

Выход линейного нейрона рассчитываем по формуле

$$z = w_1 x_1 + \cdots + w_n x_n + b = \boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{x} + b$$

где (x_1, \dots, x_n) – входящий сигнал, представленный в виде вектора (не является свойством нейрона)

 $(w_1, ..., w_n)$ – вектор весов нейрона (является свойством нейрона)

b – смещение

 ${m w}\cdot{m x}$ – скалярное произведение вектора весов и вектора входящего сигнала

Альтернативно выход нейрона может быть представлен в виде

$$z = w' \cdot x'$$

где $\pmb{x}' = (x_1, ..., x_n, 1)$ - вектор входного сигнала, дополненный единичной координатой

 ${m w}' = (w_1, ..., w_n, b)$ – вектор весов нейрона, дополненный смещением

Функция активации – скалярная функция, которая применяется к выходу нейрона

$$\sigma = f(z) = f(\mathbf{w} \cdot \mathbf{x} + b)$$



Пусть теперь нейроны объединены в слой, который содержит m нейронов. При этом на вход слоя по-прежнему подается входящий сигнал $(x_1, ..., x_n)$. Каждый из нейронов слоя имеет свой набор весов $(w_{i1}, ..., w_{in})$ и свое смещение b_i , где $i=\overline{1,m}$. Отклик i-го нейрона приобретает вид

$$\sigma_i = f\left(\sum_{j=1}^n w_{ij}x_j + b_i\right)$$

Соответственно, отклик слоя

$$\pmb{\sigma} = (\sigma_1, \dots, \sigma_m) = \left(f\left(\sum_{j=1}^n w_{1j}x_j + b_1\right), \dots, f\left(\sum_{j=1}^n w_{mj}x_j + b_m\right) \right)$$

Отклик текущего слоя является входящим сигналом для следующего слоя и необходимо соблюдать размерности векторов.

Представим теперь веса нейронов слоя в матричной форме

$$\mathbf{w} = \left(\left(w_{ij} \right) \right) = \begin{pmatrix} w_{11} & \cdots & w_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{m1} & \cdots & w_{mn} \end{pmatrix}$$

Вектор входного сигнала неизменен

$$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$$

а вектор смещений имеет вид

$$b = (b_1, ..., b_m)$$

тогда выход слоя может быть рассчитан в матричной форме

$$Z = W \cdot X + B$$

Отклик слоя рассчитывается путем поэлементного применения функции активации к координатам вектора (z_1, \dots, z_m) , который является вектором выходов нейронов слоя

$$\sigma = \sigma(Z)$$

