toda a faixa de Reynolds: (Avaliada na temperatura de filme)

$$\boxed{\cdot\ 0,2 \leq Re.Pr: \quad \cdot\ \overline{Nu_D} = 0,3 + \frac{0,62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + \left(\frac{0,4}{Pr}\right)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}}$$

* Coeficiente convectivo: Esfera.

- Para a determinação do coeficiente convectivo externo em esferas usamos a correlação de Whitaker: (Avaliada na temperatura (T_∞), exceto μ_s avaliado em (T_s)).

$$\boxed{\begin{array}{l} \cdot\ 0,71 \leq Pr \leq 380: \\ \cdot\ 3,5 \leq Re_D \leq 7,6.10^4: \quad \cdot\ \overline{Nu_D} = 2 + \left(0,4 Re_D^{1/2} + 0,06 Re_D^{2/3}\right) Pr^{0,4} \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{1/4} \\ \cdot\ 1 \leq \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right) \leq 3,2 : \end{array}}$$

⊙ Relembrando $\left(\overline{Nu_D} = \frac{\bar{h} D}{k_F}\right)$.

Digitalizado com CamScanner

* Exercício:

- O filme plástico decorativo sobre uma esfera de cobre com 10 mm de diâmetro é curado em um forno a 75°C.

- Com a remoção do forno, a esfera é submetida a uma corrente de ar a 1 atm e 23°C, que possui uma velocidade de 10 m/s.

- Estime quanto tempo será necessário para resfriar a esfera até 35°C.

- Analisando:

Δ

Digitalizado com CamScanner

* Exemplo:

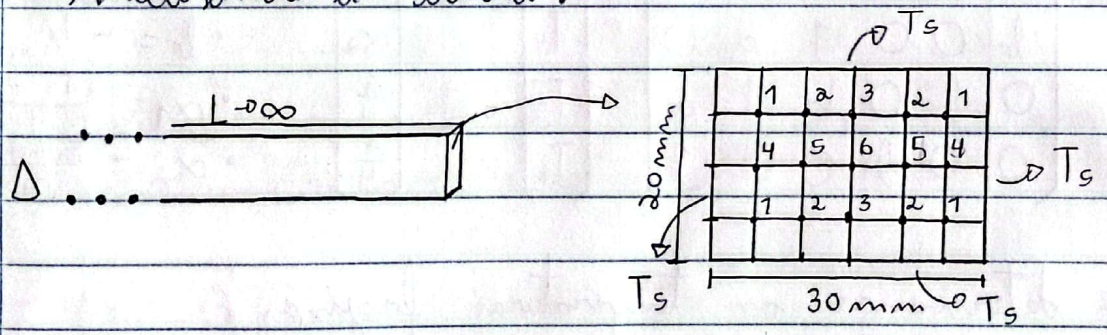
- Uma longa barra condutora retangular (20 mm x 30 mm) e ($K = 20\ W/m.K$), experimenta geração uniforme de calor de ($\dot{q}_{gerado} = 5.10^7\ W/m^3$), enquanto suas superfícies são mantidas a 300 K:

• a) Usando o método de diferenças finitas com espaçamento de malha de 5 mm, determine a distribuição de T na barra.

- Analisando: ($\Delta x = \Delta y = 5\ mm$)

• $K = 20\ W/m.K$
• $\dot{q}_{gerado} = 5.10^7\ W/m^3 = \dot{q}_G$
• $T_{s\,superfícies} = 300\ K = T_s$

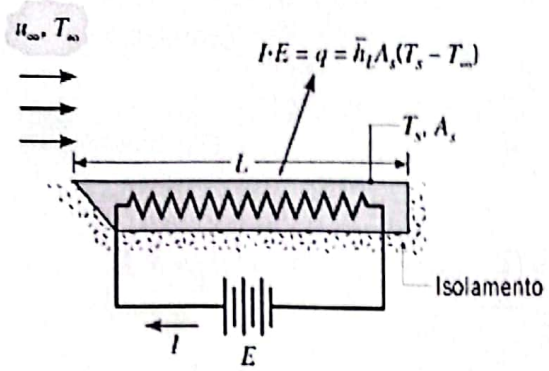
- Analisando a barra:



⊙ Os pontos foram determinados pela simetria da placa.

- Determinando a temperatura em cada ponto, pelo balanço de energia:

Escoamento Externo

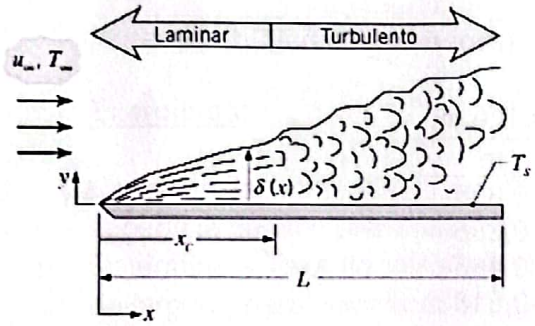


$$\overline{Nu}_L = C\, Re_L^m\, Pr^n$$

1) Escoamento Laminar sobre uma Placa

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0{,}332\, Re_x^{1/2}\, Pr^{1/3} \qquad Pr \gtrsim 0{,}6$$

$$\overline{Nu}_x \equiv \frac{\bar{h}_x x}{k} = 0{,}664\, Re_x^{1/2}\, Pr^{1/3} \qquad Pr \gtrsim 0{,}6$$



- Avaliação de todas as propriedades na T de filme: $T_{filme} = \dfrac{T_\infty + T_S}{2}$

