

# Controle Linear: Capítulo 3 - Análise no Domínio do Tempo

Prof. Ana Isabel Castillo

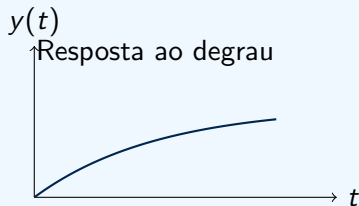
May 16, 2025

# Objetivos do Capítulo 3

- ▶ Analisar o comportamento temporal de sistemas lineares.
- ▶ Compreender respostas ao degrau, impulso e rampa.
- ▶ Calcular parâmetros transitórios (overshoot, tempo de acomodação).
- ▶ Avaliar a estabilidade de sistemas (Routh-Hurwitz).
- ▶ Aplicar no contexto financeiro (ex.: recuperação de portfólios).

# Respostas Transitórias

- ▶ **Resposta ao degrau:** Reação a uma entrada constante ( $u(t) = 1$ ).
- ▶ **Resposta ao impulso:** Reação a um pulso instantâneo ( $u(t) = \delta(t)$ ).
- ▶ **Resposta à rampa:** Reação a uma entrada linear ( $u(t) = t$ ).
- ▶ Exemplo financeiro: Resposta de um portfólio a um choque de mercado (degrau).



# Parâmetros Transitórios

- ▶ Para sistemas de 2ª ordem ( $G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ ):
  - ▶ **Overshoot** ( $M_p$ ):  $M_p = e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}}$ .
  - ▶ **Tempo de subida** ( $t_r$ ): Tempo para atingir o valor final.
  - ▶ **Tempo de acomodação** ( $t_s$ ):  $t_s \approx \frac{4}{\zeta\omega_n}$ .
- ▶ Exemplo: Tempo para um portfólio se estabilizar após uma queda.

# Estabilidade de Sistemas

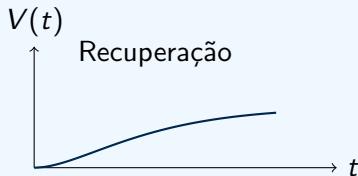
- ▶ Um sistema é estável se todas as raízes do denominador de  $G(s)$  têm parte real negativa.
- ▶ **Critério de Routh-Hurwitz:** Constrói uma tabela para verificar estabilidade sem calcular raízes.
- ▶ Exemplo:  $s^3 + 3s^2 + 2s + 1 = 0$ . Tabela Routh:

$s^3$	1	2
$s^2$	3	1
$s^1$	$\frac{5}{3}$	0
$s^0$	1	0

- ▶ Sistema estável se não houver mudanças de sinal.

# Exemplo Financeiro: Recuperação de Portfólio

- ▶ Modelo:  $\frac{d^2V}{dt^2} + 2\frac{dV}{dt} + V = u(t)$ , onde  $V(t)$  é o valor do portfólio,  $u(t)$  é um choque.
- ▶ Função de transferência:  $G(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1}$ .
- ▶ Resposta ao degrau:  $V(t) = 1 - e^{-t} - te^{-t}$ .
- ▶ Parâmetros:  $\zeta = 1$ ,  $\omega_n = 1$ , sem overshoot,  $t_s \approx 4s$ .



- ▶ Respostas transitórias (degrau, impulso, rampa) descrevem o comportamento temporal.
- ▶ Parâmetros como overshoot e tempo de acomodação quantificam desempenho.
- ▶ Estabilidade é verificada por Routh-Hurwitz ou raízes.
- ▶ Aplicação financeira: Analisar recuperação de portfólios após choques.

## Exercício

Para  $G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$ , calcule o overshoot e o tempo de acomodação. Interprete como a resposta de um ativo financeiro.