

Zeros de Funções

Prof. Ana Isabel Castillo

May 15, 2025

Introdução aos Zeros de Funções

- ▶ Os zeros de uma função são os valores de x que satisfazem $f(x) = 0$.
- ▶ Encontrar esses zeros é fundamental em diversos campos como economia, engenharia e finanças.
- ▶ Métodos numéricos são especialmente úteis quando as funções não possuem soluções analíticas exatas.

Isolamento de Raízes

- ▶ O primeiro passo na busca por zeros é identificar intervalos onde a função muda de sinal.
- ▶ O Teorema de Bolzano garante que se $f(a)$ e $f(b)$ possuem sinais opostos, então existe pelo menos um zero no intervalo $[a, b]$.
- ▶ **Exemplo:** Encontre um intervalo onde a função $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ possui uma raiz.

Método da Bisseção

- ▶ Baseado na repetida divisão de intervalos para localizar raízes.
- ▶ É garantido se a função for contínua e muda de sinal no intervalo.
- ▶ **Exemplo:** Use o método da bisseção para encontrar uma raiz de $f(x) = x^2 - 2$ no intervalo $[1, 2]$.

Método da Iteração Linear

- ▶ Baseado na reescrita da função na forma $x = g(x)$ e sucessiva substituição.
- ▶ Converge se $g'(x) < 1$ no intervalo de interesse.
- ▶ **Exemplo:** Use a função $g(x) = \sqrt{2+x}$ para encontrar uma raiz de $x^2 - 2 = 0$ a partir de uma aproximação inicial.

Método de Newton-Raphson

- ▶ Método iterativo que utiliza a derivada para ajustar aproximações:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

- ▶ Converge rapidamente se a aproximação inicial estiver próxima da raiz.
- ▶ **Exemplo:** Use o método para encontrar uma raiz de $f(x) = x^3 - 2x - 5$ com $x_0 = 2$.