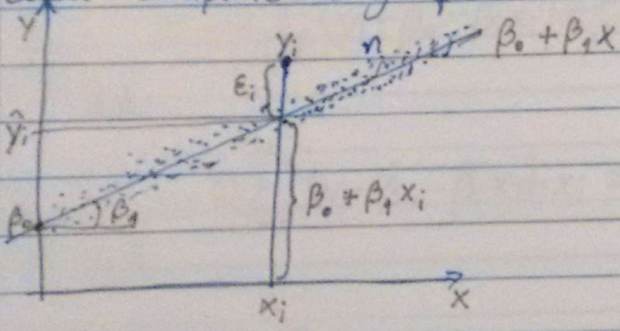
Entrega 2: Isabella e Patrick dos Santos

· **Objetivo:** Aprimoramento do nosso conhecimento da técnica estatística regressão a fim de estudarmos a relação matemática existente entre nossas variáveis de interesse.

· **Desenvolvimento:**

→ Obter os estimadores $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ (estimativa dos valores mínimos do Erro total):

Para achar esses estimadores, é preciso entender os componentes de um gráfico da relação linear de duas variaveis: Assim para facilitar o entendimento iremos explicar cada componente gráfico:



y_i = valor da variável resposta
x_i = valor da variável explicativa
β_0 = parâmetro do intercepto
β_1 = parâmetro do coeficiente angular
$\hat{y}_i$ = regressão de Y em X
ε_i = erro estocástico
$i = 1, 2, 3, \dots, n.$
n = Tamanho da amostra

Com isso podemos começar a estimar os valores de $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$, a partir de uma amostra de n pares de valores $(X_i; Y_i)$ com i igual à $1, \dots, n$, que são os n pontos de um gráfico. Supondo que é traçada uma reta que passa o mais próximo possível de todos os pontos, essa reta será definida por $\beta_0 + \beta_1 X$. Existe também uma diferença entre os pontos e a reta, que é chamado de desvio ou erro estocástico. Esse erro pode ser definido por $e_i = y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i)$.

Scanned by CamScanner

Aqui visamos obter valores estimados de β_0 e β_1, sempre buscando valores mínimos para o desvio e_i. Uma técnica muito eficiente para este cálculo é o Método do Mínimos Quadrados. Nele, minimizamos a soma dos quadrados mínimos na seguinte expressão:

$$L = \sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2$$

a expressão é elevado ao quadrado para que os valores seja sempre positivos

As estimativas para os parâmetros β_0 e β_1 precisam satisfazer as expressões derivativas:

$$\left.\frac{\partial L}{\partial \beta_0}\right|_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1} = -2\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i) = 0$$

$$\left.\frac{\partial L}{\partial \beta_1}\right|_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1} = -2\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i) \cdot x_i = 0$$

Igualamos à 0, pois substituímos por $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$, que são valores particulares de L

Após simplificar essas equações, iremos chegar às novas equações que são chamadas de Equações Normais de Mínimos Quadrados

$$\begin{cases} n\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} y_i \\ \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{n} x_i + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \end{cases}$$

Equações Normais de Mínimos Quadrados

Resolvendo o sistema de equações descobrimos que:

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} - \frac{\hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}$$

Scanned by CamScanner