

Sistemas Dinâmicos na Matemática Financeira

Prof. Ana Isabel C.

Math-Dynamics Lab

June 4, 2025

O que são Sistemas Dinâmicos?

- Um sistema dinâmico descreve a evolução de uma variável ao longo do tempo por meio de uma regra ou equação.
- Pode ser:
 - Discreto: $x_{n+1} = f(x_n)$
 - Contínuo: $\frac{dx}{dt} = f(x)$
- Estão presentes em física, biologia, economia — e claro, nas finanças!

Juros Compostos como Sistema Dinâmico

Equação:

$$A_{n+1} = A_n \cdot (1 + r)$$

- A_n : valor no tempo n
- r : taxa de juros
- Cada passo depende do anterior → **dinâmica iterativa!**

Exemplo simples de sistema discreto usado diariamente em bancos e investimentos.

- Parcelamentos seguem regras iterativas:

$$S_{n+1} = S_n \cdot (1 + i) - P$$

- S_n : saldo devedor, i : taxa, P : parcela
- Variações nos parâmetros podem causar instabilidade ou explosão da dívida

Modelos não lineares \rightarrow risco de comportamento caótico em economias endividadadas.

- Preço de ativos segue equações diferenciais estocásticas (ex: Black-Scholes)
- Modelos GARCH e VAR também têm estrutura dinâmica
- Sistemas com feedback \rightarrow propagação de risco \rightarrow **cascatas de default**

Dinâmica + aleatoriedade = fronteira moderna da matemática financeira.

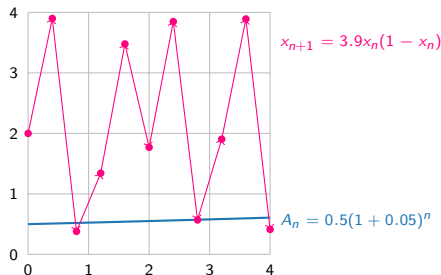
Conclusão

- A matemática financeira está cheia de sistemas dinâmicos, dos simples aos complexos.
- Ferramentas como Python e simulações numéricas permitem visualizar essas dinâmicas.
- **Educação, pesquisa e modelagem de risco** ganham muito com essa conexão!

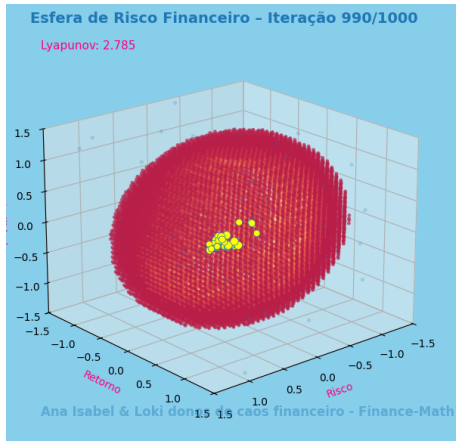
Source: github.com/IsabelCasPe/Finance-Math

Dinâmica de Juros e Caos Financeiro

- Juros compostos:
 $A_n = A_0(1 + r)^n$
- Estável, mas sensível a variações.
- Mapa logístico financeiro:
 $x_{n+1} = rx_n(1 - x_n)$
- Simula volatilidade em mercados.



Modelos de Preço e Risco



- **Julia 4D**: Modela portfólios complexos com fronteiras caóticas, como em GARCH.
- **Pontos de Poincaré**: Indicam eventos críticos, como defaults ou picos de volatilidade.

Agradecimentos

- Inspirada pelo gênio \mathbf{A}^2 (Artur Avila), que ilumina o caos matemático!
- Salve aos nerds do *Math-Dynamics Lab*

github.com/IsabelCasPe/Finance-Math