2) Escoamento Turbulento sobre uma Placa

$$\begin{aligned} Nu_x &= St\, Re_x\, Pr \\ &= 0{,}0296\, Re_x^{4/5}\, Pr^{1/3} \qquad 0{,}6 \lesssim Pr \lesssim 60 \end{aligned}$$

3) Escoamento na Camada Limite Mista sobre uma Placa

$$\overline{Nu}_L = (0{,}037\, Re_L^{4/5} - A)\, Pr^{1/3} \qquad A = 0{,}037\, Re_{x,c}^{4/5} - 0{,}664\, Re_{x,c}^{1/2}$$

$$\begin{bmatrix} 0{,}6 \lesssim Pr \lesssim 60 \\ Re_{x,c} \lesssim Re_L \lesssim 10^8 \end{bmatrix}$$

4) Placa Plana com Condições de Fluxo Térmico Constante

Digitalizado com CamScanner

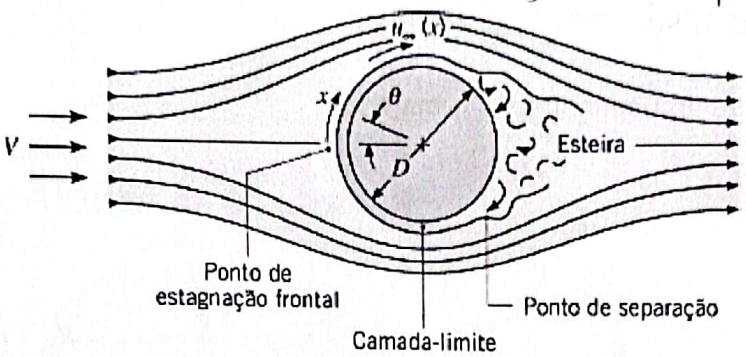
$$Nu_x = 0{,}453\, Re_x^{1/2}\, Pr^{1/3} \qquad Pr \gtrsim 0{,}6$$

(Laminar)

$$Nu_x = 0{,}0308\, Re_x^{4/5}\, Pr^{1/3} \qquad 0{,}6 \lesssim Pr \lesssim 60$$

(Turbulento)

5) Cilindro no Escoamento Cruzado (Correlação de Hilpert)



$$\overline{Nu}_D = \frac{\bar{h}D}{k} = C\, Re_D^m\, Pr^{1/3}$$

(Propriedades na T de filme)

Tabela 1: Valores das constantes C e m.

Re_D	C	m
0,4 - 4	0,989	0,330
4 - 40	0,911	0,385
40 - 4000	0,683	0,466
4000 - 40000	0,193	0,618
40000 - 400000	0,027	0,805

- Correlação de Zukauscas: (Todas as propriedades avaliadas em T_∞, exceto $\Pr_S$ avaliado em T_S)

$$\text{Se } \Pr \le 10 : n = 0{,}37$$
$$\text{Se } \Pr \ge 10 : n = 0{,}36$$

$$\overline{Nu}_D = C\, Re_D^m\, Pr^n \left(\frac{Pr}{Pr_s}\right)^{1/4}$$

$$\begin{bmatrix} 0{,}7 \lesssim Pr \lesssim 500 \\ 1 \lesssim Re_D \lesssim 10^6 \end{bmatrix}$$

Tabela 2: Valores das constantes C e m.

Re_D	C	m
1 - 40	0,75	0,4

Digitalizado com CamScanner

40 - 1000	0,51	0,5
$10^3 - 2.10^5$	0,26	0,6
$2.10^5 - 10^6$	0,076	0,7

- Correlação de Churchill – Bernstein:

$Re_D\, Pr \geq 0,2$ e propriedades avaliadas na T_{filme}

$$\overline{Nu}_D = 0,3 + \frac{0,62\, Re_D^{1/2}\, Pr^{1/3}}{[1 + (0,4/Pr)^{2/3}]^{1/4}}\left[1 + \left(\frac{Re_D}{282.000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$$

6) Escoamento sobre Esferas: Correlação de Whitaker, onde todas as propriedades são avaliadas em T_∞, exceto μ_S, que é avaliado em T_S.

$$\overline{Nu}_D = 2 + (0,4\, Re_D^{1/2} + 0,06\, Re_D^{2/3})Pr^{0,4}\left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{1/4}$$

$$\begin{bmatrix} 0,71 \lesssim Pr \lesssim 380 \\ 3,5 \lesssim Re_D \lesssim 7,6 \times 10^4 \\ 1,0 \lesssim (\mu/\mu_s) \lesssim 3,2 \end{bmatrix}$$

Exercícios:

1) Considere ar atmosférico a 20°C e a 30 m/s escoando sobre as duas superfície de uma placa com um metro de comprimento, mantida a 130°C. Determine a Taxa de transferência de calor saindo da placa, por unidade de largura, para valores do número de Reynolds de 10^5, 5.10^5 e 10^6.

2) Considere os fluidos a seguir, cada um com uma velocidade de 3 m/s e uma temperatura de 20°C, em escoamento cruzado sobre um cilindro com 10 mm diâmetro, mantido a 50°C: ar, água saturada e óleo de motor.

a) Calcule a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do cilindro.

3) Considere que o ar escoa sobre uma esfera, com 10 mm de diâmetro, com velocidade de 15 m/s, enquanto a superfície da esfera é mantida a 75°C.

a) Qual é a taxa de transferência de calor saindo da esfera?

Digitalizado com CamScanner