

Solutions of Equations in One Variable

Chapter 2 - Numerical Analysis (Burden et al.)

Prof. Ana Isabel Castillo

Julho 2025

Objetivo

Explorar métodos numéricos para resolver equações em uma variável do Capítulo 2, com 10 exercícios resolvidos.

- Métodos: Bisseção, Falsa Posição, Newton-Raphson, Secante.
- Convergência e erros.
- Aplicação prática com exemplos.

Tópicos Principais

- **Bisseção:** Intervalo com mudança de sinal.
 - **Falsa Posição:** Interpolação linear.
 - **Newton-Raphson:** Derivadas para iteração.
 - **Secante:** Aproximação sem derivada.
- Foco em precisão e eficiência.

Exercício 1: Bisseção

Enunciado

Use o método da bisseção para encontrar uma raiz de $f(x) = x^2 - 2$ em $[1, 2]$ com erro < 0.1 .

Solução

- $f(1) = -1$, $f(2) = 2$, muda de sinal. - Meio: $x = 1.5$, $f(1.5) = 0.25$, novo intervalo $[1, 1.5]$. - Aprox. $x \approx 1.4$ após poucas iterações.

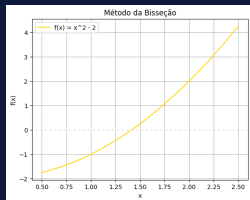


Figure: Método da Bisseção, Raiz aproximada: 1.4375 após 3 iterações

Exercício 2: Falsa Posição

Enunciado

Aplique o método da falsa posição para $f(x) = x^3 - x - 2$ em $[1, 2]$ com 3 iterações.

Solução

- $f(1) = -2$, $f(2) = 4$, interseção linear. - 1ª iteração: $x \approx 1.666$, $f(1.666) \approx -0.37$. - Continua refinando.



Figure: Método da Falsa Posição

Iteração 1: $x = 1.333333$, $f(x) = -0.962963$ Iteração 2: $x = 1.555556$, $f(x) = -0.253704$

Exercício 3: Newton-Raphson

Enunciado

Use Newton-Raphson para resolver $f(x) = x^2 - 4$ com $x_0 = 1$ até 3 iterações.

Solução

- $f'(x) = 2x$, $x_1 = 1 - \frac{1-4}{2} = 2.5$. - $x_2 = 2.5 - \frac{6.25-4}{5} \approx 2.1$, e assim por diante.

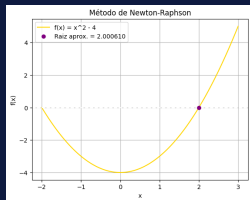


Figure: Método de Newton-Raphson

Iteração 1: $x = 2.500000$, $f(x) = 2.250000$ Iteração 2: $x = 2.000610$, $f(x) = 0.000610$

Exercício 4: Secante

Enunciado

Aplique o método da secante para $f(x) = e^x - 3x$ com $x_0 = 0$, $x_1 = 1$ até 3 iterações.

Solução

- $f(0) = 1$, $f(1) \approx 1.718$, $x_2 \approx 0.419$. - Refina iterativamente.

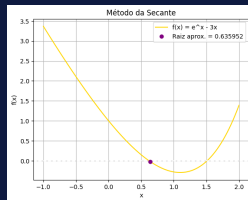


Figure: Método da Secante

Iteração 1: $x = 0.780203$, $f(x) = -0.158694$ Iteração 2: $x = 0.496679$, $f(x) = 0.153218$ Iteração 3: $x = 0.635952$, $f(x) \approx 0$

Exercício 5: Ponto Fixo

Enunciado

Reescreva $x = e^{-x}$ como $g(x) = e^{-x}$ e use ponto fixo com $x_0 = 0.5$ por 3 iterações.

Solução

- $x_1 = e^{-0.5} \approx 0.606$, $x_2 \approx 0.567$, etc.

