## CORSO DI MODELLI E ALGORITMI DI OTTIMIZZAZIONE - MODULO GAMS

E3 – Modelli di Programmazione Lineare Mista Intera

## Esercizio 1: Investimenti multi periodali

Un'azienda manifatturiera deve avviare un processo di installazione di una rete di comunicazione interna, in grado di garantire ai dipartimenti aziendali un rapido accesso ai documenti critici e un'agevole comunicazione. Nello specifico, questo importante progetto di cambiamento è stato pianificato su un orizzonte temporale di cinque mesi, prevedendo una crescita graduale del numero di utenti da coprire, come di seguito dettagliato:

Mese	1	2	3	4	5
Utenze da coprire	0	60	260	290	365

Per la realizzazione del progetto è necessario acquistare nuovi server, rispettando però un budget di 9500€ per le spese realizzate nei primi due mesi. Quattro sono le tipologie di server che potrebbero essere acquistate, con caratteristiche (costi e utenze supportate) fornite nella successiva tabella.

Server	Utenze supportate	Costo d'investimento (€)
Standard Intel Pentium PC (SIP)	30	2500
Enhanced Intel Pentium PC (EIP)	80	5000
SGI Workstation (SGI)	200	10000
SUN Workstation (SUN)	2000	25000

Alcune compagnie offrono degli sconti. In particolare, la compagnia SGI propone uno sconto del 10% su ogni server acquistato nel primo o nel secondo mese dell'orizzonte di pianificazione. Analogamente, l'azienda SUN offre uno sconto del 25% su ciascun server acquistato entro i primi due mesi.

Infine, il reparto di Produzione richiede che entro il mese 3 venga acquistato almeno uno dei due server più potenti (e costosi). Sulla base dei dati a disposizione, definire le scelte ottimali di investimento, indicando il numero effettivo di utenze supportate in ogni mese dell'orizzonte di pianificazione.

## Esercizio 2: Estrazione Mineraria

Una compagnia mineraria deve pianificare l'attività di estrazione su un orizzonte temporale di cinque anni. In particolare, nell'area in cui la compagnia opera sono presenti quattro miniere, delle quali, tuttavia, possono essere sfruttate annualmente al massimo tre. L'utilizzo annuale di una miniera richiede il pagamento di royalties indipendenti dalla quantità di minerali estratta. Le miniere si

differenziano, poi, in termini di costi di estrazione, capacità annuali e qualità. In particolare, la qualità dei minerali è misurata su una scala numerica lineare, tale per cui la qualità di una miscela di minerali risulta pari alla media delle qualità dei singoli elementi pesata sulle rispettive quantità. I dati del problema sono riassunti nella successiva tabella.

Miniera	Royalties (M\$/anno)	Costo unitario (\$/ton)	Capacità (Mton)	Indice di qualità
1	5	1.3	2	1.0
2	4	1.5	2.5	0.7
3	4	1	1.3	1.5
4	5	1.2	3	0.5

Ogni anno è necessario combinare le estrazioni di ciascuna miniera per produrre un'unica miscela, venduta sul mercato a 10 \$/ton, che deve presentare un determinato indice di qualità, variabile di anno in anno, presentando i seguenti valori:

Anno	1	2	3	4	5
Qualità richiesta	0.9	0.8	1.2	0.6	1.0

Per questioni tecniche, inoltre, la miniera 3 deve essere obbligatoriamente utilizzata in caso di utilizzo della miniera 1 o della miniera 2. Sulla base dei dati a disposizione, fornire una risposta ai seguenti quesiti:

- a. Definire il piano ottimale di utilizzo delle miniere nel corso del tempo.
- b. Come varia la soluzione nell'ipotesi che i costi unitari di estrazione non siano costanti, ma esista una soglia, pari a 1 Mton, oltre la quale i costi unitari aumentano del 50%?
- c. Come varia la soluzione iniziale nell'ipotesi che i costi unitari di estrazione non siano costanti, ma esista una soglia, pari a 1 Mton, oltre la quale i costi unitari diminuiscono del 50%?

### Esercizio 3: Pianificazione di Produzione e Interventi Manutentivi

Un'azienda manifatturiera realizza sette categorie di prodotti utilizzando cinque differenti tipologie di macchinari: quattro smerigliatrici, due trapani verticali, tre trapani orizzontali, un alesatore ed una piallatrice.

Ogni prodotto è caratterizzato da un certo contributo unitario al profitto (definito come differenza tra prezzo di vendita e costi di produzione). Queste quantità (in €/unità), insieme con i tempi di lavorazione richiesti dai vari prodotti nei vari reparti (espressi in ore/unità), sono riportate nella tabella successiva.

	P1	P2	Р3	P4	P5	P6	P7
Profitto unitario	10	6	8	4	11	9	3
Smerigliatura	0.5	0.7	_	_	0.3	0.2	0.5
Foratura verticale	0.1	0.2	-	0.3	-	0.6	_
Foratura orizzontale	0.2	-	0.8	_	_	_	0.6
Alesatura	0.05	0.03	_	0.07	0.1	_	0.08
Piallatura	-	-	0.01	-	0.05	_	0.05

Inoltre, ogni prodotto è caratterizzato in ogni mese da un valore preciso di domanda, intesa come il numero massimo di unità assorbite dal mercato. Queste informazioni sono fornite nella seguente tabella.

