Práctico 1

Ejercicio 9. Una empresa electrónica observa que el número de componentes que fallan antes de cumplir 100 horas de funcionamiento es una variable aleatoria Poisson. Si el número promedio de estos fallos es ocho,

a) ¿Cual es la probabilidad de que un componente falle en 25 horas?.

b) ¿y que fallen no más de dos componentes en 50 horas?

c) ¿cual es la probabilidad de que fallen por lo menos diez componentes en 125 horas?

X_t: "nº de componentes que fallan antes de cumplir t horas"

X_{100}: "nº de componentes que fallan antes de cumplir 100 horas"

$X_{100} \sim P(\lambda_{100})$ con $\lambda_{100} = 8$ / En gral. $X_t \sim P(\lambda_t)$ tq si 100 hs → 8 fallos en promedio, t hs → λ_t fallos en promedio

$E(X_{100}) = \lambda_{100}$

Es decir, $\lambda_t = t \cdot \frac{8}{100} = t \cdot 0{,}08$ $\quad \lambda_t = t \cdot \lambda$ con $\lambda = 0{,}08$

a) X_{25}: "nº de componentes que fallan antes de cumplir 25 horas"

$X_{25} \sim P(\lambda_{25})$ con $\lambda_{25} = 25 \cdot 0{,}08 = 2$ $\qquad X_{25} \sim P(25 \cdot \lambda)$

Quiero calcular: $P(X_{25} = 1) = \dfrac{e^{-2} \cdot 2^1}{1!} = 2e^{-2} \approx 0{,}27067$

b) X_{50}: "nº de componentes que fallan antes de cumplir 50 horas". $X_{50} \sim P(\lambda_{50})$ $P(\lambda \cdot 50)$

$X_{50} \sim P(\lambda_{50})$ con $\lambda_{50} = 50 \cdot 0{,}08$

$$P(X_{50} \leq 2) = F_{X_{50}}(2) = \sum_{x=0}^{2} P(X_{50} = x) = \sum_{x=0}^{2} \frac{e^{-\lambda \cdot 50} (\lambda \cdot 50)^x}{x!} =$$

$$= \dots = e^{-4} \cdot 13 \approx \boxed{0{,}2381}$$

c) X_{125}: "nº de componentes que fallan antes de cumplir 125 horas"

$X_{125} \sim P(\lambda_{125})$ con $\lambda_{125} = 125 \cdot 0{,}08$ $\qquad \lambda = 0{,}08$

Obs: $\left(P_{X_{125}}(x+1) = P_{X_{125}}(x) \cdot \dfrac{\lambda \cdot 125}{x+1} \right)^{(*)}$

$$P(X_{125} \geq 10) = 1 - P(X_{125} < 10) = 1 - P(X_{125} \leq 9) = 1 - \sum_{x=0}^{9} \underbrace{\frac{e^{-\lambda \cdot 125} \cdot (\lambda \cdot 125)^x}{x!}}_{P_{X_{125}}(x)} =$$

$X_{125} \sim P(\lambda \cdot 125)$.

$$= 1 - F_{X_{125}}(9) = ?$$

(*) Esto se vió en el ej. 7. Se puede aprovechar para calcular todo la sumatoria.