

QuantDataScience: A Dança da Borboleta de Hofstadter

Do Caos Quântico às Math Dynamic

Prof. Ana Isabel Castillo

@IsabelCasPe

September 2025

Introdução: O Voo da Borboleta

Bem-vindo ao Caos Quântico!

- A Borboleta de Hofstadter é um fractal quântico da equação de Harper.
- Jornada desde 1974, turbinada com os 10 martinis de inspiração do Artur! (Será que ele aprova?)

Equação de Harper

A Borboleta surge da equação:

$$g_{n+1} + g_{n-1} + 2 \cos(2\pi n\alpha - \nu)g_n = \epsilon g_n$$

- $\alpha = p/q$: Razão de fluxo magnético.
- $\nu \in [0, 2\pi)$: Fase de Bloch, varrida em n_{us} passos.
- ϵ : Energia, calculada via autovalores de uma matriz H de tamanho $q \times q$.
- Matriz H : Diagonal com $2 \cos(2\pi n\alpha)$, off-diagonal com 1, e contorno com $e^{\pm i\nu}$.

Trajectoria Marota desde 1974

Origens do Fractal

- 1974: Douglas Hofstadter publica em Phys. Rev. B, ligando electrons de Bloch a fractais.
- Décadas de refinamento com café e cálculos.
- Simetria em $\alpha = 0.5$ e $\epsilon = 0$ como ícone quântico!

O Renascimento da Borboleta

- 2025: Quanta Magazine (<https://www.quantamagazine.org>) usa teoria dos números.
- Após 10 martinis, gerei o GIF em Python com estrelas piscando!
- Zoeira quântica homenageia Hofstadter.

Visualização Estática da Borboleta

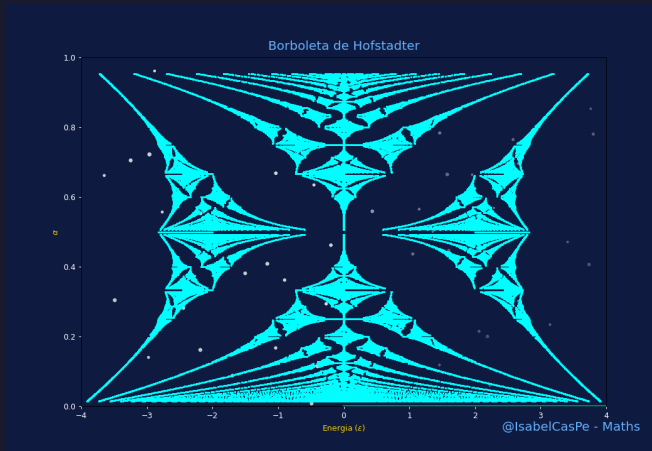


Figure: Borboleta de Hofstadter: Fractal Estático

- Código e GIF no GitHub:

<https://github.com/IsabelCasPe/Math-Dynamics>

Figure: Borboleta de Hofstadter: Dança Quântica

Detalhes

- Animação revela construção por α .
- Estrelas piscam com easing suave.

Conclusão: Zoeira e Ciência

Reflexão Final

- Da equação de Harper ao GIF, a Borboleta une caos e código.
- 10 martinis provam: fractais dançam!
- Próximos passos: finanças quânticas no meu repo de QuantDataScienceX.