

Controle Linear: Capítulo 6 - Tópicos Avançados e Aplicações

Prof. Ana Isabel Castillo

May 16, 2025

Objetivos do Capítulo 6

- ▶ Introduzir o controle digital e a transformada Z.
- ▶ Explorar sistemas MIMO (múltiplas entradas e saídas).
- ▶ Apresentar aplicações práticas em finanças e engenharia.
- ▶ Usar ferramentas computacionais (ex.: MATLAB, Python).
- ▶ Aplicar em finanças (ex.: controle digital de portfólios).

Controle Digital e Transformada Z

- ▶ Sistemas digitais operam com sinais amostrados em intervalos discretos.
- ▶ **Transformada Z:** Equivalente à transformada de Laplace para sistemas discretos:

$$Z\{x[k]\} = X(z) = \sum_{k=0}^{\infty} x[k]z^{-k}$$

- ▶ Relação com tempo contínuo: $z = e^{sT}$, onde T é o período de amostragem.
- ▶ Exemplo financeiro: Ajuste diário de um portfólio com amostragem.

Sistema MIMO

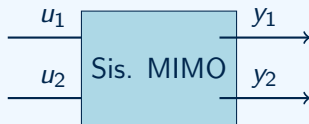
- **MIMO:** Múltiplas entradas e saídas, representados no espaço de estados:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

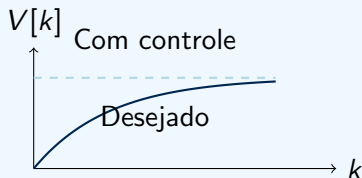
onde u e y são vetores.

- Exemplo: Portfólio com dois ativos (entradas: aportes; saídas: retornos).
- Vantagem: Modela interações complexas entre variáveis.



Exemplo Financeiro: Controle Digital de Portfólio

- ▶ Modelo discreto: $V[k+1] = (1+r)V[k] + u[k]$, onde $V[k]$ é o valor do portfólio, $u[k]$ é o aporte diário.
- ▶ Função de transferência discreta: $G(z) = \frac{1}{z-(1+r)}$.
- ▶ Controlador proporcional: $u[k] = K_p(V_{\text{des}} - V[k])$.
- ▶ Resultado: Estabiliza o portfólio em um valor desejado.



- ▶ **MATLAB/Simulink**: Simulação de sistemas contínuos e discretos.
- ▶ **Python (biblioteca control)**: Análise de funções de transferência e espaço de estados.
- ▶ Exemplo: Simular o controle digital de um portfólio em Python:

$$V[k + 1] = (1 + r)V[k] + K_p(V_{\text{des}} - V[k])$$

- ▶ Visualização: Gráficos de resposta e diagramas de Bode.

- ▶ Controle digital usa a transformada Z para sistemas discretos.
- ▶ Sistemas MIMO modelam múltiplas entradas e saídas.
- ▶ Aplicações incluem finanças (ex.: portfólios) e engenharia (ex.: robôs).
- ▶ Ferramentas como MATLAB e Python facilitam simulações.

Exercício

Para $V[k + 1] = 1.05V[k] + u[k]$, projete um controlador proporcional para $V_{\text{des}} = 100$. Simule em Python ou MATLAB e interprete como um fundo de investimento.