

Controle Linear: Capítulo 4 - Análise no Domínio da Frequência

Prof. Ana Isabel Castillo

May 16, 2025

Objetivos do Capítulo 4

- ▶ Entender a análise de sistemas no domínio da frequência.
- ▶ Construir e interpretar diagramas de Bode.
- ▶ Analisar margens de ganho e fase.
- ▶ Explorar a resposta em frequência.
- ▶ Aplicar em finanças (ex.: oscilações em preços de ativos).

Resposta em Frequência

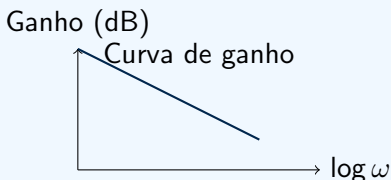
- ▶ A resposta em frequência descreve como um sistema reage a entradas senoidais ($u(t) = A \sin(\omega t)$).
- ▶ Função de transferência avaliada em $s = j\omega$:

$$G(j\omega) = |G(j\omega)|e^{j\angle G(j\omega)}$$

- ▶ **Ganho:** $|G(j\omega)|$, **Fase:** $\angle G(j\omega)$.
- ▶ Exemplo financeiro: Oscilações em preços de ativos devido a ciclos econômicos.

Diagrama de Bode

- ▶ Plota ganho (em dB) e fase vs. frequência (ω).
- ▶ Ganho em dB: $20 \log_{10} |G(j\omega)|$.
- ▶ Exemplo: Para $G(s) = \frac{1}{s+1}$:
 - ▶ Ganho: $|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\omega^2+1}}$.
 - ▶ Fase: $\angle G(j\omega) = -\arctan(\omega)$.

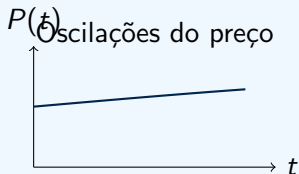


Margens de Ganho e Fase

- ▶ **Margem de ganho:** Quanto o ganho pode aumentar antes da instabilidade.
- ▶ **Margem de fase:** Quanto a fase pode diminuir antes da instabilidade.
- ▶ Determinadas no diagrama de Bode:
 - ▶ Margem de ganho: Ganho em dB quando a fase é -180° .
 - ▶ Margem de fase: Fase quando o ganho é 0 dB.
- ▶ Exemplo financeiro: Estabilidade de um modelo de preços sob flutuações.

Exemplo Financeiro: Oscilações de Preços

- ▶ Modelo: $\frac{dP}{dt} + P = u(t)$, onde $P(t)$ é o preço de um ativo, $u(t)$ é uma entrada cíclica.
- ▶ Função de transferência: $G(s) = \frac{1}{s+1}$.
- ▶ Resposta em frequência: $G(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega}$.
- ▶ Ganho: $|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\omega^2+1}}$, Fase: $-\arctan(\omega)$.
- ▶ Interpretação: Baixas frequências (ciclos longos) têm maior impacto nos preços.



- ▶ Análise no domínio da frequência usa $G(j\omega)$ para estudar respostas senoidais.
- ▶ Diagramas de Bode mostram ganho e fase vs. frequência.
- ▶ Margens de ganho e fase indicam robustez contra instabilidade.
- ▶ Aplicação financeira: Modelar oscilações em preços de ativos.

Exercício

Para $G(s) = \frac{10}{s(s+2)}$, esboce o diagrama de Bode e estime a margem de fase. Interprete como um modelo de mercado financeiro.