

Práctica 1

ej 7 : $P_{n+1} = f(P_n)$

Análogamente: $Q_{n+1} = f(Q_n)$

$$X \sim P(\lambda)$$

$$\Rightarrow \underline{p(n)} = P(X=n) = \begin{cases} \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^n}{n!} & \forall n \in \mathbb{N} \cup \{0\} \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$

$$\rightarrow P(0) = e^{-\lambda}$$

$$\rightarrow P(1) = e^{-\lambda} \cdot \lambda$$

si $n \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Rightarrow n+1 \in \mathbb{N} \Rightarrow P(n+1) = P(X=n+1) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^{n+1}}{(n+1)!} = \frac{\overbrace{e^{-\lambda} \lambda^n}^{p(n)} \cdot \lambda}{\underbrace{(n+1) \cdot n \cdot (n-1) \dots 1}_{n!}} = p(n) \cdot \frac{\lambda}{n+1}$

$$f(p(n)) = p(n) \cdot \frac{\lambda}{n+1} = p(n+1)$$

Análogamente: $f(Q_n) = Q_n \cdot \frac{\lambda}{n+1} = Q_{n+1}$

Conclusión: si queremos calcular una sucesión de $p(n)$ con n muy grande (por ej. $n=1000$), en lugar de hacer la cuenta $\frac{e^{-\lambda} \lambda^n}{n!}$ para cada n , sería más eficiente usar el cálculo del $p(n-1)$ (que en principio ya lo calculé y lo tengo guardado) y aplicarle un producto y un cociente: $p(n-1) \cdot \frac{\lambda}{n}$; lo cual nos devuelve $p(n)$.

Nos ahorramos el costo de calcular $\frac{e^{-\lambda} \lambda^n}{n!}$ y sólo nos cuesta 2 operaciones (aprovechando el costo invertido en el cálculo de $p(n-1)$).