

# Calculus II

## Séries Numéricas e Finanças

Prof. Ana Isabel Castillo

Julho 2025

## Do Infinito ao Lucro

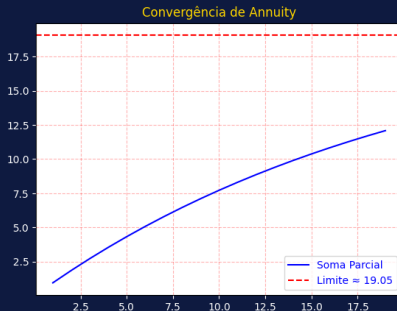
- **Teorema:**  $\sum a_n$  converge se  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  existe.
- **Exemplo Base:**  $\sum \frac{1}{(1+r)^n}$  (valor presente de annuities).
- **Finanças:** Calcula somas infinitas de fluxos financeiros.

### Objetivo

Transformar séries em riquezas eternas!

## Exemplo 1: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1+0.05)^n}$

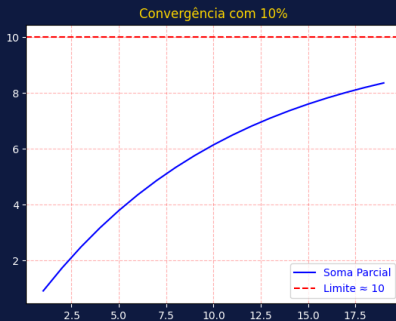
- Cálculo: Série geométrica, soma  $S = \frac{1}{1-\frac{1}{1.05}} \approx 19.05$ .
- **Finanças:** Valor presente de pagamentos anuais a 5
- Gráfico: Convergência da soma.



(Gerado com Python)

Exemplo 2:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1+0.1)^n}$

- Cálculo:  $S = \frac{1}{1 - \frac{1}{1.1}} \approx 10$ .
- **Finanças:** Valor presente com taxa de 10
- Gráfico: Convergência da soma.



(Gerado com Python)

Exemplo 3:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(1+0.05)^n}$

- **Cálculo:** Usa fórmula de séries aritméticas,  

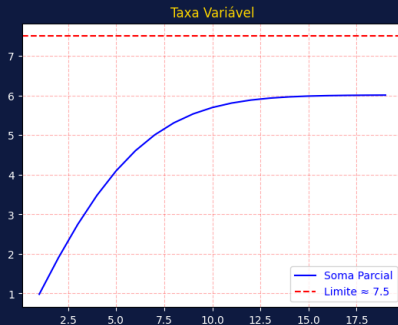
$$S = \frac{1}{(1 - \frac{1}{1.05})^2} \approx 380.95.$$
- **Finanças:** Valor presente de pagamentos crescentes.
- **Gráfico:** Convergência da soma.



(Gerado com Python)

## Exemplo 4: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1+0.02n)^n}$

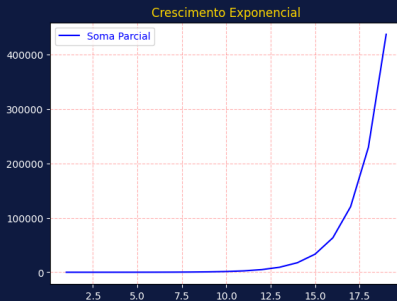
- Cálculo: Aproximação numérica, converge lentamente (ex.:  $\approx 7.5$ ).
- **Finanças:** Valor presente com taxa crescente.
- Gráfico: Convergência da soma.



(Gerado com Python)

Exemplo 5:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(1+0.05)^n}$

- Cálculo:  $S = \sum \left(\frac{2}{1.05}\right)^n$ , diverge se  $\frac{2}{1.05} > 1$ , análise de convergência.
- **Finanças:** Avalia risco de crescimento exponencial.
- Gráfico: Convergência ou divergência.



(Gerado com Python)

# Conclusão: A Importância das Séries

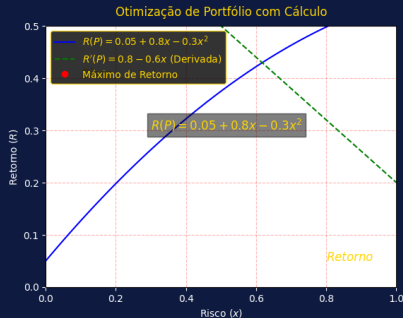
## Importância

- Séries convergentes calculam somas infinitas, fundamentais para finanças a longo prazo.
- Preveem valor presente e riscos financeiros.

## Paralelo com Finanças

- Otimiza annuities e fluxos descontados.
- Analisa estabilidade de investimentos.





Navegue pelas séries infinitas e descubra o valor escondido na soma!