Rössler Attractor com Lyapunov: Chaotic Dynamics

Prof. Ana Isabel C.

Math-Dynamics Lab

June 3, 2025

Licença: CC BY-NC 4.0

Introdução

- O sistema de Rössler é um modelo dinâmico contínuo que exibe comportamento caótico.
- Introduzido por Otto Rössler (1976) para estudar dinâmica não linear.
- Objetivo: Analisar caos via expoente de Lyapunov e entropia de Kolmogorov-Sinai.

Modelo Matemático

Equações:

$$\begin{cases} \dot{x} = -y - z \\ \dot{y} = x + ay \\ \dot{z} = b + z(x - c) \end{cases}$$

- Parâmetros: a = 0.2, b = 0.2, c = 5.7.
- Condições iniciais: $(x_0, y_0, z_0) = (1.0, 1.0, 1.0)$.

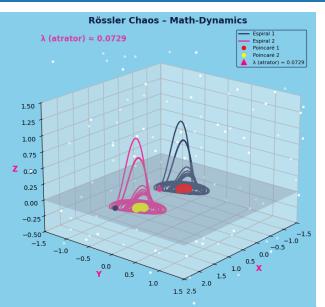
Expoente de Lyapunov e Entropia

- Expoente de Lyapunov: $\lambda \approx 0.071 > 0$ indica caos.
 - Calculado numericamente com $\delta = 10^{-8}$.
 - Trajetórias próximas divergem exponencialmente: $d(t) \sim d_0 e^{\lambda t}$.
- Entropia de Kolmogorov-Sinai: $h_{\mu} \approx \sum_{\lambda_i > 0} \lambda_i \approx 0.071$.
 - Mede a taxa de produção de incerteza (imprevisibilidade).

Seção de Poincaré

- Definida no plano z = 0, capturando interseções ascendentes.
- Representa a estrutura do atrator caótico em uma projeção bidimensional.
- Evidencia a sensibilidade às condições iniciais.

Visualização



Conclusão

- O sistema de Rössler apresenta caos com $\lambda \approx 0.071$ e $h_{\mu} \approx 0.071$.
- Aplicações: Física, química, modelagem de sistemas dinâmicos.
- Mais em: Math-Dynamics.