

亥姆霍兹弦运动及提琴弦振动形态的实验探究^{*1}

作者 1¹, 作者 2²

(¹ 作者 1 单位, 城市 邮编)

(² 作者 2 单位, 城市 邮编)

摘 要: 弦理论是当今理论物理学的一个前沿课题。本文根据电磁切割的原理对弦振动的速度进行实验测量, 通过设置一个正交于琴弦的磁场, 观察弦振动切割磁场时在弦上感应出的电动势, 得到在弦长的不同位置的琴弦运动的速度波形, 并改变拉弓点即驱动点的位置, 观察波形的变化。研究弦的振动形态和波动情况, 从而用实验直观地验证了 1862 年德国物理学家亥姆霍兹提出的亥姆霍兹弦运动, 同时进一步揭示了弦运动是一种复杂的运动形态, 并根据小提琴弓弦运动理论更好地辅助演奏者以及制琴师的工作。

关键词: 亥姆霍兹弦运动; 弦振动形态; 小提琴弓弦运动; 电磁切割; 示波器

中图分类号: J622.1

文献标识码: A

1 引言

弦运动是一个很复杂的物理现象, 一直以来, 很多科学家 (包括 1931 年诺贝尔物理奖获得者拉曼) 对亥姆霍兹运动给予了各种解释模型, 对其机理进行了研究, 并发表了一系列研究论文。近年来我国学者也提出了几个相关的模型。2014 年, 张承忠在她的博士论文中, 对弓弦乐器的振动形态进行了高速摄影的研究, 对弓弦振动的弦运动形态提出了一个“单摆摩擦模型”。该研究工作利用高速摄影的图像处理方法间接得到弦的振动波形。我们在该课题的基础上, 采用电磁切割方法测量弦运动的速度波形, 从而用实验方法对亥姆霍兹的推断进行了直观验证。由于亥姆霍兹是以两米长的弦作为实验对象, 本文选择以实际的小提琴作为测量对象, 运用示波器记录琴弦在匀强磁场中切割磁感线产生电动势, 得到的速度波形, 探究亥姆霍兹提出的弦运动理论。

弦理论是当今理论物理学的一个前沿课题。本文根据运动导体切割磁力线的原理获得弦振动的速度波形, 从而研究提琴弦振动的形态, 揭示了弦运动是一种非常复杂的物理现象。

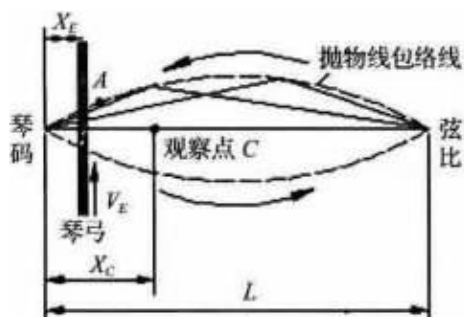


图 1: 弓拉弦的亥姆霍兹运动

Fig. 1: Movement principle of Helmholtz

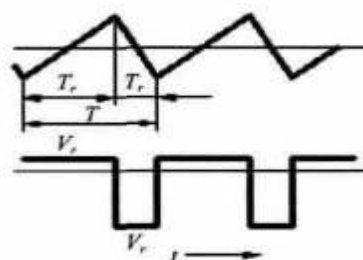


图 2: 弦上观察点的位移和速度函数

Fig. 2: Displacement and velocity function of string

^{*}收稿日期: 2018 年 2 月 20 日

作者简介: 通讯作者姓名 (1900-) 性别, 学历, 职称, E-mail

2 实验原理与实验过程

2.1 实验原理及实验装置

通过实验直接测量琴弓与琴弦的相互作用而不干扰琴弦的运动非常困难，文献中鲜有这样的研究报告。鉴于基于高速摄影的非接触式测量系统需要进行大量的计算机图片处理，特别对于一些频率高的位移较小的弦运动时，误差可能较大。因此本文采用非接触式的直接测量方法，通过如下的实验装置，设置一个垂直于琴弦运动方向的近似匀强磁场，根据导体在磁场中切割磁感线产生电动势的原理，用示波器测出所拉琴弦的两端电压波形，即得到磁铁放置处琴弦的运动速度波形，从而可以推出琴弦的位移波形，并对锯齿波的逆程时间与振动周期的比值进行研究。



