\documentclass{article}

\usepackage{graphicx} % Required for inserting images

\title{Anteproyecto}

\author{Isabella Miralles}

\date{October 2024}

\begin{document}

\maketitle

\title{Proyecto sobre Métodos Numéricos para Ecuaciones Diferenciales Ordinarias}

\author{}

\date{}

\maketitle

\section{Introducción}

Las ecuaciones diferenciales son fundamentales en diversas áreas de la ciencia y la ingeniería, ya que describen cómo cambian las cantidades en función de otras variables. De igual forma estas ecuaciones son esenciales en campos como la física, la biología, la economía y la ingeniería, donde modelan fenómenos como el movimiento, la dinámica de poblaciones y la transferencia de calor. Sin embargo, muchas EDOs no tienen soluciones analíticas fáciles de encontrar, lo que hace necesario recurrir a métodos numéricos para obtener soluciones aproximadas.

En este proyecto, se implementaron dos métodos numéricos, el Método de Runge-Kutta de Cuarto Orden (RK4) y el Método de Adams-Bashforth-Moulton (ABM). El RK4 es un método ampliamente utilizado por su precisión y simplicidad, mientras que el ABM es un método de varios pasos que proporciona una buena aproximación utilizando valores previamente calculados.

\section{Métodos Numéricos Escogidos}

\subsection{Método de Runge-Kutta de Cuarto Orden (RK4)}

\textbf Es un método de un solo paso que permite calcular aproximaciones a las soluciones de EDOs de primer orden. Su precisión es alta, ya que utiliza cuatro evaluaciones de la función en cada paso.

\textbf Aunque es más preciso que métodos de menor orden, puede ser computacionalmente costoso en problemas que requieren muchos pasos. También puede ser ineficiente para EDOs rígidas.

\subsection{Método de Adams-Bashforth-Moulton (ABM)}

\textbf Es un método de varios pasos que combina la información de pasos anteriores para proporcionar soluciones más precisas en intervalos más largos.

\textbf Su eficacia depende de la correcta elección del paso y puede ser inestable en problemas rígidos. Además, requiere un valor inicial para comenzar el cálculo, lo que puede ser una desventaja en algunos contextos.

\subsection{Consideraciones de Convergencia}

Ambos métodos requieren una elección adecuada del tamaño del paso para garantizar la convergencia a la solución correcta. Un paso demasiado grande puede llevar a errores significativos, mientras que un paso demasiado pequeño incrementa el tiempo de cálculo sin necesariamente mejorar la precisión.

\section{Solución Analítica}

Se analizaron tres EDOs, cuyas soluciones analíticas son las siguientes:

\begin{enumerate}

  \item \textbf{EDO de Primer Orden:}

  \begin{equation}

```
    y' = -2y + 3e^{-t}
  \end{equation}
  \textbf{Solución:}
  \begin{equation}
    y(t) = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}e^{-2t}
  \end{equation}

  \item \textbf{EDO de Segundo Orden:}
  \begin{equation}
    y'' + y = 0
  \end{equation}
  \textbf{Solución:}
  \begin{equation}
    y(t) = \cos(t)
  \end{equation}

  \item \textbf{Sistema de EDOs de 2x2:}
  \begin{equation}
    \begin{cases}
      y_1' = y_1 + 2y_2 \\
      y_2' = -y_1 + y_2
    \end{cases}
  \end{equation}
  \textbf{Solución:}
  \begin{equation}
    y_1(t) = e^{t}, \quad y_2(t) = e^{t} - 1
  \end{equation}
\end{enumerate}

\section{Resultados de la Simulación y Discusión}
```

Los métodos numéricos se implementaron en Python y se compararon los resultados obtenidos con las soluciones analíticas. Para la EDO de primer orden, los valores numéricos obtenidos con RK4 y ABM coincidieron estrechamente con la solución analítica, validando así la precisión de estos métodos. En el caso de la EDO de segundo orden y el sistema de EDOs, se observó que ambas aproximaciones también mostraron una concordancia significativa con las soluciones analíticas, lo que sugiere que los métodos implementados son eficaces para resolver EDOs.

```
\begin{figure}
  \centering
  \includegraphics[width=0.5\linewidth]{primerorden.png}
  \caption{Primer orden respuesta al ejecutar el programa}
  \label{fig:enter-label}
\end{figure}


\begin{figure}
  \centering
  \includegraphics[width=0.5\linewidth]{segundoorden.png}
  \caption{Segundo orden respuesta al ejecutar el programa}
  \label{fig:enter-label}
\end{figure}


\begin{figure}
  \centering
  \includegraphics[width=0.5\linewidth]{sistema2x2.png}
  \caption{Sistema 2x2 respuesta al ejecutar el programa}
  \label{fig:enter-label}
\end{figure}
\section{Conclusiones}
```

En conclusión los métodos de Runge-Kutta de Cuarto Orden y Adams-Bashforth-Moulton demostraron ser herramientas efectivas para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias en este proyecto. La comparación entre soluciones numéricas y analíticas mostró que ambos métodos ofrecen resultados precisos, aunque cada uno tiene sus limitaciones y requisitos específicos. Estos métodos son esenciales en la práctica científica y de ingeniería, donde se requiere una comprensión profunda de la dinámica de sistemas modelados por EDOs.

\section{Referencias Bibliográficas}

\begin{enumerate}

\item Zill, D. G. (2016). \textit{A First Course in Differential Equations with Modeling Applications} (10th ed.). Cengage Learning.

\item Burden, R. L., \& Faires, J. D. (2016). \textit{Numerical Analysis} (10th ed.). Cengage Learning.

\item Butcher, J. C. (2008). \textit{Numerical Methods for Ordinary Differential Equations}. John Wiley \& Sons.

\item Ascher, U. M., \& Greif, C. (2010). \textit{A First Course in Numerical Methods}. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM).

\end{enumerate}

\end{document}

\section{Introduction}

\end{document}