CORSO DI MODELLI E ALGORITMI DI OTTIMIZZAZIONE - MODULO GAMS

E1 – Modelli di Programmazione Lineare

Esercizio 1: Pianificazione della Produzione

Un'azienda manifatturiera produce quattro tipologie principali di prodotti (P1, P2, P3 e P4) realizzati in quattro reparti differenti (A, B, C e D). I tempi unitari di lavorazione (espressi in ore) sono riportati nella successiva tabella.

Reparto	P1	P2	Р3	P4
A	0.3	0.3	0.25	0.15
В	0.25	0.35	0.3	0.1
C	0.45	0.5	0.4	0.22
D	0.15	0.15	0.1	0.05

Nel mese corrente, ogni reparto può lavorare per un massimo di 1000 ore. Inoltre, nel periodo in considerazione, l'azienda ha ricevuto diversi ordini per i propri prodotti, siglando dei contratti che prevedono il pagamento di penali in caso di mancato soddisfacimento dell'ordine. In particolare, la successiva tabella fornisce per ciascuna tipologia di prodotto i dati relativi a domanda da soddisfare (in unità), profitto unitario (in \$) e penalità unitaria (in \$).

Prodotto	P1	P2	P3	P4
Domanda [unità]	800	750	600	500
Profitto Unitario [\$/unità]	30	40	20	10
Penalità Unitaria [\$/unità]	15	20	10	8

Sulla base dei dati a disposizione, fornire una risposta ai seguenti quesiti:

- a. Nell'ipotesi che i reparti lavorino in serie (i.e., ogni prodotto deve essere processato in ciascuno reparto), determinare il piano di produzione ottimale per l'azienda. Indicare inoltre la quantità complessivamente prodotta e il tasso di saturazione della capacità produttiva di ciascun reparto nella soluzione ottima.
- b. Nell'ipotesi che i reparti lavorino in parallelo (i.e., ogni prodotto può essere realizzato indistintamente in ciascun dei quattro reparti), determinare il piano di produzione ottimale per l'azienda. Indicare inoltre la quantità complessivamente prodotta e il tasso di saturazione della capacità produttiva di ciascun reparto nella soluzione ottima.

Esercizio 2: Pianificazione multiperiodo della produzione

Un'azienda produttrice di finestre deve pianificare la produzione su un orizzonte temporale di 6 mesi. A causa delle variazioni mensili nel costo delle materie prime e del lavoro, il costo di produzione varierà nei prossimi mesi, come mostrato nella successiva tabella, che fornisce anche i valori della domanda da soddisfare.

Mese	1	2	3	4	5	6
Domanda (unità)	100	250	190	140	220	110
Costo di produzione (\$/unità)	50	45	55	48	52	50

Per sfruttare le fluttuazioni del costo di produzione, l'azienda in considerazione potrebbe decidere di produrre in un determinato mese unità in eccesso, da conservare in magazzino per consegne nei mesi successivi. In particolare, il magazzino ha una capienza di 100 unità. Ad oggi, sono presenti 50 unità a magazzino, mentre alla fine dell'orizzonte di pianificazione è richiesta la presenza di almeno 60 unità. Ad ogni unità in magazzino è associato un costo mensile di stoccaggio pari a 8\$. Sulla base dei dati a disposizione, fornire una risposta ai seguenti quesiti:

- a. Definire i piani ottimali di produzione e stoccaggio nell'ottica di minimizzazione dei costi totali.
- b. Indicare le quantità complessivamente prodotte e stoccate nell'arco dei sei mesi nella soluzione ottima.

Esercizio 3: Miscelazione 1

Un'azienda chimica produce 3 tipi di composti (A, B e C), ciascuno dei quali si ottiene miscelando 4 prodotti base (1, 2, 3 e 4). La disponibilità (in litri) e il costo unitario (in €/litro) dei prodotti sono espressi nella successiva tabella.

Prodotto	1	2	3	4
Disponibilità (litri)	3000	2000	4000	1000
Costo (€/litro)	3	6	4	5

I ricavi unitari (espressi in €/litro) dei vari composti sono invece indicati nella seguente tabella:

Composto	A	В	C
Ricavo (€/litro)	5.5	4.5	3.5

Ogni composto è ottenuto miscelando i quattro prodotti base (che sono gli unici componenti dei composti chimici) nel rispetto di alcuni vincoli tecnici, che riguardano un minimo ed un massimo contenuto di ciascun prodotto all'interno di ogni composto, come specificato nella successiva tabella.

Composto	Prodotto					
	1	2	3	4		
A	0-30 %	40-100 %	0-50 %	0-100 %		
В	0-50 %	10-100 %	0-100 %	0-100 %		
C	70-100 %	0-100 %	0-100 %	0-100 %		

Ad esempio, il composto di tipo A deve essere costituito per almeno il 40% dal prodotto base 2, per al più il 30% dal prodotto base 1 e per al più il 50% dal prodotto base 3.

Sulla base dei dati a disposizione, determinare la miscela ottima dei prodotti al fine di massimizzare i profitti complessivi.

Esercizio 4: Miscelazione 2

Un'azienda metallurgica desidera produrre 300 kg di una nuova lega composta dal 40% di stagno, dal 35% di zinco e dal 25% di piombo. La produzione della nuova lega avverrebbe tramite fusione di cinque rottami, ciascuno dei quali presenta un peso pari a 150 kg. I contenuti di stagno, zinco e piombo dei vari rottami sono riportati nella tabella successiva.

Proprietà		Rottame				
	1	2	3	4	5	
% Stagno	60	25	45	20	50	
% Zinco	10	15	45	50	40	
% Piombo	30	60	10	30	10	
Costo (\$/kg)	22	20	25	24	27	

Sulla base dei dati a disposizione, fornire una risposta ai seguenti quesiti:

- a. Determinare le quantità di ciascun rottame da utilizzare per produrre la nuova lega a costo minimo.
- b. Indicare la percentuale di utilizzo di ciascun rottame.