

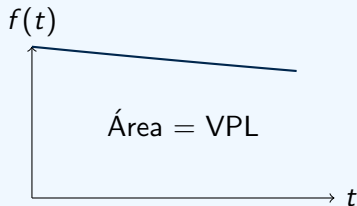
Integração Numérica

Prof. Ana Isabel Castillo

May 15, 2025

Introdução à Integração Numérica

- ▶ Integração numérica calcula a integral de uma função por métodos aproximados.
- ▶ Usada quando a integral exata é difícil ou impossível (ex.: taxas de juros variáveis).
- ▶ Aplicações em finanças: precificação de opções, cálculo de VPL, análise de risco.
- ▶ **Exemplo:** Estimar o VPL de um projeto com fluxo de caixa contínuo $f(t) = 1000e^{-0.05t}$ de $t = 0$ a $t = 5$.



Regra 1/3 de Simpson

- ▶ Aproxima a integral usando parábolas.
- ▶ Fórmula:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{6} \left(f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right)$$

- ▶ **Exemplo:** Calcular $\int_0^2 (0.05 + 0.01t^2) dt$ (retorno acumulado com taxa variável).
- ▶ Cálculo: $f(0) = 0.05$, $f(1) = 0.06$, $f(2) = 0.09$. Então:

$$\int_0^2 f(t) dt \approx \frac{2}{6} (0.05 + 4 \cdot 0.06 + 0.09) \approx 0.1267$$

- ▶ Mais preciso que Trapézio para funções não lineares, como taxas aceleradas.

Função e parábola



Estudo do Erro na Integração Numérica

- ▶ O erro depende do método e da suavidade da função.
- ▶ Regra dos Trapézios: $E_T = -\frac{(b-a)^3}{12} f''(\xi)$
- ▶ Regra de Simpson: $E_S = -\frac{(b-a)^5}{2880} f^{(4)}(\xi)$
- ▶ **Exemplo:** Para $f(t) = 1000e^{-0.05t}$ em $[0, 5]$, calcule o erro.
- ▶ Trapézio: $f''(t) = 2.5e^{-0.05t}$, $E_T \approx 10.42$. Simpson: $E_S \approx 0.03$.
- ▶ Em finanças: Erros altos podem levar a subestimar o VPL, afetando decisões de investimento.

Método	Erro Estimado
Trapézio	10.42
Simpson	0.03