	P1	P2	Р3	P4	P5	P6	P7
Gennaio	500	1000	300	300	800	200	100
Febbraio	600	500	200	0	400	300	150
Marzo	300	600	0	0	500	400	100
Aprile	200	300	400	500	200	0	100
Maggio	0	100	500	100	1000	300	0
Giugno	500	500	100	300	1100	500	60

L'azienda in considerazione presenta, poi, la possibilità di conservare eventuali eccessi di produzione in un magazzino che può ospitare fino a 100 unità di ciascun prodotto al costo unitario mensile di 0.5€. Ad oggi il livello di scorte presenti a magazzino è pari a 50 unità per ogni tipologia di prodotto. Lo stesso livello di scorte dovrà essere raggiunto alla fine dell'orizzonte di pianificazione.

L'azienda lavora sei giorni a settimana con due turni della durata di 8 ore ciascuno. Per semplicità, ciascun mese può essere considerato come costituito da soli 24 giorni lavorativi.

Nel mese attuale (gennaio) e nei cinque successivi mesi, alcuni macchinari non saranno disponibili per la produzione a causa di interventi di manutenzione, schedulati nel seguente modo:

Mese	Macchinari in manutenzione
Gennaio	1 Smerigliatrice
Febbraio	2 Trapani orizzontali
Marzo	1 Alesatore
Aprile	1 Trapano verticale
Maggio	1 Smerigliatrice e 1 Trapano verticale
Giugno	1 Piallatrice e 1 Trapano orizzontale

Considerando che nel presente studio non è necessario affrontare alcun problema di sequenziamento dei lavori, fornire una risposta ai seguenti quesiti:

- a. Definire i piani di produzione e stoccaggio per le varie tipologie di prodotti, nell'ottica di massimizzazione dei profitti aziendali.
- b. Si trascurino le informazioni relative agli interventi di manutenzione sui macchinari nei vari mesi. Determinare il piano di manutenzione ottimale, sapendo che in ciascun mese possono essere realizzati al massimo tre interventi manutentivi e che ogni macchinario deve essere soggetto ad un intervento manutentivo in uno qualsiasi dei sei mesi, ad eccezione delle smerigliatrici, per le quali è richiesto lo svolgimento di un intervento manutentivo nel corso dell'orizzonte di pianificazione esclusivamente su due delle quattro macchine.

# Esercizio 4: Trasporto con Depositi

Un'azienda manifatturiera che lavora nel Nord Italia possiede due stabilimenti produttivi, localizzati a Milano e Cremona. L'impresa in questione dispone anche di quattro depositi dotati di strutture di stoccaggio, ubicati a Bergamo, Pavia, Piacenza e Mantova.

L'azienda vende la propria produzione a sei clienti (C1, C2, C3, C4, C5 e C6), che possono essere riforniti sia dai depositi sia direttamente dagli stabilimenti produttivi. Nella tabella successiva sono riportati i costi in € per tonnellata di prodotto trasferita dai depositi verso i clienti e dagli stabilimenti produttivi verso sia i depositi sia i clienti.

Destinazione		Fornitore					
D	estinazione	Milano	Cremona	Bergamo	Pavia	Piacenza	Mantova
	Bergamo	0.5	_				
ositi	Pavia	0.5	0.3				
Depositi	Piacenza	1.0	0.5				
	Mantova	0.2	0.3				
	C1	1.0	2.0	_	1.0	_	_
	C2	_	_	1.5	0.5	1.5	_
Clienti	C3	1.5	_	0.5	0.5	2.0	0.2
Clie	C4	2.0	_	1.5	1.0	_	1.5
	C5	_	_	_	0.5	0.5	0.5
	C6	1.0	_	1.0	_	1.5	1.5

Ogni stabilimento è poi caratterizzato da una massima capacità produttiva mensile, mentre ciascun deposito presenta un limite di stoccaggio mensile che non può essere oltrepassato. Tali valori di capacità (espressi in tonnellate) sono forniti nella successiva tabella.

Impianto	Capacità Mensile (tonnellate)
Milano	150 000
Cremona	200 000
Bergamo	70 000
Pavia	50 000
Piacenza	100 000
Mantova	40 000

Ogni cliente presenta, invece, una domanda mensile (in tonnellate) che deve essere soddisfatta, come indicato nella successiva tabella.

Cliente	Domanda Mensile (tonnellate)
C1	50 000
C2	10 000
C3	40 000
C4	35 000
C5	60 000
C6	20 000

Sulla base dai dati a disposizione, rispondere ai seguenti quesiti:

- a. Determinare la modalità più efficiente di soddisfacimento della domanda dei clienti.
- b. In virtù degli alti costi di gestione dei depositi, l'azienda in considerazione sta valutando la possibilità di chiudere qualcuno di questi impianti. In particolare, la chiusura di ciascun deposito comporterebbe un risparmio mensile, contabilizzato nella successiva tabella. Determinare le scelte ottimali di dismissione dei depositi e soddisfacimento della domanda.

Deposito Dismesso	Risparmio Mensile (€)
Bergamo	7 000
Pavia	10 000
Piacenza	6 000
Mantova	5 000