图 3: 实验用的电磁切割装置
Fig. 3: Device for the experiments



图 4: 实验用的示波器装置
Fig. 4: Device for the experiments

2.2 验证亥姆霍兹弦运动公式 $t/T=Xc/L$

通过直接获取弦运动时的速度波形，避免了要处理大量计算机图像，优点是直观可行，但难度在于如何设计磁路，我们选用超强钕铁硼进行实验。采用两块 $10*1*1$ 的长方体磁铁分别置于琴弦上方和下方构建磁感线，磁路装置设计图如下，当琴弦在磁场中做往复振动时，切割磁感线产生的电动势波形将显示在示波器上，根据 $E=Blv$ 公式，磁感应强度 B 为一个常数，切割长度 $l=1\text{cm}$ ，此时电动势 E 的波形即速度 v 的波形。为了得到较大的电压值，我们选用强磁铁，来增大 B 的大小，从而使波形更加明显。由于需要改变磁场的位置，在弦长的不同点分别测量，受限于小提琴结构以及指板高度距离较小，我们选用片状磁铁进行测量。

分别将磁铁置于距离琴码 5cm 和 16cm 处，测量锯齿波的变化情况，测量回程时间与周期时间，与亥姆霍兹公式 $t/T=Xc/L$ (T 是振动周期， Xc 是琴码到观察点的距离， L 是弦的长度， t 为回程时间) 进行比较，得出结论。

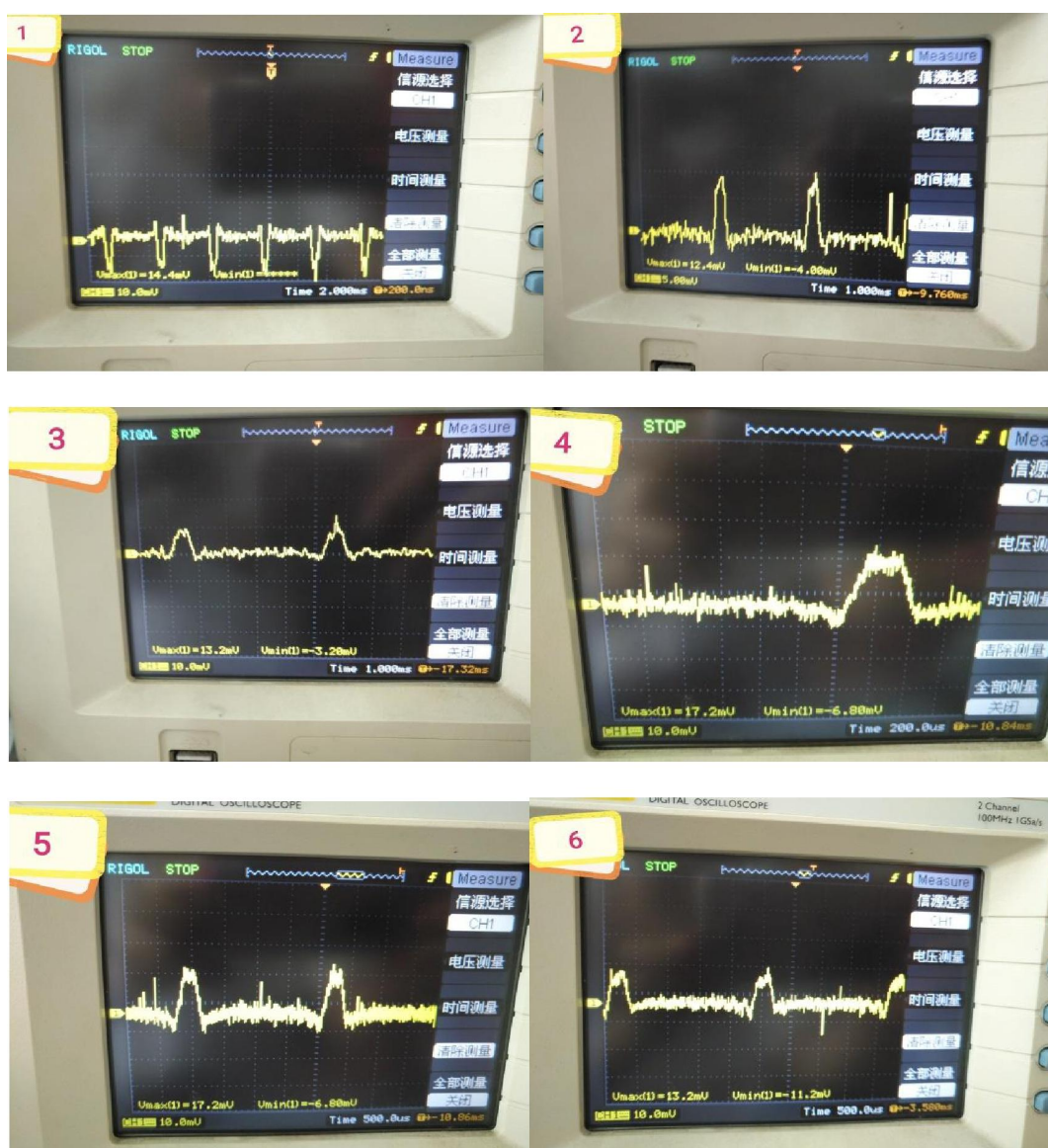
实验中采用示波器型号为 RIGOL DS1102E 数字示波器，通过选择合适的幅度与时间量程，使波形较好地显示在屏幕正中。实验的关键要点是当拉弦发出正常的声音时，及时按下示波器的截取按钮，从而获得有效的弦运动的速度波形。

