predicaatslogica:

27/09/2019 · propositie atomen

· waar/onwaar

inleiding · propositie + logische connectieven → formules

taal:

· alfabet (symbolen)
· syntaxis (regels)
· semantiek (betekenis)

formuleschema ↔ instantie

substitutie $[\psi/p]\phi$

* $[(p\to q)/r](r\wedge s) = \cancel{(p\to q)\wedge s}$

$$[(p\to q)/r]r \wedge [(p\to q)/r]s$$

$$= (p\to q)\wedge s$$

* $[(p\vee\neg p)/q](q\to(s\to q))$

$$= [(p\vee\neg p)/q]q \to \left([(p\vee\neg p)/q]s \to [(p\vee\neg p)/q]q\right)$$

$$= p\vee\neg p \to \left(s \to (p\vee\neg p)\right)$$

constructieboom 1 formule = 1 boom
eenduidig

semantiek waarheidswaarde = betekenis formule

Waarheidstabellen   elke connectief heeft zijn eigen waarheidstabel

$\leftrightarrow$ equivalentie : enkel 0 als $\phi \neq \psi$

$\rightarrow$ implicatie : $\phi = 0$ en $\psi = 1$ dan $\phi \rightarrow \psi = 1$
(contra-intuïtief)
want geen 3e mogelijkheid naast waar of onwaar

Waardering   functie alle propositieletters

Model $V(\phi) = 1$ (model)

modellen van $r \rightarrow s$
$\neg(r \wedge s)$

r	s	$r \rightarrow s$	$\neg(r \wedge s)$
0	1	1	1
0	0	1	1
1	1	1	0
1	0	0	1

2 modellen: $\{r = 0 ; s = 1\}$ en $\{r = 0 ; s = 0\}$

London weer voorbeeld:

α : $a \vee b$
β : $(a \wedge b) \rightarrow c$
γ : $b \rightarrow \neg c$
δ : $\neg a \rightarrow c$

tautologie $\forall V: V(\phi) = 1$ vb. $\phi \vee \neg \phi$

elke waardering is een model van ϕ

gevraagde definities op examen
- intuïtieve uitleg
- formele definitie

Contradictie formule die altijd onwaar is

logisch equivalent vb. ϕ en $\neg\neg\phi$

interessant: wetten van De Morgan

functioneel volledig $\phi \longrightarrow \psi$

connectieven $\in C$

als ϕ en ψ logisch equivalent zijn

minimum: $\{\vee$ en $\neg\}$ is functioneel volledig

$\Rightarrow$ elke formule kan omgezet worden in formule die enkel $\vee$ en $\neg$ gebruikt

zelfs nog meer: 6e connectief NOR is op zichzelf functioneel volledig

disjunctieve normaalvorm elke formule heeft disjunctieve normaalvorm

redeneren
- semantisch (geldigheid)
- syntactisch (natuurlijke deductie)

} equivalent

let op: implicatie $\rightarrow$ $\neq$ geldig gevolg $\models$

$\rightarrow$ is gewoon connectief ($\in$ syntax)

$\models$ ($\notin$ syntax) maar gedefinieerd op basis van syntax

bekende geldige gevolgen

niet van buiten