# Dinâmica da Esfera Quântica com Quadrinhos – Math-Dynamics

Prof. Ana Isabel Castillo

Junho 2025

## Introdução

Este projeto é puro *Math-Dynamics*, construindo uma esfera 3D com diferenças finitas, coberta por quadrinhos coloridos em `Spectral`, com rotação harmoniosa e estrelas glamurosas. Feito em Python com `numpy` e `matplotlib` Veja mais em GitHub Rainha Isabel!

## 1 Modelo Matemático

**Passo 1: Coordenadas esféricas:** Esfera de raio $r = 1$:

$$x = \sin\theta\cos\phi, \quad y = \sin\theta\sin\phi, \quad z = \cos\theta$$

Malha com $N = 40$, $\Delta\theta = \Delta\phi = \frac{\pi}{40}$.

**Passo 2: Diferenças finitas:** Construímos a esfera quântica resolvendo numericamente a equação de Laplace em coordenadas esféricas ($\theta \in [0, \pi]$, $\phi \in [0, 2\pi]$) com diferenças finitas, formando uma malha de 1156 quadrinhos que florescem como pétalas matemáticas. A equação de Laplace na esfera é dada por:

$$\nabla^2 u = \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial u}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2 u}{\partial\phi^2} = 0,$$

onde $u(\theta, \phi)$ é a função potencial na superfície da esfera de raio $r = 1$. A discretização segue os passos:

i. **Malha esférica:** Definimos uma grade com $N = 35$ pontos em $\theta$ e $\phi$, com passos $\Delta\theta = \Delta\phi = \frac{\pi}{35}$. Isso gera $(35 - 1)^2 = 1156$ quadrinhos (patches $2 \times 2$), visualizados como mosaicos em `Spectral`.

ii. **Aproximação das derivadas:** A derivada em $\theta$ é aproximada por:

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial u}{\partial\theta}\right) \approx \frac{\sin\theta_{i+1/2}\frac{u_{i+1,j}-u_{i,j}}{\Delta\theta} - \sin\theta_{i-1/2}\frac{u_{i,j}-u_{i-1,j}}{\Delta\theta}}{\Delta\theta},$$

onde $\theta_i = i\Delta\theta$, $\phi_j = j\Delta\phi$, e $u_{i,j} = u(\theta_i, \phi_j)$. A segunda derivada em $\phi$ é:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial\phi^2} \approx \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{\Delta\phi^2}.$$

iii. **Solução constante:** Assumimos $u = 1$ como solução trivial, satisfazendo $\nabla^2 u = 0$, pois uma função constante na esfera tem derivadas nulas. Isso simplifica a visualização, focando na construção geométrica dos quadrinhos.

iv. **Construção visual:** Cada quadrinho é plotado sequencialmente até $t = 15$ segundos, com progresso percent $= \min(1, (t/15)^2)$,

v. **Rotação harmoniosa:** Rotação da esfera ($\omega_x = 0.02$, $\omega_y = 0.03$, $\omega_z = 0.04$) e câmera (elev $= 30 + 10\sin(0.05t)$, azim $= 2t$).

vi. **Quadrinhos:** Construção sequencial de patches $2\times2$, com progresso percent $= \min(1, (t/15)^2)$.

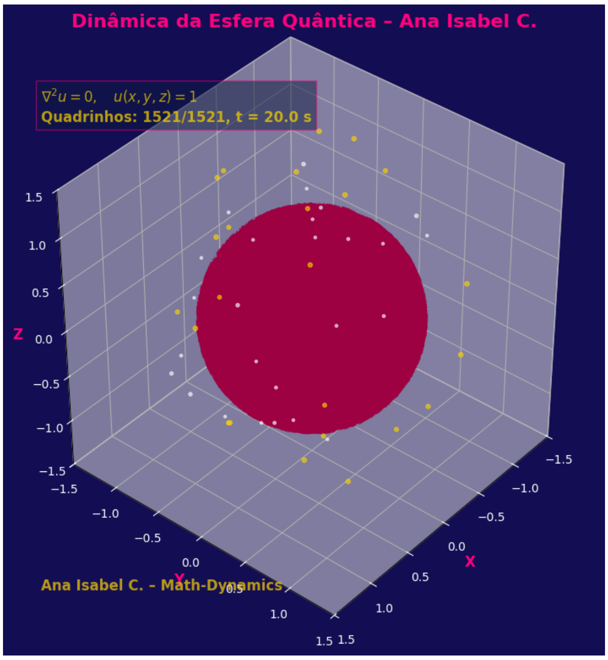


Figure 1: Esfera quântica com quadrinhos em Spectral e estrelas pulsantes.

## 2 Implementação em Python

**Passo 1:** **Malha:** $N = 40$, 1521 quadrinhos.

**Passo 2:** **Animação:** Esfera com quadrinhos em `Spectral`, rotação fluida, estrelas pulsantes, fundo dinâmico.

**Passo 3:** **Código Python:**

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
# Parametros
N = 35  # Reduzido de 40 pra otimizar no Colab
theta = np.linspace(0, np.pi, N)
phi = np.linspace(0, 2*np.pi, N)
Theta, Phi = np.meshgrid(theta, phi)
r = 1  # Raio da esfera
omega_x, omega_y, omega_z = 0.02, 0.03, 0.04
....
```

## Conclusão

Um espetáculo *Math-Dynamics*, com uma esfera coberta por quadrinhos vibrantes, rotação fluida e estrelas brilhantes. Perfeito pra provas, GitHub e pra fazer os invejosos do Facebook pirarem! Veja em: isabelcaspe.github.io.