3 实验结果分析与讨论

实验结果证实了琴弦的振动形态是由亥姆霍兹描述的锯齿三角波形，其正、逆程时间比值的规律与亥姆霍兹预言的基本一致。

3.1 验证亥姆霍兹弦运动公式 $t/T=Xc/L$ 的结果分析

我们测得电压波形为近似方波，即速度时间图像，但由于速度变化需要时间，因此波形近似为梯形，不是标准的方波，因此反推得位移时间波形为锯齿波，拍摄图片如下。



为获得更精确的波形，我们采用 1.5kHz 的低通数字滤波，在距琴码 5cm 处放置磁场，已知弦长为 33cm。测得波形如下图 5、6、7、8，并根据图像计算回程时间与振动周期的比值，发现结果符合亥姆霍兹的弦运动公式。



图 5: A 弦 (选用 1ms 时间档位)
Fig. 5: Vibration curves of A string



图 6: E 弦 (选用 0.5ms 时间档位)
Fig. 6: Vibration curves of E string

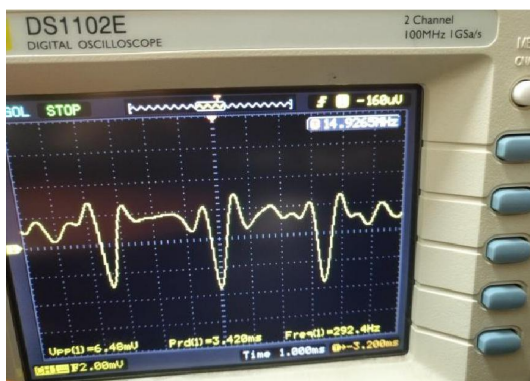


图 7: G 弦 (选用 2ms 时间档位)
Fig. 7: Vibration curves of G string

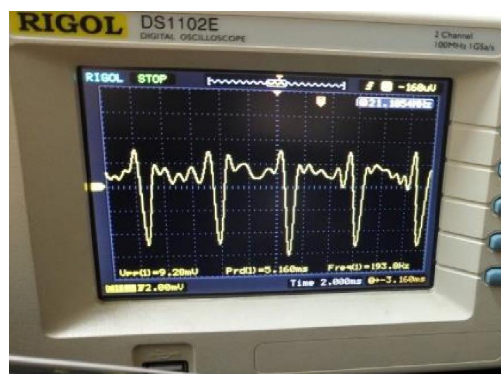


图 8: D 弦 (选用 1ms 时间档位)
Fig. 8: Vibration curves of D string

3.2 小提琴四根弦的运动速度测量结果记录表格

表 1: 小提琴四根弦运动速度测量结果 (回程时间)

