

Mapa de Hénon: Caos e Fractais

Prof. Ana Isabel C.
Math-Dynamics

IME- USP

June 3, 2025

Licença: CC BY-NC 4.0

Introdução

- O mapa de Hénon pulsa com **caos** e **fractais**, na vibe do fenômeno de Newhouse.
- Inspirado em dinâmicas selvagens de **renormalização**. [Avila, IME-USP, 2022]
- Objetivo: Explorar o atrator fractal com $\lambda \approx 0.418$.

Equações do Hénon

$$\begin{cases} x_{n+1} = 1 - ax_n^2 + y_n \\ y_{n+1} = bx_n \end{cases}$$

- Parâmetros: $a = 1.4$, $b = 0.3$.
- Condição inicial: $(x_0, y_0) = (0.1, 0.1)$.



Caos e Renormalização

- **Expoente de Lyapunov:** $\lambda \approx 0.418 > 0$ é puro caos!
- **Newhouse:** Infinitos atratores em dimensão 2, via **renormalização**, dançam na ferradura de Smale. [Avila, 2022]
- **Hénon:** Fractais emergem de iterações selvagens, como pontos homoclínicos de Poincaré.

Entropia

$$h_\mu \approx \sum_{\lambda_i > 0} \lambda_i \approx 0.418.$$

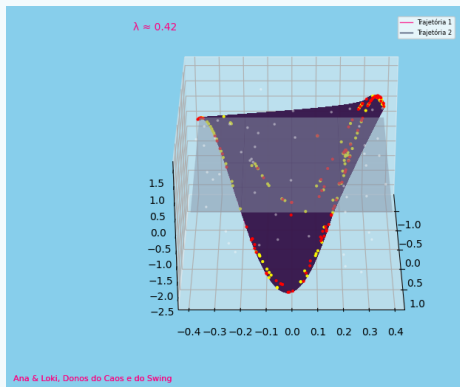
Fractal

Atrator Fractal

- O atrator de Hénon é um **fractal** autossimilar, resistente ao caos.
- Sensibilidade às condições iniciais reflete a **ferradura de Smale**.
- Visualização 3D ($z = \Delta x$) é elegante!



Visualização



Atrator de Hénon 3D com $a = 1.4$, $b = 0.3$,
 $z = \Delta x$.

- Trajetória com $N = 20000$ iterações.
- $\lambda \approx 0.418$, fractal selvagem.

Resultados

Hénon brilha com **caos** ($\lambda \approx 0.418$) e **fractais**, segundo, Newhouse. mais em: <https://github.com/IsabelCasPe/Math-Dynamics>.

- Aplicações: Astronomia, finanças, física.
- Mais em: Math-Dynamics.