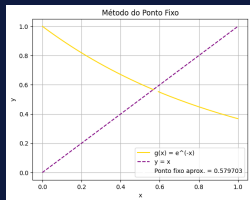


Figure: Método do Ponto Fixo

Iteração 1: $x = 0.606531$ Iteração 2: $x = 0.545239$ Iteração 3: $x = 0.579703$ Ponto fixo aproximado após 3 iterações: 0.579703

Exercício 6: Bisseção com Tolerância

Enunciado

Encontre uma raiz de $f(x) = x^3 - 7$ em $[1, 3]$ com erro < 0.05 .

Solução

- $f(1) = -6$, $f(3) = 20$, meio $x \approx 2$. - Refina até $x \approx 1.9$.

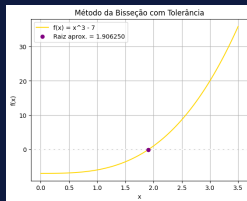


Figure: Método da Bisseção com Tolerância

Iteração 1: $x = 2.000000$, $f(x) = 1.000000$ Iteração 2: $x = 1.500000$, $f(x) = -3.625000$ Iteração 3: $x = 1.750000$, $f(x) = -1.640625$ Iteração 4: $x = 1.875000$, $f(x) = -0.408203$ Iteração 5:

Exercício 7: Falsa Posição Avançada

Enunciado

Use falsa posição para $f(x) = \sin x - x/2$ em $[0, 1]$ por 4 iterações.

Solução

- $f(0) = 0$, $f(1) \approx -0.341$, interseção ajustada.

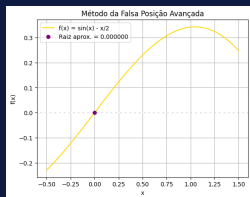


Figure: Método da Falsa Posição Avançada

Iteração 1: $x = 0.000000$, $f(x) = 0.000000$ Raiz aproximada após 4 iterações: 0.000000

Exercício 8: Newton-Raphson com Derivada

Enunciado

Resolva $f(x) = x^2 - \cos x$ com $x_0 = 1$ por 3 iterações.

Solução

- $f'(x) = 2x + \sin x$, $x_1 \approx 0.75$, refina.

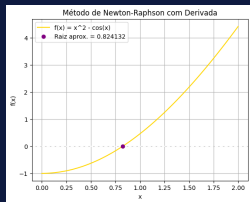


Figure: Método de Newton-Raphson com Derivada

Iteração 1: $x = 0.838218$, $f(x) = 0.033822$ Iteração 2: $x = 0.824242$, $f(x) = 0.000261$ Iteração 3: $x = 0.824132$, $f(x) = 0.000000$ Raiz aproximada após 3 iterações: 0.824132

Exercício 9: Secante com Intervalo

Enunciado

Aplique secante para $f(x) = x^3 - 2x + 2$ com $x_0 = 0$, $x_1 = 1$ por 3 iterações.

Solução

- $x_2 \approx 0.5$, refina iterativamente.

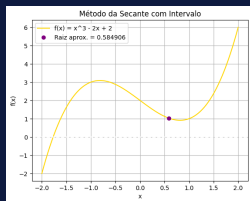


Figure: Método da Secante com Intervalo

Iteração 1: $x = 2.000000$, $f(x) = 6.000000$ Iteração 2: $x = 0.800000$, $f(x) = 0.912000$ Iteração 3: $x = 0.584906$, $f(x) = 0.000000$

Exercício 10: Convergência de Ponto Fixo

Enunciado

Teste $g(x) = \sqrt{x+1}$ para $x = 0$ com 3 iterações.

Solução

- $x_1 \approx 1$, $x_2 \approx 1.414$, converge pra $\sqrt{2}$.

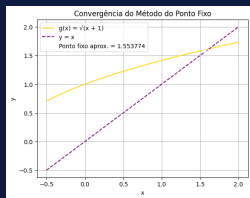


Figure: Convergência do Método do Ponto Fixo

Iteração 1: $x = 1.000000$ Iteração 2: $x = 1.414214$ Iteração 3: $x = 1.553774$ Ponto fixo aproximado após 3 iterações: 1.553774

Conclusão

Resumo

- Capítulo 2 oferece ferramentas para resolver equações.
- Exercícios mostram aplicação de métodos numéricos.
- Agradeço pela atenção! Perguntas?