Tab. 1: Measurement of movement speed of four violin strings

	频率	振动周期 T	回程时间 t	比值 t/T	理论比值
G 弦	193.8Hz	5.160ms	0.80ms	0.157	0.152
D 弦	292.4Hz	3.420ms	0.53ms	0.155	0.152
A 弦	431.0Hz	2.320ms	0.36ms	0.155	0.152
E 弦	653.6Hz	1.530ms	0.24ms	0.157	0.152

由于弦长 33cm, 磁场中心离琴码距离为 5cm, 可以计算得亥姆霍兹的右侧公式 $X_c/L=5/33=0.152$, 与表格实际比值一列相比较, 十分接近, 因此验证了亥姆霍兹的弦运动公式是成立的。

3.3 修正系数的解释

由上述表格发现 t/T 的值总是略大于等式右侧 X_c/L 的值, 我们认为这是由于琴码并不是完全静止的, 由高速摄影得知, 在琴弦振动的时候, 琴码处也有波动。因此琴弦的实际振动长度比琴码到琴枕的距离要稍长一些, 即弦长末端略延伸至琴码后方, 弦的实际振动长度大于 33cm 导致的, 可以考虑对弦长添加一个修正系数, 以弥补琴码振动带来的影响。

3.4 弦的分段振动现象探究

改变拉弓点的位置，即驱动点的位置不同，琴弦产生分段振动的现象。如果在琴弦的几个自然振动节点附近处拉弓，一般为距琴码的长度为弦长的整数分点处，发现产生一个意外的振动波形。这是由于弦进行了分段振动，因此一个周期内波形循环加倍，音调升高，听起来的音调频率等效翻倍。当驱动琴弦的运弓压力减轻的时候，产生了一种表面音色，这种时候，弦的振动每个周期含有两个回程循环。说明弦的运动形态与驱动点位置，驱动力度，驱动能量都有关系。亥姆霍兹弦运动是一种很复杂的运动形态，并不是唯一的。亥姆霍兹所揭示的全弦振动只是其中一种波形情况，实际上弦振动是具有很多形式的振动形态的叠加。

3.5 琴弦运动形态的物理解释

根据波形，可以将琴弦每一个周期的振动过程近似理解为：在锯齿波的上升阶段，琴弦与弓毛接触点二者为静摩擦运动，在琴弦张力达到弓弦之间静摩擦力最大值时迅速回弹，释放出弹性势能，通过挤压琴码，使码脚按压面板，进而使共鸣箱空气振动发声。

由于回程刚开始的阶段，琴弦张力在运动方向的分力大于滑动摩擦力，因此再刚刚开始反向运动时，应具有一定的加速度，并非立刻达到匀速。实现匀速态后，随后琴弦的张力与速度方向相反，与滑动摩擦力一起产生了更大的加速度。因此在短暂的回程过程中，并非一直匀速的运动，亥姆霍兹的 $v-t$ 图需要更加精确的完善。因此在后续研究中使用有限元仿真来进行模拟琴弦在一个振动周期的运动。

在 comsol 软件中建立三维模型，物理场选择结构与梁的连接，由于 3D 实体才有“黏滑”模型，因此我们建立一个无质量的琴弦等效块，上方滑块代表以 0.2m/s 匀速拉动的琴弓，建立边界条件为恒定速度的模型如下，由于部分仿真参数未确定，在本文中不做更多讨论。但根据速度-时间图像以及受力分析可以得出，回程时琴弦的运动状态并不是完全匀速的，因此亥姆霍兹先运动的速度图像的回程段还需要更加精细的完善。



4 结论

本文根据导体在磁场中切割磁感线产生电动势的原理,通过测量弦的速度来积分反推它的位移,研究了琴弦的振动形态,通过实验验证了亥姆霍兹弦运动,得到如下结论。

(1) 在琴弦上建立磁场,通过琴弦运动切割磁感线产生电动势的方法,得到琴弦运动的速度波形,这是一种直观可行和有效的研究弦振动形态的方法。实验结果表明了这种电磁切割测速方法可避免大量复杂的数据处理。

(2) 验证了小提琴的弓弦运动遵循亥姆霍兹弦运动公式。本文通过实验测量结果证实了亥姆霍兹的弦振动模型的正确性,即琴弦上某点的往复运动是一个正、逆程不等的锯齿波,其正、逆程时间比随着弦长上的不同位置而变化,符合亥姆霍兹提出的弦运动公式 $t/T=Xc/L$ 。

(3) 实验结果揭示了琴弦的振动形态是一种非常复杂的运动,除了亥姆霍兹提出的一种常规的全弦振动以外,随着力的作用点位置和驱动力度的大小变化,琴弦还存在着二分之一和三分之一等分点的分段振动现象,此时一个振动周期内回程次数翻倍。本实验采用直观方法验证并拓展了亥姆霍兹的推断。

(4) 小提琴的亥姆霍兹弦运动公式为一些常用的演奏经验与实际现象提供了科学解释。例如一把新琴需使用高张力的琴弦演奏一段时间来迅速“开声”。在使用高张力型号的琴弦时E弦更容易产生不完全振动,因此应当调整手臂角度,施以压力来增大摩擦。低张力的琴弦匹配以更细粉质的松香可以使演奏的音色更细腻干净。面板较厚的琴,应匹配高张力的琴弦,等等。据此,演奏者在进行弓毛、琴弦、松香的选择,以及在实际演奏中的施力模式时多了一份科学的思考。

参考文献

- [1]张承忠.小提琴振动机理及声学品质研究[D].华南理工大学,2014.
- [2]张承忠,叶邦彦,梁立东,等.小提琴弓弦系统的振动形态及振动机理研究[J].振动工程学报,2015, 28(3): 359-365.
- [3]张承忠,叶邦彦,梁立东,等.基于高速摄影实验的小提琴琴弦三维振动特性研究[J].振动与冲击,2015, 34(9): 177-181.
- [4]张承忠,叶邦彦,胡习之,等.提琴琴弦三维振动高速摄影系统设计与数据处理[J].光学精密工程,2014, 22(9): 2330-2336.
- [5]刘雷峰.小提琴的振动和声学特性分析研究[D].华南理工大学,2012.
- [6]贾雄.小提琴弦振动与琴体腔谐振研究[D].华南理工大学,2013.
- [7]胡元中.提琴声中的摩擦原理[J].力学与实践,2008, 30(5): 110-111.
- [8]郑荃,江峰.作用在提琴上的力[J].乐器,1992(1): 1-4.
- [9] Barlow C Y, Edwards P P, Millward G R, et al. Wood treatment used in cremonese instruments [J]. Nature, 1988, 332(6162):313.
- [10]杨健. 关于小提琴演奏技巧的几点新想法[J]. 音乐探索,2003(1):85-89
- [11]黄晨星,黄忠伯. 试论小提琴弓对弦压力的物理特性——兼议《关于小提琴演奏的几点新想法》[J]. 音乐艺术,2004(1):84-88
- [12]杨健. 走进琴弦的世界——谈近三千年来人类对琴弦的研究及引发的思考[J]. 自然杂志,2004,26(3):177-183

- [13]Knut Guettler. The Bowed String[D]. Stockholm:Royal Institute of Technology. 2002.
- [14]Lothar Cremer. The physics of the violin[M]. Cambridge L:MIT Press.1981.
- [15]Joe Wolfe. The bowed string[EB/OL]. <http://www.phys.unsw.edu.au/~jw/Bows.html>, 2003.
- [16]John Schelleng. The bowed string and the player[J] Journal of the Acoustical Society of America,1973,53,(1) 26-41

Helmholtz movement and the vibration form of violin string

Abstract: The study of the motion of a violin string has been an frontier issue of the theoretical physics nowadays. This paper according to the experimental principle of the cutting speed of electromagnetic vibrating string, by setting a magnetic field perpendicular to the strings, observe the electromotive force magnetic field induced vibration cutting on the string, get the speed waveform on the string of the different position ,and change the bow at the driving point position to observe the difference of the waveform.. By studying the vibration shape and fluctuation on the string, this experiment verified the string movement proposed by German physicist Helmholtz in the 1862, and further reveals the string movement is a complex exercise form.

Key Words: Helmholtz string movement; vibration form of violin string